

Astrolabio recortable

Josep Casadellà



Publicaciones de ApEA nº 3

Astrolabio recortable

Josep Casadevallà

Publicaciones de ApEA nº 3

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

Dibujo de Portada:
LeBlanc

Comité de Redacción:
Francesc Sánchez
Antonio Arribas
Ederlinda Viñuales
Xavier Valbuena

Dirección:
Rosa M. Ros (Vocal Editora de Publicaciones de ApEA)
Dept. Matemática Aplicada IV
Universidad Politécnica de Catalunya
Jordi Girona 1-3, modulo C3, 08034 Barcelona
e-mail: ros@mat.upc.es

ISBN: 84-932062-2-9
Imprime: COPIART S.A.
Villarroel, 81 – 08011 Barcelona
D.L. B -11.042/01

PRESENTACIÓN	7
OBJETIVOS	9
DEFINICIONES	10
¿Qué es un Astrolabio plano?.....	10
La esfera celeste y el sistema de coordenadas ecuatorial.....	12
La esfera celeste y el sistema de coordenadas altazimutal	16
Proyección estereográfica	17
MATERIAL	19
Proyección de las constelaciones.....	19
Proyección estereográfica: coordenadas ecuatoriales celestes.....	21
Proyección estereográfica: coordenadas celestes altazimutales	22
El reverso del Astrolabio	23
ACTIVIDADES	25
1.- Posición del Sol en la eclíptica.....	25
2.- Hora del orto y del ocaso del Sol.....	26
3.- Altura máxima del Sol en un día cualquiera.....	27
4.- Azimut del orto y del ocaso del Sol.....	28
5.- Reloj de Sol diurno.....	29
6.- Reloj de Sol nocturno	30
7.- Hora del orto y del ocaso de las estrellas.....	31
8.- Constelaciones visibles en función del día y de la hora	32
9.- Altura del polo y latitud	33
ANEXOS	35
Matemáticas del Astrolabio	35
Proyección estereográfica de una circunferencia	38
Breve historia del Astrolabio.....	39
MONTAJE DEL RECORTABLE	41
BIBLIOGRAFÍA.....	59

PRESENTACIÓN

La idea de elaborar una versión nueva y actualizada de astrolabio nació en un contexto educativo, en la antigua "Escola de formació de mestres Sant Cugat" de la Universitat Autònoma de Barcelona, actualmente integrada en la Facultat de Ciències de l'Educació de la misma universidad. La importancia concedida a la relación entre teoría y realidad nos aconsejó el recurso de la observación de los astros y sus movimientos como contexto adecuado a la introducción de la Mecánica clásica. Utilizábamos planisferios para ayudarnos en la localización de las constelaciones visibles por la noche.

Con los planisferios en el aula y después de familiarizarse con su funcionamiento, empezaron a surgir preguntas relacionadas con la posición del Sol, la eclíptica, el zodíaco, la ventana del horizonte, etc. Un problema decisivo fue el determinar la hora de salida del Sol. Los planisferios de que disponíamos no ofrecían muchas garantías de precisión y tampoco ninguna información sobre el azimut del punto de salida del Sol, para un día dado. Este problema hizo nacer la necesidad de rediseñar un planisferio más fiable y completo.

Añadido a todo esto, en los primeros congresos de enseñanza de la Astronomía, se puso de relieve el gusto por la Historia de la Ciencia y su importancia como recurso didáctico. Varias referencias a los astrolabios aparecieron en este contexto. Se hizo mención de las magníficas propiedades de la proyección estereográfica, que constituye el núcleo del método de construcción de dichos instrumentos. Resultaba curioso que todo el mundo conocía la propiedad fundamental de dicho sistema de proyección según la que toda circunferencia celeste se proyecta en una circunferencia (o una recta), pero no se encontró a nadie que conociera una demostración de dicha propiedad. El astrolabio y la proyección estereográfica aparecieron como candidatos a la construcción de este planisferio mejorado que se necesitaba.

Convencidos de que en el curso de la formación en matemáticas de los científicos a menudo se realizan multitud de problemas y ejercicios cuya función es ilustrativa, o adecuada para afianzar procedimientos, técnicas y habilidades, pero que frecuentemente se eluden los problemas más importantes en que pueden aplicarse estas, pensamos que demostrar que la proyección estereográfica de las circunferencias eran asimismo circunferencias resultaba un ejemplo relevante de problema práctico de las matemáticas, de mayor interés epistemológico que la mayoría de los problemas cotidianos con que se enfrentan los estudiantes en su formación. Así pues, antes de plantearse en serio construir un planisferio moderno al estilo de los astrolabios antiguos, lo primero que debíamos hacer era demostrar la propiedad fundamental mencionada.

En principio el razonamiento es fácil de explicar. Una circunferencia en una esfera, la celeste, y el foco de la proyección estereográfica, el polo sur celeste, determinan un cono; se trata de calcular su intersección con el plano de proyección. Se representó el cono y el plano por un sistema de ecuaciones que se cumpliesen en su intersección. Se obtuvo como solución una ecuación de una circunferencia imagen cuyos centro y radio se podían determinar en función de su correspondiente circunferencia original.

Un nuevo paso en la realización práctica de la obra fue la utilización de herramientas informáticas de diseño. Las fórmulas algebraicas y los programas informáticos mantienen muy buenas relaciones. Se tomó AutoLisp como el lenguaje con que desarrollar los cálculos y AutoCAD para ejecutar la construcción de las circunferencias involucradas en ellos. También se diseñó una función de proyección punto a punto para obtener un mapa de estrellas. Al principio se introdujeron los datos de unas pocas estrellas a partir de las coordenadas imprecisas de los planisferios.

Sucesivas versiones y mejoras del instrumento lo hicieron pasar de las primeras versiones, en las que se imitaba la forma de telaraña en que se mostraban las estrellas, a la actual, en que el parecido con los planisferios es manifiesto. El objetivo de obtener un aparato que permitiera conocer de antemano el aspecto del cielo que se iba a observar por la noche, pero con mucha mayor precisión y riqueza de detalles se había por fin alcanzado. Se tuvo, en algunos momentos, la agradable sensación de estar tocando los hilos de una magnífica síntesis entre la observación y el razonamiento matemático, entre la sabiduría de nuestros antepasados culturales y las técnicas modernas de cálculo y diseño, entre el álgebra y la programación de ordenadores, entre la belleza y la ciencia, entre la historia y el uso cotidiano

...

OBJETIVOS

En este trabajo se presenta un Astrolabio para ser utilizado como instrumento didáctico. Permite estudiar los fenómenos relacionados con los movimientos aparentes de los astros, especialmente las estrellas y el Sol. Si se conocen las coordenadas de la Luna y los planetas también pueden estos ser representados con facilidad. Su función es como la de los planisferios, que en realidad son sucesores simplificados de los antiguos astrolabios.

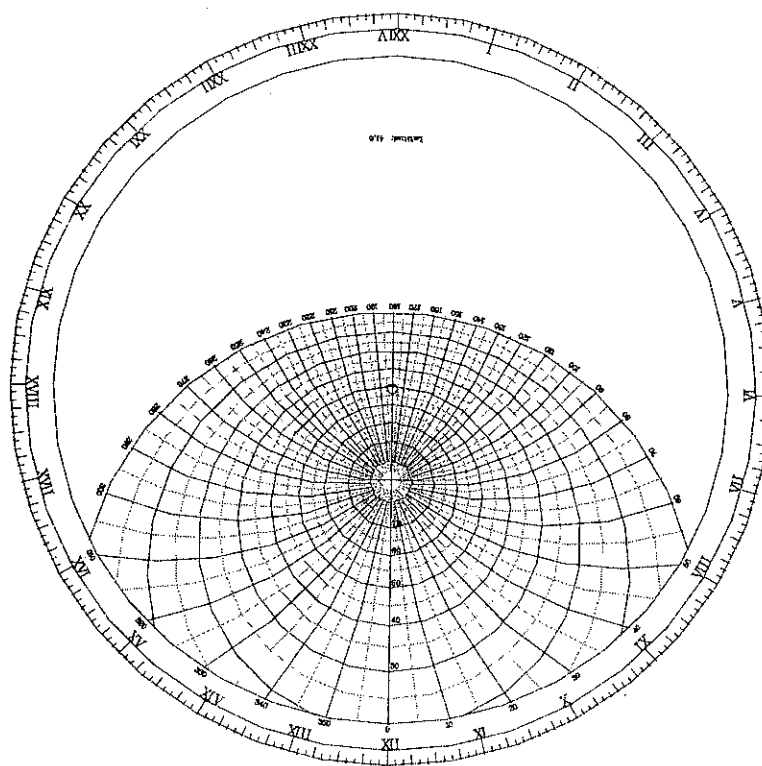
Una de las funciones más vistosas y sencillas del astrolabio que se edita, y que comparte con los planisferios, es la de facilitar el reconocimiento de las constelaciones visibles por la noche. Las que son visibles en un momento dado varían en función del tiempo, y se precisa conocer el día del año y la hora solar local en que se va a observar el cielo.

Otro de los objetivos del presente trabajo es el de mostrar la íntima conexión entre la astronomía y las matemáticas, puesto que la construcción del astrolabio se basa en propiedades geométricas de un particular sistema de proyección, preferido por los más antiguos artesanos constructores de astrolabios planos. Su propio uso puede pensarse como un calculador analógico que permite efectuar cambios de coordenadas entre distintos sistemas de referencia, usuales en astronomía.

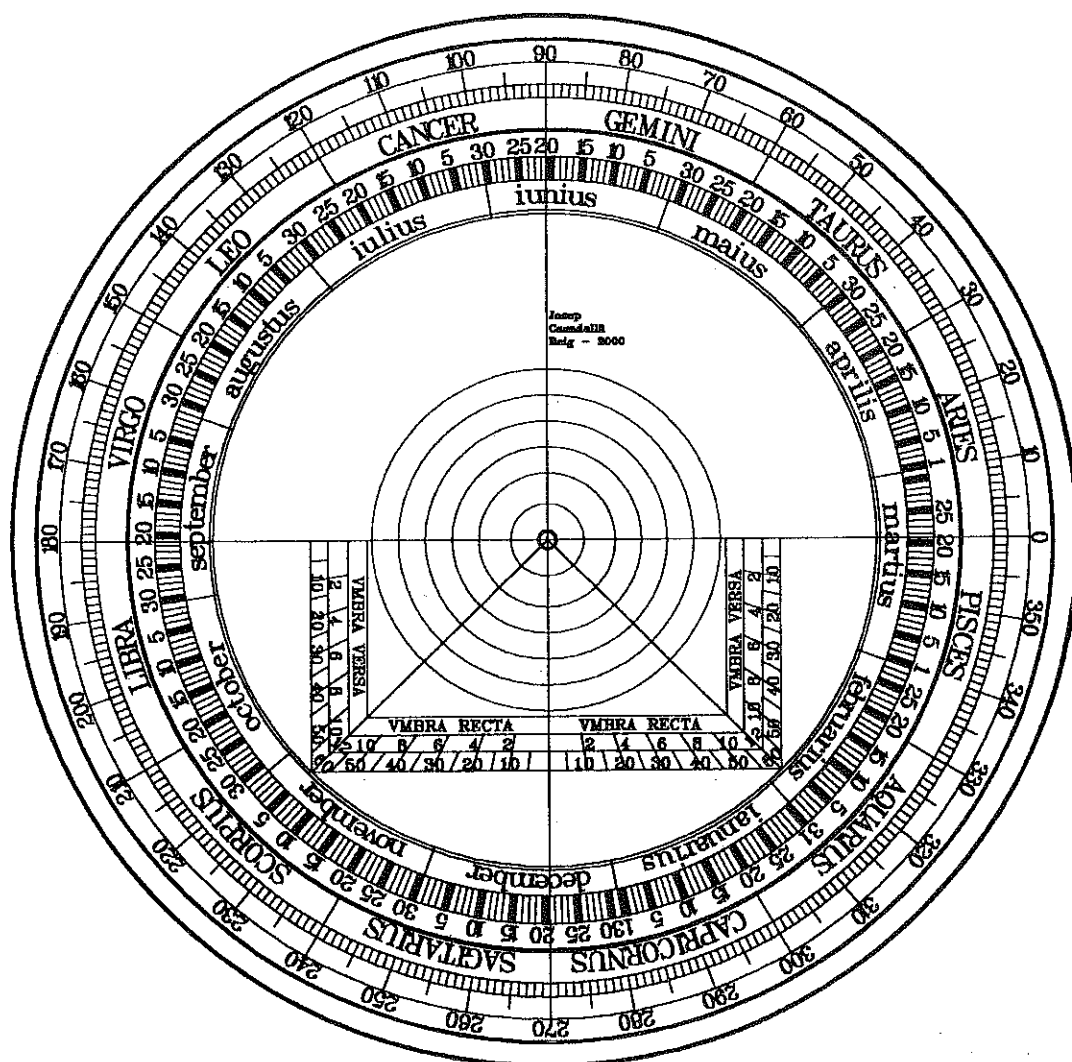
DEFINICIONES

¿Qué es un Astrolabio plano?

El Astrolabio plano es un instrumento astronómico antiquísimo. Se supone que fue ideado por Apolonio de Perga (II antes de nuestra era aproximadamente), célebre matemático griego. Es un objeto circular en cuyas caras se encuentran grabados distintos elementos. En una de ellas se superponen dos sistemas de coordenadas sobre la esfera celeste, uno ecuatorial y otro altazimutal. Uno se mueve sobre el otro. El sistema altazimutal tiene como base un plano horizontal, esto es, fijado a un punto concreto de la superficie terrestre y extendido hasta la esfera celeste. En el sistema ecuatorial se representan unas cuantas estrellas fijas a dicho sistema. Así el movimiento relativo de los dos sistemas de coordenadas en el astrolabio reproduce la rotación de las estrellas relativa a un determinado horizonte.



En la parte posterior del Astrolabio se gravó un calendario que permite calcular la posición del Sol en la eclíptica. Además contiene un artillugio de puntería que permite determinar la altura de los astros en un momento dado. Ambos datos son necesarios, en primer lugar para situar el Sol en sus coordenadas correctas para un día concreto, y en segundo lugar para situar el conjunto de las constelaciones así como el Sol adecuadamente con relación a un horizonte dado.



Además del calendario y la longitud eclíptica, los astrolabios, en su cara posterior, llevaban otros elementos de cálculo o de medida. Casi nunca faltaba en ellos un doble cuadrante, cuya función radicaba en la medida de ángulos, especialmente útil para resolver problemas de cálculo de distancias por triangulación.

Con el objeto de facilitar un poco más la comprensión del instrumento se introducirán más explicaciones sobre diversos conceptos, tales como sistemas de coordenadas y sistemas de proyecciones para representar en un plano elementos contenidos en una superficie esférica.

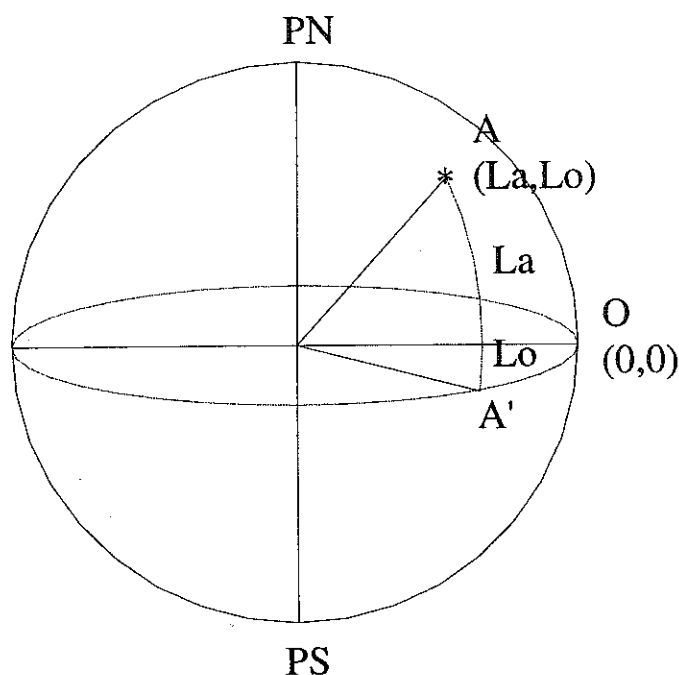
La esfera celeste y el sistema de coordenadas ecuatorial

Al observar el cielo nocturno las estrellas y la Luna, si es visible, se aprecian como si se encontraran a la misma distancia de nosotros. Esto es debido a que el cerebro calcula cualitativamente las distancias a que se encuentran los objetos del campo visual por el procesado de las imágenes ligeramente diferentes que capta cada ojo por separado. A medida que observamos objetos más lejanos las dos imágenes que se forman, una en cada ojo, son más y más parecidas, resultando más difícil apreciar el relieve. Así, los astros están muy lejanos como para que nuestro sistema de visión sea incapaz de distinguir ninguna diferencia en las imágenes recogidas por cada uno de los ojos. En esta falta de relieve de las constelaciones está la base de los modelos esféricos de universo, en cuyo centro se ubica la Tierra, minúscula, como punto central. Así pues la idea de *esfera celeste* nació como una propuesta explicativa de la aparente igualdad de distancias entre la Tierra y las estrellas. Aunque hoy en día conocemos la falsedad de esta presuposición inicial el concepto de esfera celeste sigue siendo útil, puesto que nos permite fijar las direcciones en que se observan las estrellas haciendo abstracción de sus distancias. Ningún desplazamiento por la superficie de la Tierra logra cambiar la distancia angular de ninguna estrella que se pueda apreciar en ninguno de los instrumentos actualmente disponibles.

Los geómetras exquisitos que generó la civilización griega, construyeron sistemas de coordenadas esféricos que permitían situar sobre la superficie de las esferas cualquiera de sus puntos especificando dos ángulos. En la superficie de la Tierra estos dos ángulos fueron llamados la *longitud* y la *latitud*. Sus homólogos celestes fueron llamados *ascensión recta* y *declinación* respectivamente. La proeza de su gesta descansa en gran medida en la observación de los polos celestes. Ellos observaron también que la distancia angular que separa el *polo norte celeste* del horizonte varía al navegar en la *dirección norte*. Interpretaron que dicha variación era debida a la esfericidad de la superficie terrestre, o más exactamente de la superficie de los mares, abstracción hecha del oleaje. Definieron a partir de

ello dos puntos precisos sobre la superficie terrestre, el *polo norte* y el *polo sur terrestres*. El primero, el *polo norte terrestre*, era un punto de la superficie de la Tierra tal que en él observaríamos el *polo norte celeste* en dirección vertical. Del mismo modo, en el segundo veríamos sobre la vertical el *polo sur celeste*.

Los polos son imprescindibles para fijar un sistema de coordenadas sobre una superficie esférica. De no ser por la rotación propia de la Tierra, puesta de manifiesto por la rotación aparente de las estrellas, hubiéramos tenido que elegir puntos arbitrarios sobre la superficie terrestre o celeste para

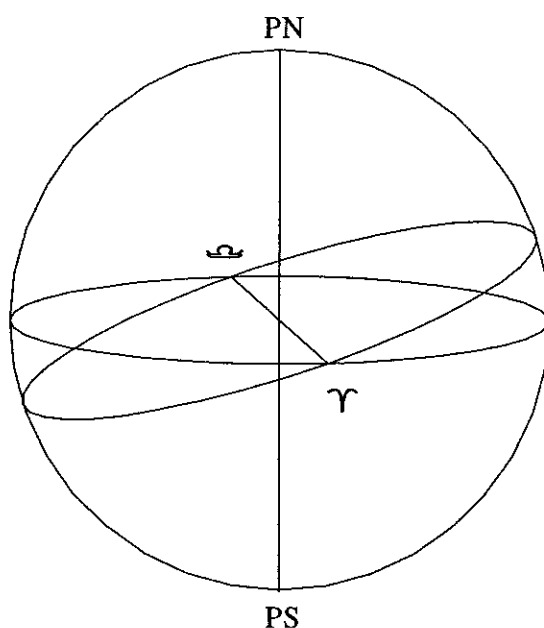


establecer sistemas de coordenadas. Las circunferencias máximas de la esfera que contienen los polos se llamaron *meridianos*. Se denomina circunferencia máxima de una esfera al borde de un círculo que contenga el centro de la esfera. Cualquier plano que pase por el centro de la esfera corta a su superficie en una circunferencia máxima. Los planos que generan los meridianos, llamados también *planos meridianos*, son aquellos que contienen la recta que une los polos, el *eje polar*.

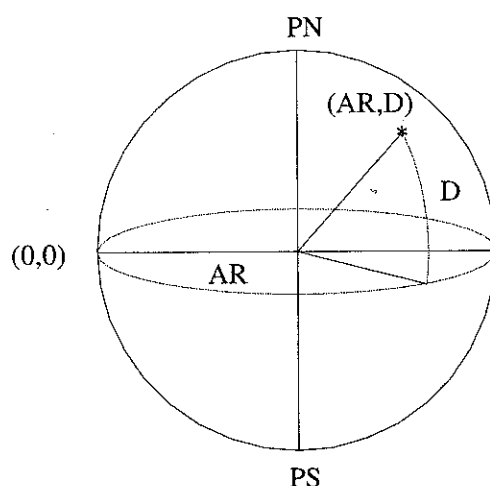
Las circunferencias formadas por puntos de la superficie equidistantes de uno cualquiera de los polos se llamaron *paralelos*. Se generan por planos perpendiculares al *eje polar*. Obsérvese que los planos perpendiculares a un mismo eje son paralelos entre sí. De entre todos los *paralelos* posibles hay solo uno que divide a los meridianos en dos semicircunferencias. Este fue llamado *ecuador*. El *ecuador celeste* divide equitativamente a los *meridianos*

celestes, mientras que el *ecuador terrestre* hace lo propio con los meridianos terrestres.

Por cada punto de la superficie de la esfera pasa un único meridiano y un único paralelo. Para disponer de un sistema de coordenadas no basta con los paralelos y los meridianos. Hace falta, además, definir un punto que sea el *origen* O de todo el sistema, el punto cero, o de manera más precisa el $(0,0)$. En el sistema llamado *ecuatorial terrestre*, por ejemplo, este punto origen de coordenadas es el que se obtiene por intersección del ecuador terrestre con el meridiano de Greenwich. Se encuentra sobre el Océano Atlántico, cerca



del continente africano, al sur de Ghana. Cualquier otro punto, llamémosle A , de la superficie terrestre tendrá unas coordenadas referidas a este origen. El meridiano que pase por dicho punto tendrá una intersección con el ecuador en un punto, al que se denotará por A' . Entonces se define la *longitud* del punto A , como el ángulo formado por el par de semirrectas que parten del centro de la Tierra y pasan respectivamente por O y por A' . De manera parecida, se defina la *latitud* como el ángulo formado por el par de semirrectas que parten del centro de la Tierra y pasan respectivamente por A y por A' . La longitud se conviene positiva hacia el oeste y la latitud positiva la del hemisferio norte.



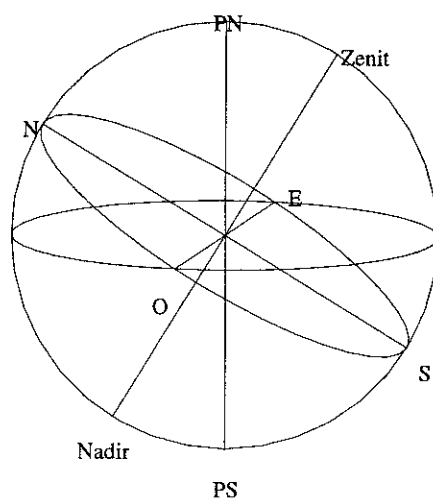
Tal vez las coordenadas sobre la superficie terrestre sean más cercanas a lo cotidiano que las celestes. Sin embargo nacieron juntas. Los meridianos celestes se definen de manera homóloga a los meridianos terrestres. Son circunferencias máximas que pasan por los polos celestes, los únicos puntos polares que son observables después de todo. El ecuador celeste los parte por la mitad mediante una circunferencia máxima también, que se puede obtener por la intersección de un plano perpendicular al eje que une los polos, con la esfera celeste. Los paralelos se generan del mismo modo que en la esfera terrestre. El punto celeste que se toma como origen de coordenadas es mucho menos arbitrario que en el caso de la esfera terrestre, puesto que es el llamado *punto vernal*. El Sol tiene un movimiento aparente a lo largo de las constelaciones zodiacales, trazando una trayectoria circular, la eclíptica, que está inclinada respecto al ecuador celeste. Los planos del ecuador y de la eclíptica forman un ángulo diédrico de $23^{\circ}27'$, se interseccionan en un diámetro de la esfera celeste. Dicho segmento tiene en sus extremos el *punto vernal* y el *punto hiemal*. Cuando el Sol está en el primero se inicia la primavera y cuando está en el segundo se inicia el otoño. En un punto *A* cualquiera de la esfera celeste construimos un meridiano que pase por él. Tendrá una intersección con el ecuador *A'*. El ángulo que forman las semirrectas que parten del origen de la esfera celeste (la Tierra) y pasan por dichos puntos es llamado *declinación*. Se considera positivo si el punto *A* se encuentra en el hemisferio norte y negativo si está en el hemisferio sur. Asimismo, el punto vernal y *A'* determinan un ángulo con vértice en el centro de la esfera que recibe el nombre de *ascensión recta*. Se toma valores positivos de la ascensión recta en el sentido de giro del Sol por la eclíptica, es decir, hacia el este, justo al revés que la longitud terrestre.

La esfera celeste y el sistema de coordenadas altazimutal

El modelo de universo que se forjaron las civilizaciones agrícolas de Mesopotamia constaba de una gran planicie terrestre circundada por una esfera que contenía las estrellas. Es el modelo que más estrechamente se relaciona con el sistema de coordenadas altazimutal, nombre que le viene del par de ángulos *altura* y *azimut*. De manera más precisa geoméricamente, la planicie se substituye por un plano tangente a la esfera terrestre, cuyo punto de contacto con la misma tiene un par de coordenadas ecuatoriales concreto, y que supondremos dado.

Se construye el sistema de coordenadas a partir de un eje, que será un diámetro de la esfera celeste, y que se tomará como tal la vertical del punto de tangencial de plano horizontal, esto es, donde esté situado el observador. La intersección del eje vertical con la esfera celeste genera dos puntos, el *zenit*, situado sobre el horizonte, y el *nadir*, situado debajo del horizonte. Las circunferencias celestes que pasan por ambos puntos se llamarán *circunferencias verticales* y se pueden considerar generadas por los planos que contienen la vertical. Las generadas por la intersección de planos perpendiculares al eje vertical se llaman *almicantara*. Así por cada punto del cielo pasa un par de circunferencias, una vertical y un almicantaral.

Como en cualquier sistema de coordenadas, en el *altazimutal* debe definirse un punto *O* origen del mismo. Generalmente se elige el *punto norte* o el *punto sur*, como tal. En la construcción de este astrolabio se ha tomado como origen el *punto sur*. Dichos puntos son los de la esfera celeste hacia los que apunta la recta que señala la dirección norte-sur. Es frecuente no reparar en que la dirección norte-sur no apunta a los polos en general, ni a los celestes ni a los terrestres, puesto que es una recta horizontal. De hecho se debe definir como la recta tangente al meridiano local en el punto donde



se encuentre el observador. Su perpendicular horizontal es la dirección este-oeste.

Establecido el origen O del sistema de coordenadas, las coordenadas (*azimut*, *altura*) de un punto P de la esfera celeste se definen de la siguiente manera. Debe trazarse por P una circunferencia vertical, la cual tiene una intersección con el plano del horizonte en un punto P' . El ángulo de forman O y P' desde el centro de la esfera celeste (el observador) es, por definición, el *azimut*, mientras que el que forman el punto P con P' es, por definición, la *altura*. Como es lógico la *altura* se toma positiva por encima del horizonte, y aunque se pueden definir alturas negativas, no es costumbre dado que por debajo del horizonte los astros no son observables. Los valores positivos del *azimut* se toman girando desde el origen en sentido contrario a las agujas del reloj, si tomamos como origen el punto sur, tal como es el caso en este astrolabio.

Proyección estereográfica

El astrolabio plano tenía grabada en una de sus caras una proyección estereográfica de algunas estrellas, del sistema de coordenadas ecuatorial celeste y del sistema altazimutal. Para dibujar en un plano un mapa de un país, por ejemplo, se precisa especificar un sistema de proyección que permita representar en un plano los puntos que se hallan, en realidad, situados sobre una esfera. En el caso de las constelaciones y demás astros, la esfera de la cual se quiere extraer un mapa es la celeste.

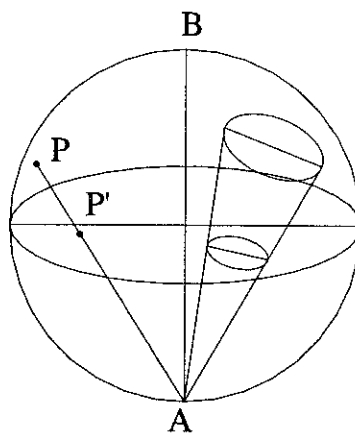
Existen muchos tipos de proyección especializados para la confección de mapas. El problema de cada tipo de proyección es la deformación de las formas geométricas a representar. Los diferentes tipos de proyección se agrupan según como se posicione la superficie plana con relación a la de la esfera. Así la proyección se llama cónica si la superficie plana donde se proyecta la esfera se puede enrollar formando un cono que envuelva la esfera tocándola en una circunferencia tangencial entre ambas superficies. La segunda opción consiste en enrollar la superficie plana formando un cilindro alrededor de la esfera. La circunferencia tangente será máxima en este caso. El tercer tipo de proyección, llamado cenital plana, sitúa la superficie del mapa en un plano tangente a la esfera. La proyección estereográfica es de este último tipo.

Se puede definir la proyección estereográfica del hemisferio norte, por ejemplo, mediante un plano tangente al polo norte. A cada punto de la superficie esférica se le hace corresponder otro, su proyección, situado en el plano tangente al polo norte de modo que estén ambos, el punto dado y su proyección, alineados con el polo sur. En lugar de los polos, que son puntos terrestres derivados de la rotación del globo, podrían igualmente utilizarse cualquier otro par de puntos, para definir la proyección estereográfica, con la

condición de que estén en los extremos de un diámetro de la esfera. En uno de ellos se sitúa el plano tangente del mapa, mientras que el segundo es el origen de todas las rectas que definen la proyección de cada punto de la superficie esférica.

Los astrolabios planos se caracterizan por utilizar la proyección estereográfica, pero en general se toma el plano del ecuador en lugar del plano tangente al polo norte. Lo único que cambia es la escala de la proyección, que por otro lado se puede elegir con total arbitrariedad.

Probablemente se eligió desde sus inicios, para la construcción de



astrolabios, la proyección estereográfica debido a sus propiedades geométricas. La más notable es que una circunferencia cualquiera de la superficie esférica tiene por proyección otra circunferencia, como se demostrará en un apéndice. En general el centro de la primera, que no es un punto de la superficie esférica, no se proyecta en el centro de la circunferencia imagen. Otra observación es que los meridianos, por ejemplo, que son circunferencias que pasan por los polos se proyectan como rectas radiales, que parten del polo norte, si este es el punto de tangencia del plano donde se realiza el mapa.

MATERIAL

Se presentan a continuación las partes del Astrolabio, mostrando similitudes y diferencias entre la versión recalculada y los astrolabios clásicos. Debe observarse, como criterio general, cierta diferencia significativa en el proceso de construcción del instrumento. Los métodos artesanales antiguos requerían efectuar las construcciones geométricas con regla y compás. En la versión recalculada se ha trabajado con procedimientos de cálculo informatizados cuyos resultados se volcaron en entornos de desarrollo con herramientas de CAD. Además cabe destacar que las constelaciones, con el paso de los siglos se modifican ligeramente. El utilizar un catálogo actual se convierte en algo ineludible, desde el punto de vista de la precisión. Por otro lado, también se debe tener en cuenta que la precesión de los equinoccios causa que la posición relativa del conjunto del sistema ecuatorial celeste respecto a las estrellas se modifica con los siglos. Por lo tanto las coordenadas de las estrellas deben ajustarse a su valor actual. Cualquier copia simple de un astrolabio antiguo daría errores en las coordenadas actuales de sus estrellas.

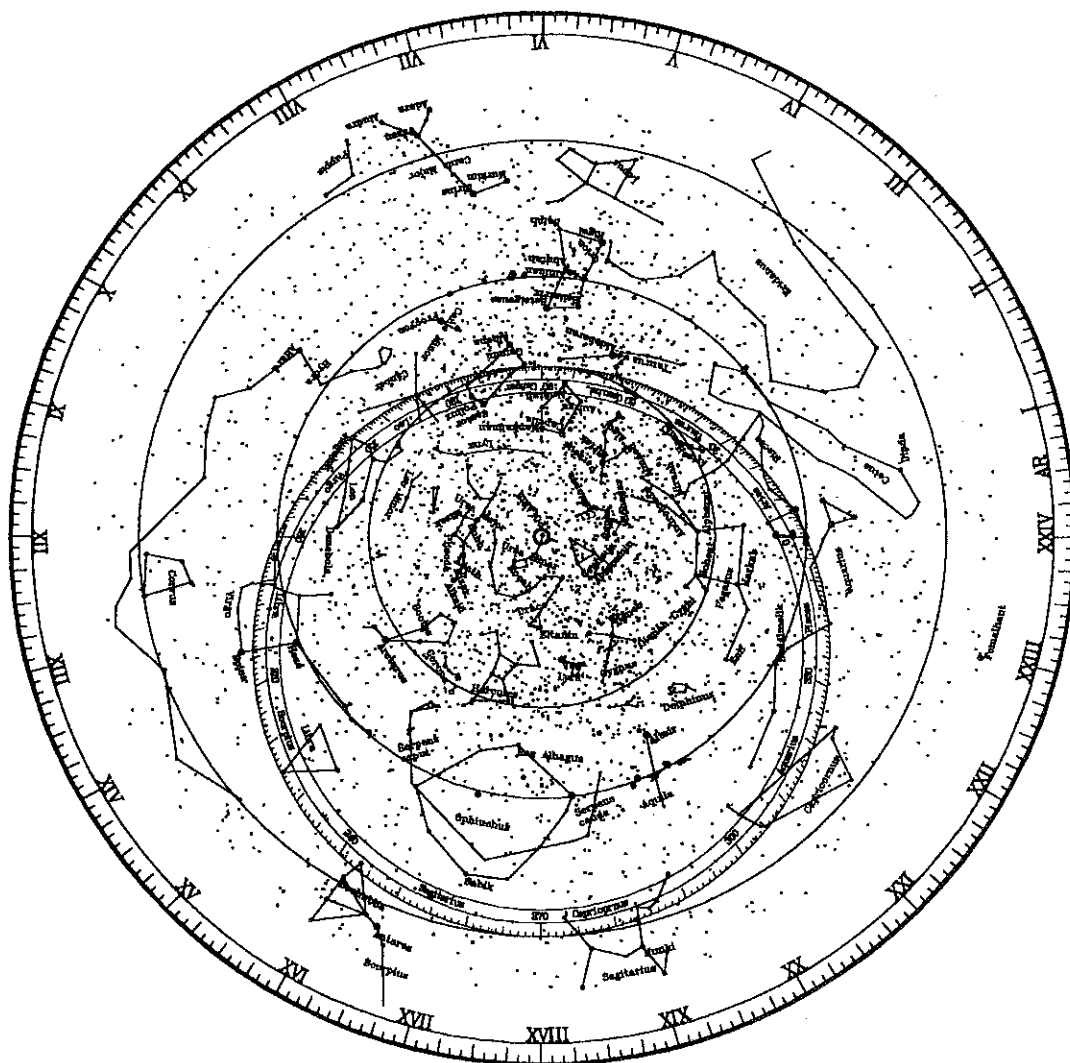
Proyección de las constelaciones

En los astrolabios clásicos la esfera celeste se suponía móvil. Giraba libremente por el polo norte celeste para simular la rotación de la esfera celeste sobre el horizonte. Estaba ahuecada con objeto de permitir la visión de las referencias al horizonte, que estaban constituidas por el sistema de coordenadas altazimutal. Su aspecto parecido a una red de telaraña, le dio el nombre de *red*, y también de *araña*. Solo se representaban entre 20 y 30 estrellas, las más brillantes del hemisferio norte, mediante índices puntiagudos.

La araña contenía además un círculo hueco y excéntrico cuya circunferencia era la proyección de la eclíptica. En su cuerpo se grababan los grados de longitud eclíptica y los signos del Zodíaco. La posición del Sol en la esfera celeste se suministraba en la parte posterior del instrumento mediante un ángulo, la longitud eclíptica. Así quedaba también representada el movimiento, para nosotros aparente, del Sol entre las constelaciones zodiacales.

La lámina de las estrellas y el zodíaco quedaba encajada en el cuerpo de un círculo receptor llamado *madre*, sobre el se montaban todos los elementos móviles y fijos. Un conjunto de inscripciones en el límite de la *madre* permitían calcular las coordenadas de las estrellas y del Sol.

En la versión que presentamos las estrellas se han proyectado mediante técnicas de cálculo informatizadas tomándose del catálogo de la Universidad de Yale. Se han representado las más brillantes que las de magnitud 3, y limitándose a las situadas en una declinación superior a -30° . Las estrellas más brillantes, que sirven de guía para el reconocimiento de las constelaciones, se han unido mediante segmentos rectos, facilitando de este modo el uso del instrumento como guía de campo al estilo de los planisferios celestes. La lámina que las contiene ha perdido el aspecto de red y la movilidad. Su funcionalidad se ha previsto estática, ya que se ha preferido representar la rotación de la Tierra en lugar de la celeste.



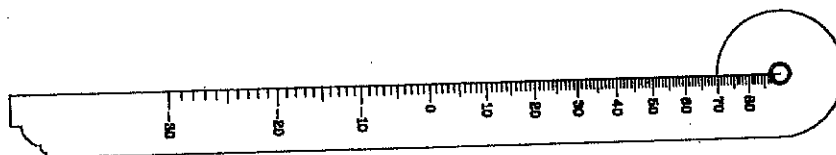
Proyección estereográfica de coordenadas ecuatoriales celestes

En la misma lámina de las estrellas y las constelaciones hemos grabado una circunferencia graduada en 24 horas, con marcas en los cuartos de hora y en los cinco minutos, con sentido de giro contrario al de las agujas del reloj. Mide la ascensión recta AR de los meridianos celestes, no dibujados explícitamente, pero sí representados por una *regleta* móvil que gira alrededor del polo. La dirección de la regla es la de los meridianos, señalando pues los polos radicalmente. Situando la regleta sobre una estrella concreta permite leer directamente su AR sobre la circunferencia graduada.

El semimeridiano cuya AR vale $0h$, o el de $24h$, pasa por el punto vernal, en la intersección ascendente de la eclíptica con el ecuador. Las declinaciones vienen marcadas directamente sobre la regleta, que accede a cualquier punto del mapa de estrellas indicando con facilidad tanto la declinación como la ascensión recta de cualquier astro. Por lo tanto la regleta móvil junto con el círculo de las ascensiones rectas representan de manera completa y simplificada al extremo todo el sistema de coordenadas ecuatorial celeste.

Nosotros hemos representado el ecuador celeste y los paralelos de los trópicos en la misma lámina de la esfera celeste, al contrario de los astrolabios antiguos, que representaban todas estas circunferencias en la lámina del sistema de coordenadas altazimutal.

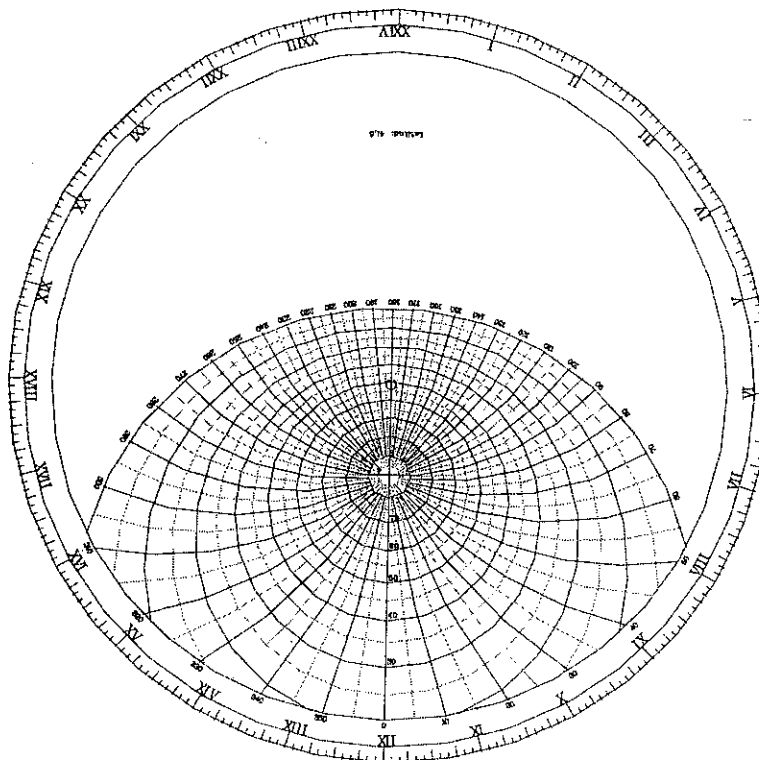
Nosotros hemos representado el ecuador celeste y los paralelos de los trópicos en la misma lámina de la esfera celeste, al contrario de los astrolabios antiguos, que representaban todas estas circunferencias en la lámina del sistema de coordenadas altazimutal.



Proyección estereográfica de coordenadas celestes altazimutales

En los astrolabios antiguos dicho sistema de coordenadas se representaba mediante las circunferencias de la misma altura, los *almicantarals*, y las semicircunferencias con el mismo azimut, las *líneas verticales*. El *almicantaral* de altura nula representaba la línea del horizonte. Las *líneas verticales* deben encontrarse en el *zenit*, que aparece, además, como el límite hacia el que tienden los centros de las circunferencias de las proyecciones de los almicantarals.

Nosotros hemos respetado al completo la forma de proyectar el sistema altazimutal. La única diferencia con los astrolabios antiguos proviene de los materiales. La posibilidad de tener láminas transparentes nos ha posibilitado que dicho sistema gire sobre el mapa de las estrellas, con eje en el polo, obviamente. Este movimiento representa la rotación propia de la



Tierra tal como se observa desde un horizonte dado.

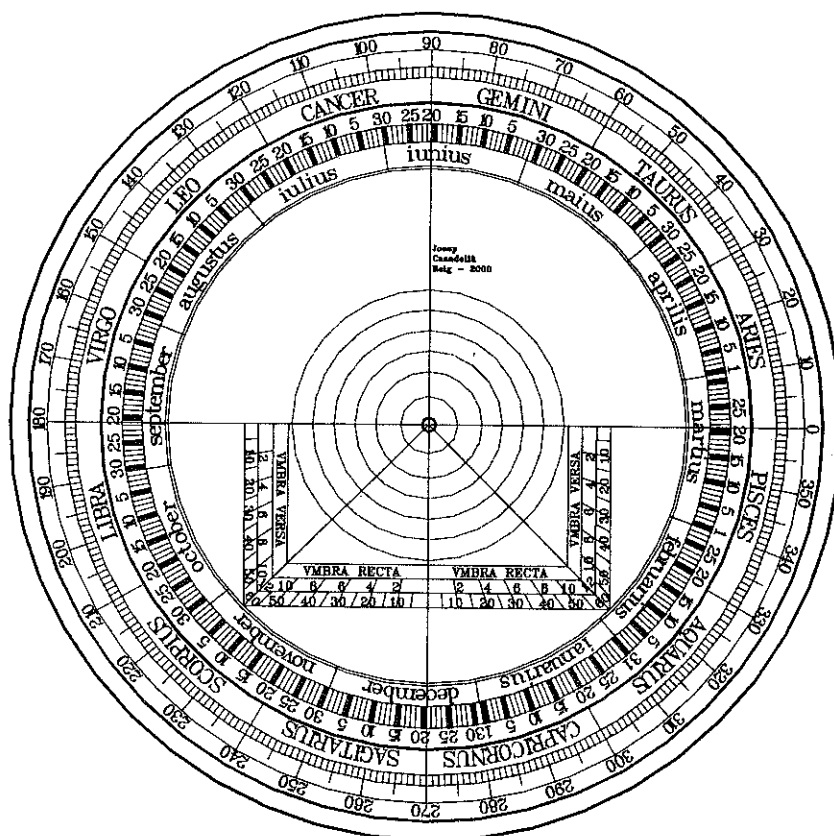
Tierra tal como se observa desde un horizonte dado.

Puesto que lo observable desde un punto cualquiera de la superficie terrestre es solo función de la latitud y de la hora local, los astrolabios deben disponer de distintas láminas que representen proyecciones estereográficas de sistemas altazimutales que cubran diversas latitudes al uso.

Las láminas que representan el sistema altazimutal vienen coronadas por una circunferencia graduada en 24 horas, cuartos de hora y cinco minutos, como en caso de la ascensión recta, pero su sentido de giro es horario. Se utiliza para saber la hora solar local verdadera. Observase que el Sol muestra un movimiento aparente respecto al sistema altazimutal, girando alrededor del eje polar en sentido dextrógiro, a razón de 24h la vuelta. Este es el hecho que permite medir la hora solar local mediante una circunferencia dividida en sectores iguales, puesto que el movimiento de rotación aparente del Sol es uniforme.

El reverso del Astrolabio

En la parte posterior del Astrolabio hay un círculo, el de mayor diámetro de



los que hay, graduado en grados sexagesimales. El cero corresponde a una posición tal que suspendido el instrumento por una anilla provista al efecto como una plomada, el cero y el centro estén alineados con la dirección horizontal. Una regla móvil, la *alidada*, tiene la función de permitir apuntar hacia los astros, cuando el instrumento se suspende a plomo. El ángulo en cuestión señalado por la alidada, mientras apunta al astro, es la altura del mismo, en aquel instante. Así pues, el círculo junto con la alidada constituyen un instrumento de medida de la altura de los astros.

Además contiene, el reverso del Astrolabio, un conjunto de círculos, que representan el zodiaco, con sus doce signos, los 12 meses del calendario Juliano, y un círculo con marcas diarias. Cada marca diaria, alineada con el centro del instrumento por la alidada, señala un ángulo sobre el círculo exterior. Este ángulo corresponde (o debería) con la longitud eclíptica del Sol. Dado que el 21 de marzo, de acuerdo con la reforma Gregoriana de calendario, debe corresponder con el inicio de la primavera, las marcas diarias deben de calcularse de tal modo que ese día se alinee con el cero de la longitud eclíptica.

En los Astrolabios clásicos la construcción de las marcas de los días estaba sujeta a errores debidos a que se desconocía una ley precisa que diera cuenta del movimiento del Sol por la eclíptica. Esta ley fue dada por Kepler, pero interpretando que la Tierra era un planeta, y que era este el que se movía y no el Sol. De todos modos, si la Tierra se mueve en una elipse y sus velocidades se ajustan a la llamada *ley de las áreas* (tiempos proporcionales a áreas delimitadas por radiovectores posición), desde ella debería verse al Sol moverse por la eclíptica en una elipse, y sus velocidades se ajustarían a la ley de las áreas, con foco en la Tierra.

En el Astrolabio que presentamos se han calculado las marcas diarias mediante un programa de cálculo numérico que aproxima las leyes de Kepler mencionadas. Se inicia el cálculo con la posición relativa del Sol en el perigeo. Se obtiene la velocidad angular aparente del Sol en esta posición, que es función de la distancia Tierra - Sol. Con esta velocidad se calcula la posición del Sol en la eclíptica 24 horas más tarde. Se recalcula la velocidad angular aparente, pues habrá cambiado su distancia a la Tierra y se calcula su posición 24 horas más tarde. Este es, en síntesis, el procedimiento recursivo, por el que se han trazado las marcas de los días. Haciendo coincidir el 21 de marzo con el cero de longitud eclíptica quedan determinados el resto de los días del año. Aun y así el método es bastante impreciso al no tener en consideración el cuarto de día que perdemos en cada año no bisiesto.

ACTIVIDADES

1.- POSICIÓN DEL SOL EN LA ECLÍPTICA.

Esta actividad es necesaria para otras, por lo que se presenta primero. Sin embargo tiene entidad propia.

Se requiere saber donde está el Sol en relación con las constelaciones en un día cualquiera del año. Fijado el día concreto, en la parte posterior de Astrolabio se encuentra un calendario, que con la *alidada* (una regla giratoria) se confronta el día con un ángulo, que es la *longitud eclíptica*. Conocida esta, así como el signo del zodiaco en que se encuentra el Sol, se pasa el dato a la parte frontal, donde se representa la eclíptica, con su división angular, y los signos zodiacales.

Mediante la *regleta* indicamos la longitud eclíptica del Sol, la cual nos da de inmediato su declinación y su ascensión recta. Un hecho relevante a destacar es que los signos del zodiaco no coinciden con las constelaciones a que se refieren. Esto es debido a la precesión de los equinoccios.

ACTIVIDADES

2.- HORA DEL ORTO Y DEL OCASO DEL SOL.

Conocida la posición del Sol en la eclíptica se quiere determinar la hora en que sale el Sol y la hora en que va a su ocaso.

Para resolver esta actividad solo se tiene que hacer girar el sistema altazimutal hasta que el punto de la eclíptica en que está el Sol, señalado por la regleta, se sitúe en la línea del horizonte por el lado del este (primer y segundo cuadrantes de los azimut). Entonces la regleta señalará sobre el círculo de las horas, fija a la lámina del sistema altazimutal, la hora solar local verdadera. Esta no coincide con la hora civil debido a cambios sujetos a decisión política, y a la *ecuación del tiempo*, que mide las diferencias entre la ascensión recta real del Sol y la de un punto ficticio ecuatorial llamado *punto solar medio*.

La hora del ocaso se obtendría girando la lámina del sistema altazimutal, de nuevo, hasta que vuelva a situarse el Sol sobre la línea del horizonte, pero por el lado del oeste. La regleta apuntará al círculo de las horas en el punto preciso del acontecimiento.

La diferencia entre la hora del ocaso y la del orto nos indica, para un día concreto, las horas de insolación de aquel día. Puede verse que el máximo de tiempo de insolación se produce en el solsticio de verano y que el mínimo en el de invierno.

ACTIVIDADES

3.- ALTURA MÁXIMA DEL SOL EN UN DÍA CUALQUIERA

Conocida la posición del Sol en la eclíptica podemos ver la trayectoria completa de este sobre el horizonte, desde que sale hasta que se pone. Aumenta de altura por la mañana culminando justo al mediodía. Interpolando entre los almicantarals representados se obtiene la altura aproximada del Sol del mediodía, que es la máxima que alcanzará en aquel día.

ACTIVIDADES

4.- AZIMUT DEL ORTO Y DEL OCASO DEL SOL.

Si preguntamos por donde sale el Sol, es muy probable que obtengamos la respuesta de "por el este". Es fácil ver que casi nunca sale por el Este. El valor concreto del azimut del orto viene descrito por la graduación de la línea del horizonte. En el punto en que el Sol se encuentre con dicha línea por la banda del Este se podrá leer, interpolando en general, el valor de dicho azimut. El este exactamente corresponde a 90° de azimut.

Similarmente el ocaso tampoco se efectúa casi nunca por el oeste exactamente, que corresponde a un azimut preciso de 270° . El Sol en la línea del horizonte indica el azimut por donde se va debajo del horizonte.

Puede observarse que es posible situar los 90° de azimut en el punto vernal, que es la intersección de la eclíptica con el ecuador en su tramo ascendente. En esta posición relativa del conjunto también coincide el punto hiemal, que es la intersección de la eclíptica con el ecuador en su tramo descendente, con los 270° de azimut. Esto corresponde al hecho de que el orto y el ocaso del Sol coinciden con el este y el oeste respectivamente solo en los equinoccios de primavera (Sol en punto vernal) y de otoño (Sol en el punto hiemal), por lo tanto solo dos días al año.

Es interesante fijarse además en los puntos extremos del Sol en la eclíptica, esto es en los dos solsticios. Dependiendo de la latitud los azimuts del orto y del ocaso del Sol en el solsticio de verano estos siempre serán los más cercanos a la dirección norte, indicada por 180° de azimut.

ACTIVIDADES

5.- RELOJ DE SOL DIURNO.

Conocida la longitud eclíptica del Sol determinar la hora solar a partir de la altura del Sol.

Se resuelve la actividad midiendo la altura del Sol, para ello puede utilizarse el reverso con la alidada, y se mueve la lámina del sistema altazimutal de modo que el Sol esté a la altura indicada por los almicantarals. Hay dos posiciones posibles con la misma altura para el Sol, una antes del mediodía y otra posterior, simétrica de la anterior. Debe elegirse la adecuada sabiendo si estamos por la mañana o por la tarde. La regleta nos señalará la hora solar local verdadera sobre el círculo de las horas que limita la lámina del sistema altazimutal.

ACTIVIDADES

6.- RELOJ DE SOL NOCTURNO.

Conocida la longitud eclíptica del Sol determinar la hora solar en una noche despejada.

Para ello se precisa reconocer alguna estrella y medir la altura de una de ellas. Luego se gira la lámina del sistema altazimutal hasta que su altura sea debidamente representada por los almicantarals. También existen dos posibles soluciones, una anterior a la culminación de la estrella y otra posterior. Puede discriminarse entre ambas observando el polo y el meridiano celeste vertical en este momento. Si la estrella está al este del meridiano celeste vertical todavía no habrá culminado. Fijada pues la posición de la estrella sobre el sistema altazimutal, la regleta alineada con la posición del Sol en la eclíptica señalará la hora solar local verdadera.

ACTIVIDADES

7.- HORA DEL ORTO Y DEL OCASO DE LAS ESTRELLAS.

Conocida la posición del Sol en la eclíptica determinar la hora en que una estrella concreta efectúa el orto o el ocaso.

Como en los demás casos la regleta señala la posición del Sol en la eclíptica, luego la estrella objetivo se posiciona en la línea del horizonte del lado del orto o del ocaso, girando la lámina del sistema altazimutal. Fijada la posición la regleta señalará la hora solar local verdadera del acontecimiento.

ACTIVIDADES

8.- CONSTELACIONES VISIBLES EN FUNCIÓN DEL DÍA Y LA HORA.

Se trata de conocer las constelaciones y las coordenadas altazimutales de las principales estrellas de la noche, dados el día y la hora de la observación.

Conocido el día, con ayuda del reverso del instrumento se obtiene la posición del Sol en la eclíptica. Se destaca dicha posición con la regleta y se gira la lámina del sistema altazimutal hasta que la regleta apunte a la hora solar de la observación a realizar. Entonces la circunferencia del horizonte nos circunscribe las estrellas visibles y el conjunto de líneas verticales y almicantarals nos da las coordenadas altazimutales de cada estrella. Además la líneas que unen las estrellas más brillantes del mapa nos ayudan a reconocer las constelaciones, indicándonos su posición relativa a los puntos cardinales, al zenit o a los polos.

ACTIVIDADES

9.- ALTURA DEL POLO Y LATITUD.

Los antiguos navegantes de Grecia definieron la latitud de cada lugar como la altura del polo. De hecho esta era y es la forma de medir la latitud en alta mar por la navegación astronómica.

Para ver que efectivamente la altura del polo indica el ángulo que nos separa del ecuador terrestre solo hay que observar que la colatitud, el complementario de la latitud, es el ángulo que separa el eje polar y la vertical del lugar donde se encuentre el observador. Por otro lado el plano del horizonte es perpendicular a la vertical y la altura del polo será el complementario del ángulo que separa el polo del zenit, o sea el complementario de la colatitud, y por lo tanto la latitud.

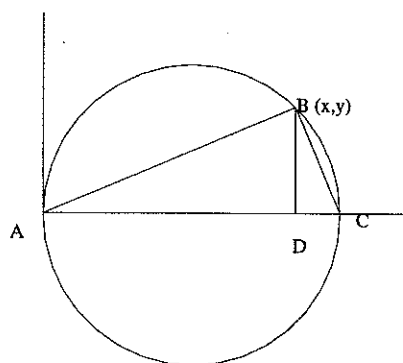
ANEXOS

Matemáticas del Astrolabio

El Astrolabio recalculado nació a consecuencia de la resolución del siguiente problema: *Demostrar que la proyección estereográfica de una circunferencia es también una circunferencia.* Probablemente una formulación muy parecida de este problema hizo nacer los astrolabios en la remota Grecia entre el siglo II i III anteriores a nuestra era. Apolonio de Perga da las bases en su tratado de las secciones cónicas, en el que nos hemos inspirado para confeccionar la demostración requerida.

Se dará por conocido el llamado *Teorema de la altura*, que establece que en todo triángulo rectángulo la altura normal a la hipotenusa divide a esta en dos segmentos cuyo producto es igual al cuadrado de la altura. Se puede utilizar dicho teorema para representar la ecuación de una circunferencia en un sistema de coordenadas cartesiano constituido por una tangente y un diámetro de la misma. Todo punto de la circunferencia tendría un par de coordenadas (x, y) , que indicarían la primera la distancia del punto a la tangente y la segunda la distancia al diámetro que toca a la tangente en cuestión. Si este punto no tiene coordenadas nulas definirá un triángulo rectángulo al unirlo con los extremos del diámetro. Entonces el teorema de la altura indicará una relación entre las dos coordenadas que satisfacen los puntos de la circunferencia.

$y^2 = x(d - x)$ siendo d el valor de la longitud del diámetro.

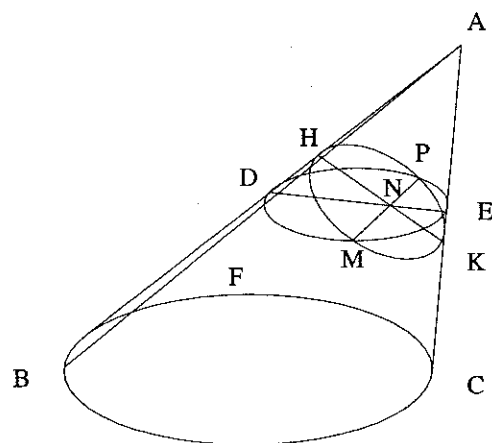


Para la demostración pedida será necesario disponer de lemas previos con propiedades de las secciones cónicas. Un cono oblicuo se define dando un

círculo y un punto exterior al mismo. El conjunto de segmentos que unen la circunferencia del círculo con el punto delimita la superficie del cono.

Cualquier plano paralelo a la base cortará al cono en un círculo, como se puede demostrar con facilidad. Además de los planos paralelos existe otro conjunto infinito de planos, paralelos entre sí pero no paralelos a la base, que también cortan al cono en círculos. Supóngase dado un plano paralelo a la base, el cual determina un círculo *DMEP*. Sea *DE* un diámetro de dicho círculo y *MP* un segmento perpendicular al diámetro delimitado por el círculo, en cuya intersección se encuentra el punto *N*.

Únase el vértice *A* del cono con los extremos del diámetro mencionado,



formando el triángulo *ADE*. Constrúyase un segmento *HNK* dentro del triángulo recién construido, tal que forme un nuevo triángulo *AHK* semejante al *ADE*. Hecho esto, aparecen dos triángulos nuevos, el *DNH* y el *KNE*, que resultan semejantes entre sí. Esta propiedad se ve por el hecho que en el vértice *N* tienen ángulos iguales, y además los ángulos *NEK* y el *NHD* también son iguales entre sí, al ser suplementarios de los *AEN* y *AHN* respectivamente, los cuales son iguales por construcción. Por lo tanto, se puede escribir, a partir de la relación de semejanza,

$$\frac{DN}{HN} = \frac{KN}{EN}$$

Igualando el producto de extremos con el producto de medios y observando que debe cumplirse el teorema de la altura se obtiene que el segmento *NP* satisface

$$NP^2 = HN \cdot KN$$

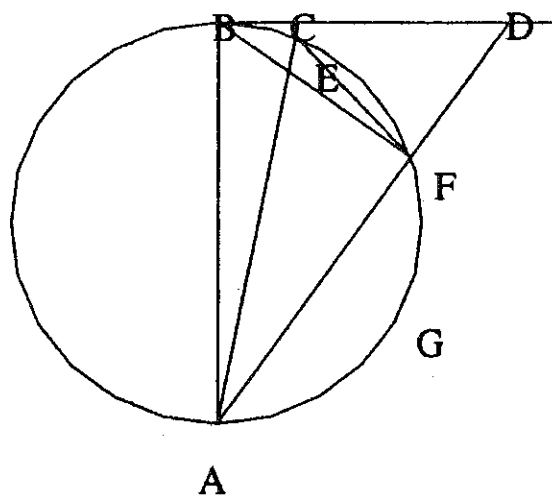
lo cual muestra que el triángulo *HNKP* es rectángulo, y al ser el punto *P* arbitrario en su circunferencia, se demuestra que la figura *HMKP* es una

circunferencia. Cualquier plano paralelo a este círculo generaría nuevas intersecciones cónicas circulares.

ANEXOS

Proyección estereográfica de una circunferencia

Supóngase dada una esfera, un diámetro AB , un plano tangente a la esfera en B y una circunferencia sobre la superficie de la esfera. Constrúyase un cono con vértice en A mediante rectas que, sobrepasando dicha circunferencia interseccionen con el plano tangente a la esfera. Se trata de ver que dicho cono tiene una intersección circular con dicho plano tangente. El plano que contenga el diámetro de la esfera y el centro de la circunferencia dada, determinará una circunferencia máxima ABG sobre la superficie de la esfera, la cual cortará la circunferencia dada en los puntos E y F , extremos de un diámetro de la misma. El punto E se proyectará en C y el F en D . Para demostrar que CD es un diámetro de una circunferencia sólo tenemos que demostrar que los triángulos AEF y ACD son semejantes. Tienen un ángulo común con vértice en A . Podemos demostrar que los ángulos ADB y AEF , por ejemplo, son iguales de la manera que sigue. AEF es igual a ABF puesto que tienen vértice en la circunferencia y subtienden el mismo arco AGF . Luego, al ser F un punto de la circunferencia máxima de la esfera determinará con los extremos del diámetro de la misma un triángulo rectángulo. De donde el ángulo ABF será complementario del BAF . Al ser el triángulo ABD también rectángulo y, por consiguiente, también el ángulo ADB será complementario del BAD o BAF . En conclusión el ángulo ADB , o ADC , es igual a ABF , y éste igual a AEF , como se quería demostrar.



ANEXOS

Breve historia del Astrolabio

Según explica J. Itard en la *Historia general de las Ciencias*, al referirse a la proyección estereográfica, es altamente probable que esta fuera inventada por el propio Apolonio de Perga. En su tratado de las secciones cónicas desarrolla las proposiciones necesarias para ello. Incluso considera, el mismo autor, como muy probable que fuera el mismo Apolonio quien mandara construir el primer Astrolabio. Basa sus afirmaciones en comentarios de Vitrubio (I ac), arquitecto e ingeniero romano, que hizo referencia a las obras científicas y técnicas de los griegos. Vitrubio consideraba que se había de atribuir a Apolonio la invención de un reloj solar llamado *araña*. Puesto que la proyección estereográfica de las estrellas se llamaba asimismo *araña*, y junto con el resto del Astrolabio, funcionaba también como reloj solar, no es descabellado pensar que Vitrubio estaba hablando en realidad del Astrolabio y de su inventor.

La Astronomía islámica heredó de los griegos esta ciencia, sus métodos y sus instrumentos. Desarrollaron tratados de construcción de astrolabios, puesto que les era muy útil para resolver problemas de cálculos astronómicos. El más antiguo Astrolabio que se conserva, está en el Museo Nacional de Kuwait. Es del siglo X y fue construido por un astrónomo llamado Nastalus. Del mismo siglo son también los manuscritos del Monasterio de Ripoll, traducidos del árabe, de los que el catalogado con el número 225, es un manual de instrucciones para construir un astrolabio.

Los tratados de Astronomía y del Astrolabio tuvieron su punto culminante en España en el siglo XIII con Alfonso X y sus *Libros del Saber de Astronomía*. Inglaterra y su universidad de Oxford tomaron el relevo a España e introdujeron a Europa los Astrolabios.

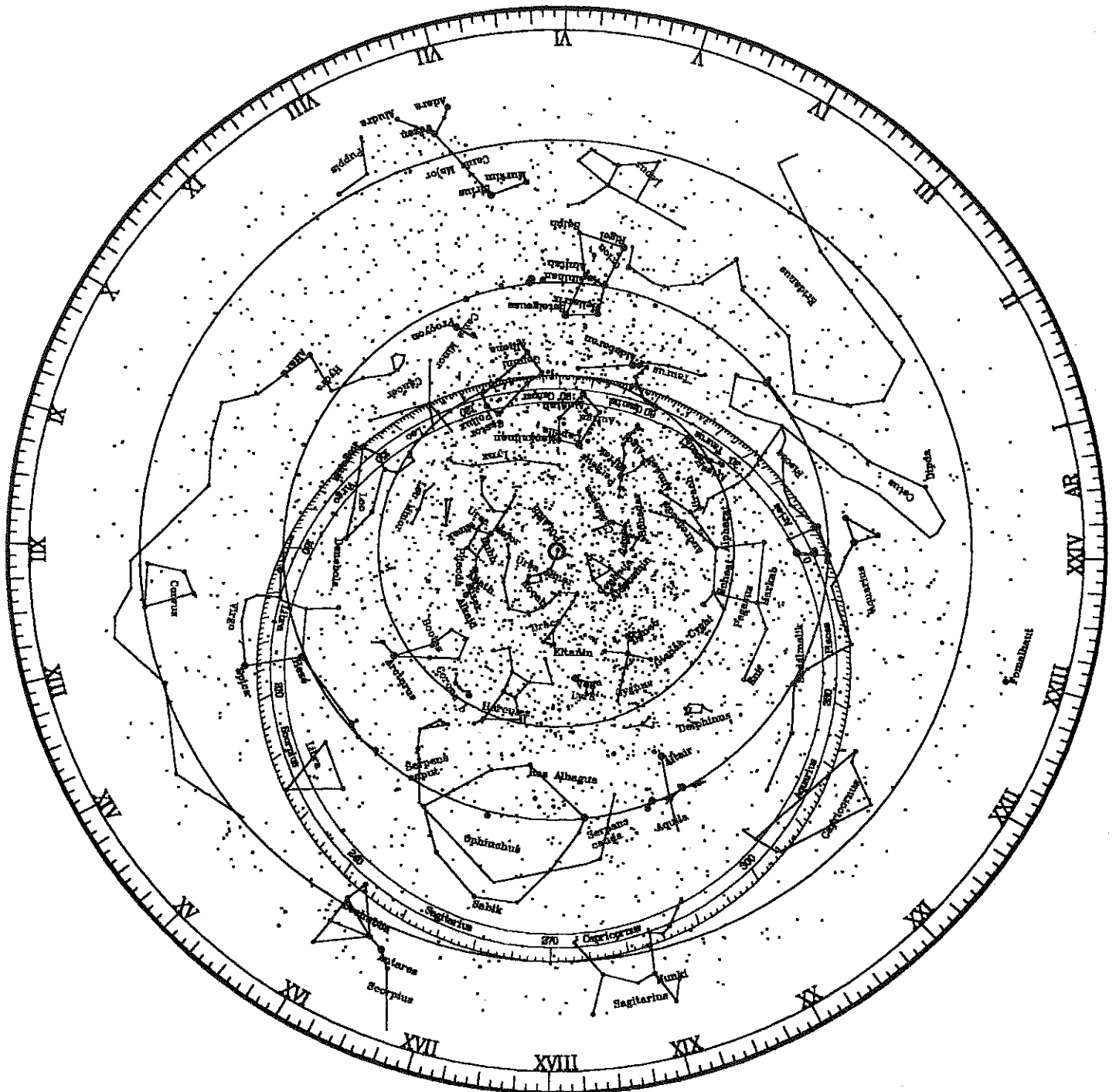
La aparición de instrumentos ópticos para la navegación, en especial el sextante, apartaron al Astrolabio náutico de sus funciones de instrumento de navegación. En la actualidad se podría considerar que los planisferios son sus herederos, aunque simplificados y desprovistos, quizás, de la majestuosidad de aquellas piezas de artesanía que supieron sintetizar con enigmática maestría la sabiduría y la belleza preservadas de culturas milenarias.

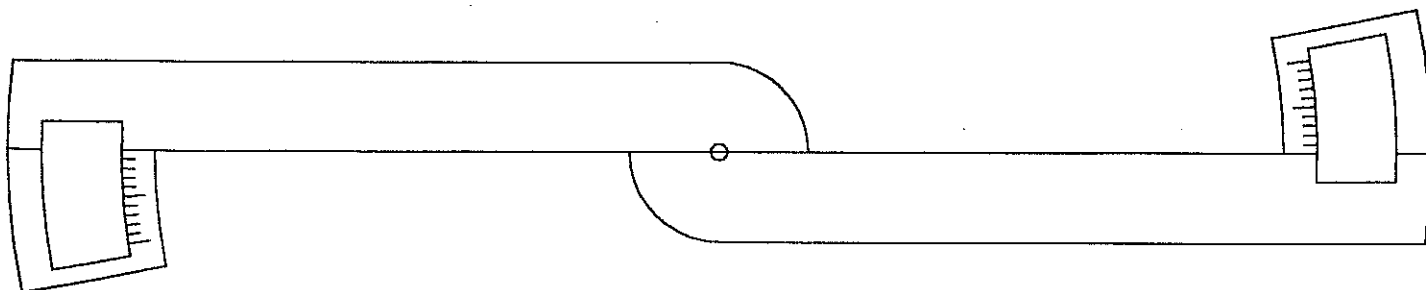
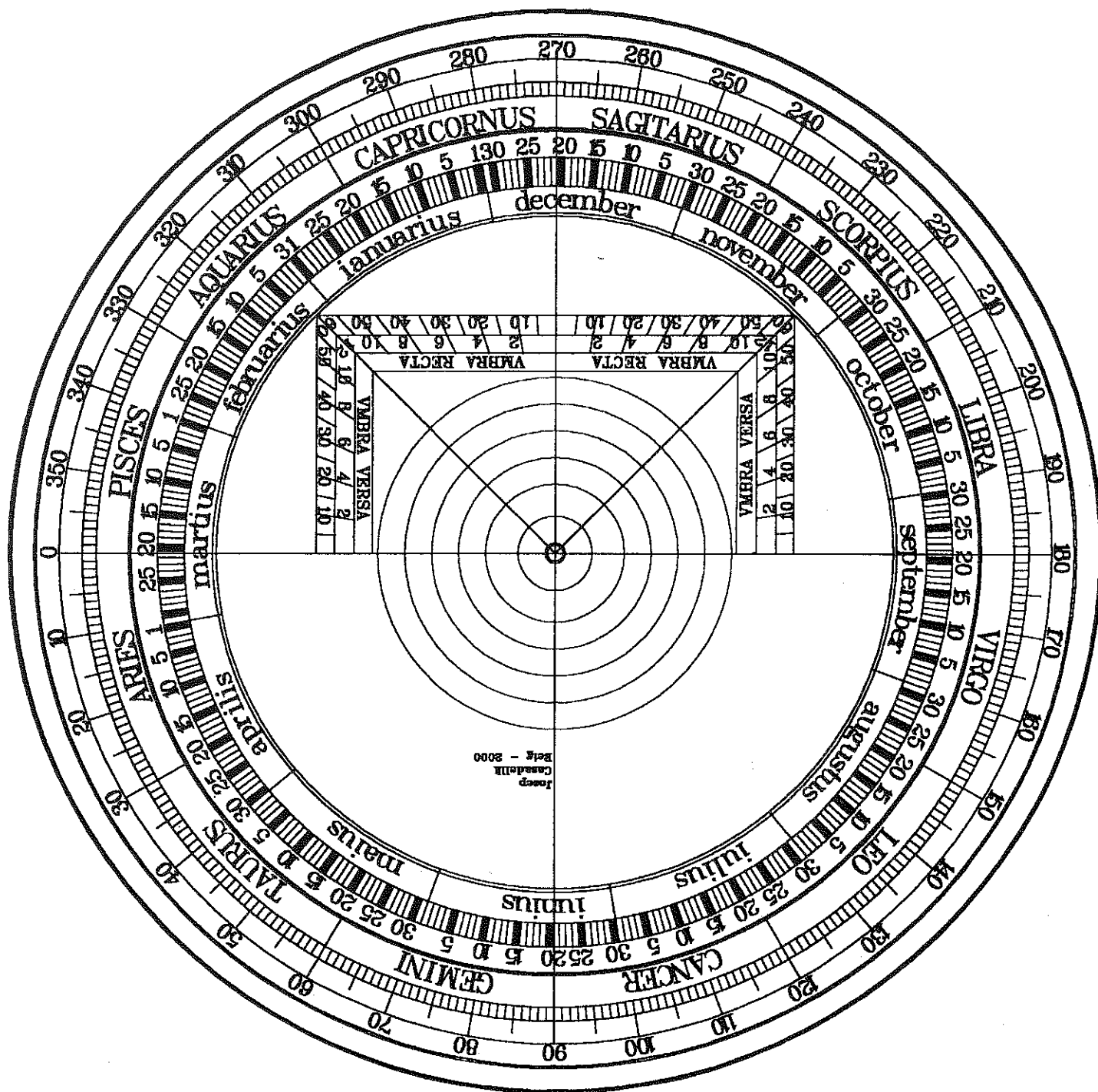
MONTAJE DEL RECORTABLE

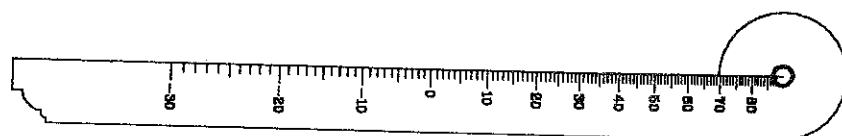
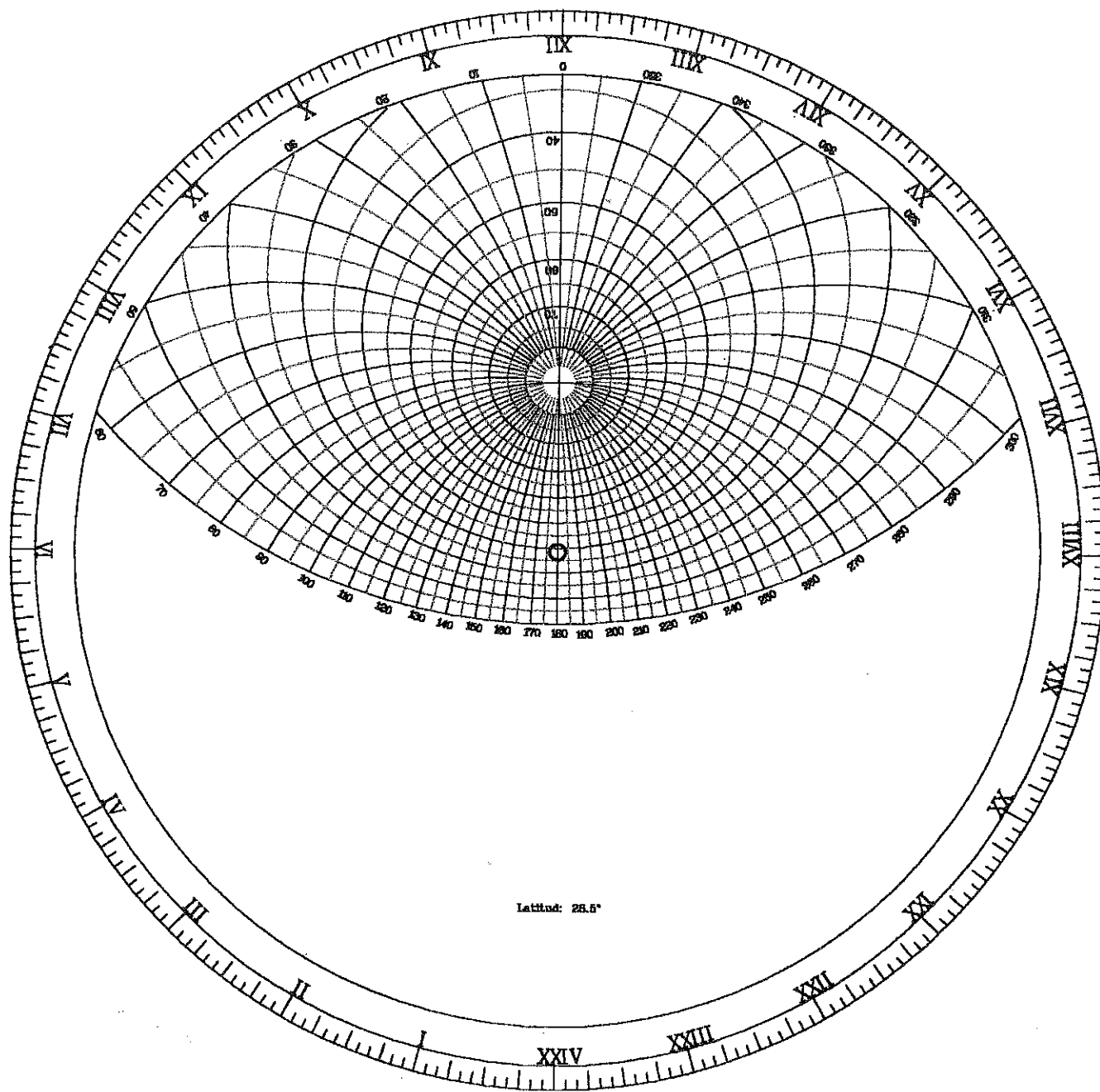
Las partes móviles del astrolabio deben girar sobre un eje. Este puede construirse con la ayuda de un remache tubular de dos piezas para ropa. Se venden en cajas junto con un cilindro que permite efectuar agujeros en distintos materiales, con el diámetro ajustado a los remaches.

Las partes fijas necesitan de cierta rigidez, que se puede conseguir pegándolas con cola sobre una superficie dura, por ejemplo de cartón. Se debe proceder, en este supuesto, de la siguiente manera:

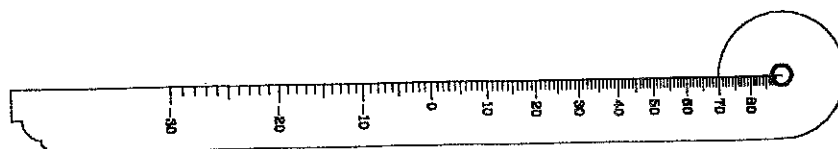
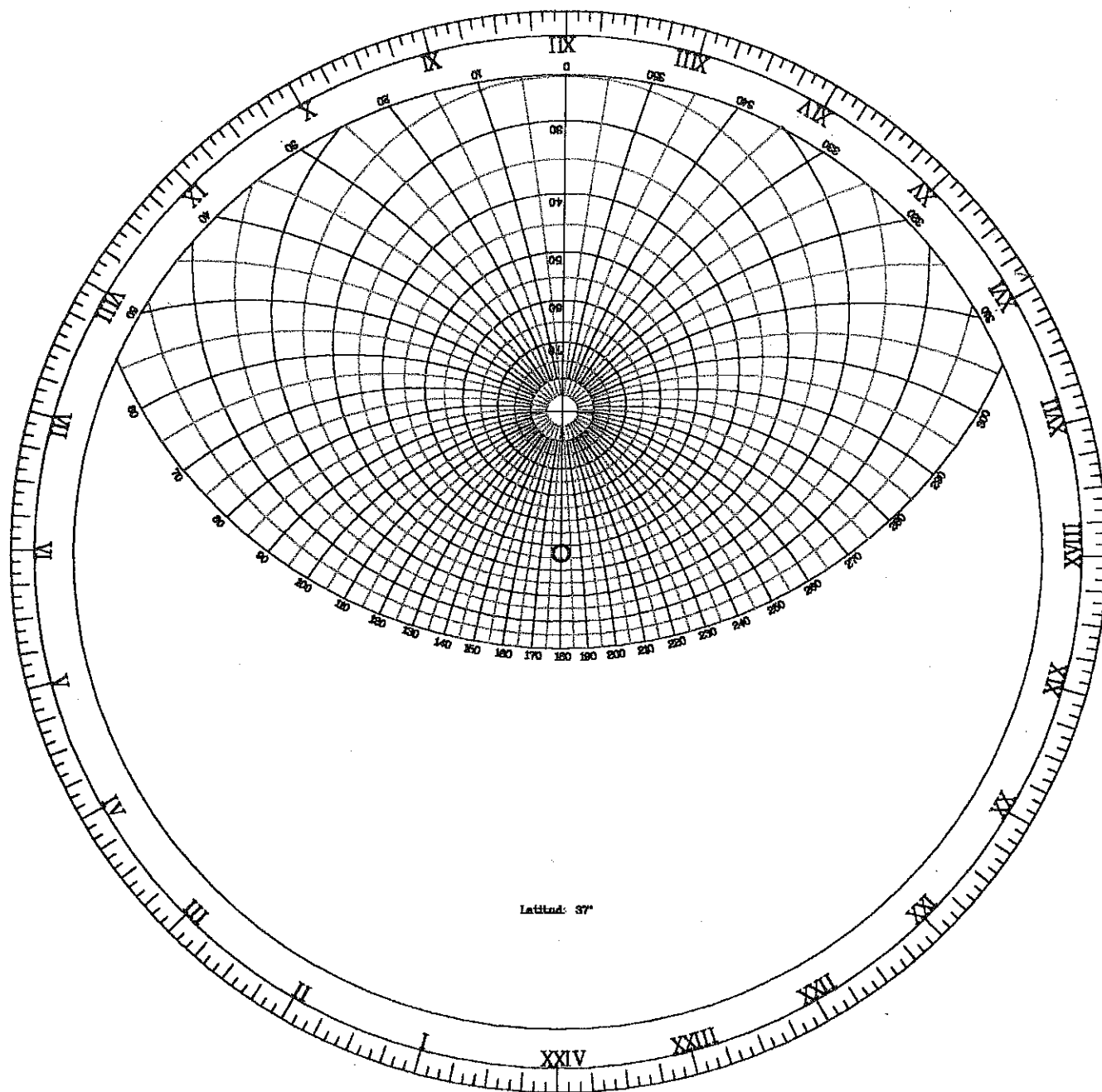
1. Marcar una circunferencia de diámetro ligeramente mayor que el círculo del astrolabio sobre el cartón que servirá de soporte, con la ayuda de un compás.
2. Perforar el centro del círculo de cartón con la herramienta de los remaches.
3. Perforar las partes del astrolabio: las dos reglas, el mapa de las constelaciones, las láminas con los sistemas altazimutales (quizás solo el apropiado a la latitud de uso) y el reverso, en el que figuran el calendario, signos zodiacales y longitud eclíptica.
4. Colocar la base del remache en la pieza soporte y después de encolar el mapa de las constelaciones pegarlo al soporte, centrándolo con la ayuda del remache.
5. Encolar el reverso, invertir el remache y pegar ayudándose en el eje para que quede la lámina debidamente centrada.
6. Una vez secadas las láminas encoladas se procede al montaje definitivo. Sobre la base del remache se colocan la regla del reverso, el disco con el reverso hacia abajo, luego la regla marcada con las declinaciones y finalmente el disco transparente con el sistema altazimutal. La tapa del remache se inserta sobre su base. En algunos modelos la tapa entra a presión y permitiendo abrir y cerrar el montaje a voluntad. Esto resulta muy positivo porque permite cambiar el sistema altazimutal, adaptándose el instrumento a la latitud de observación y uso. En otros casos para fijar la tapa debe golpearse con una herramienta adjunta con la caja de remaches, que acostumbra a dejarla fija.



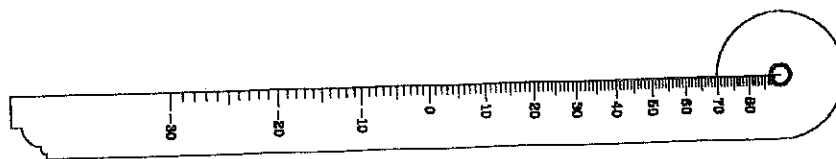
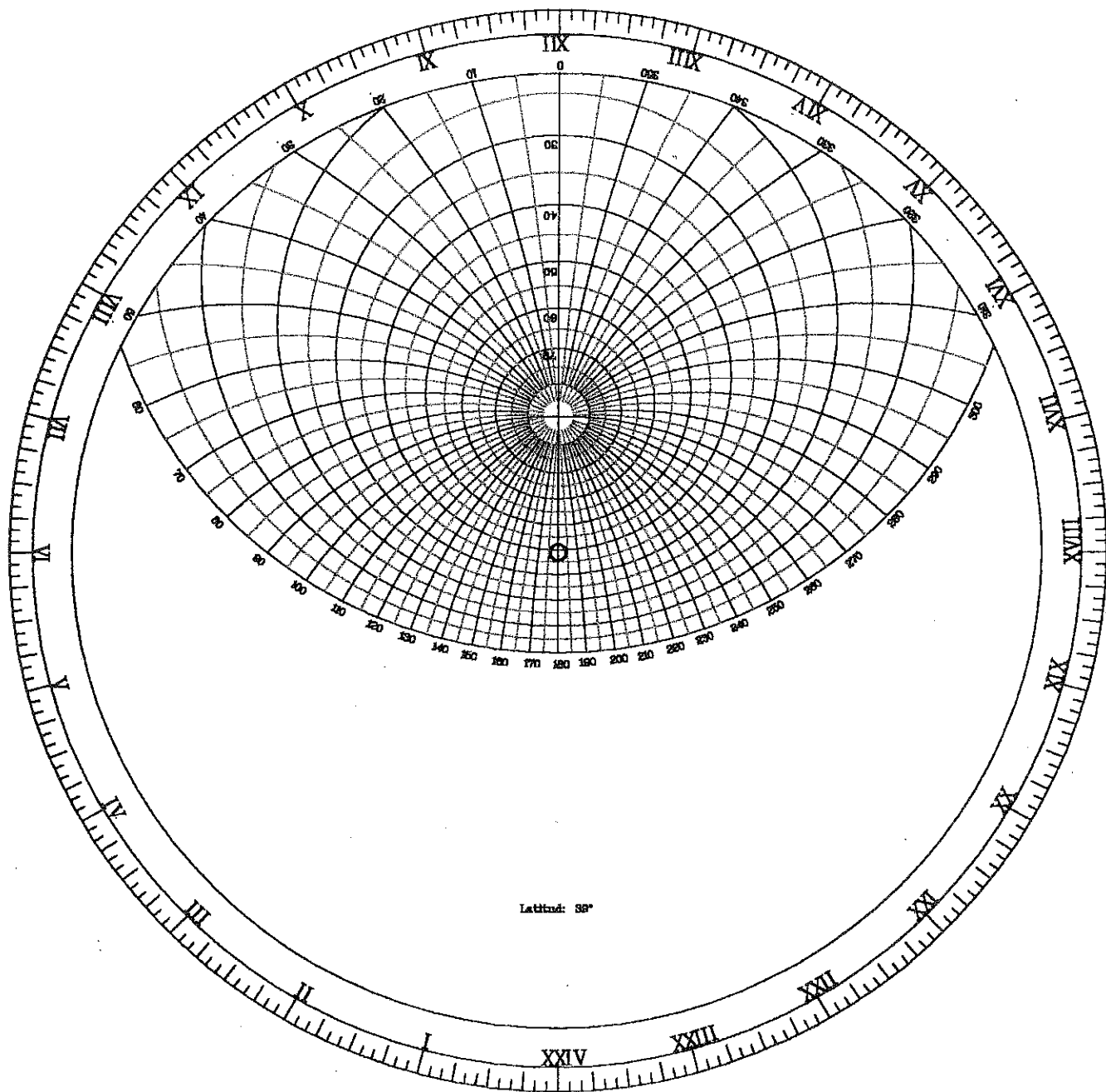




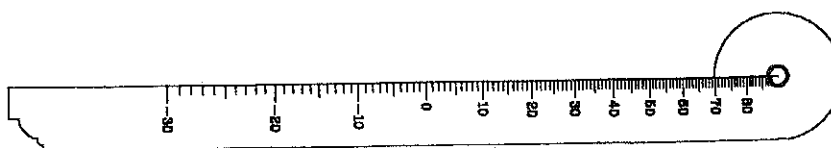
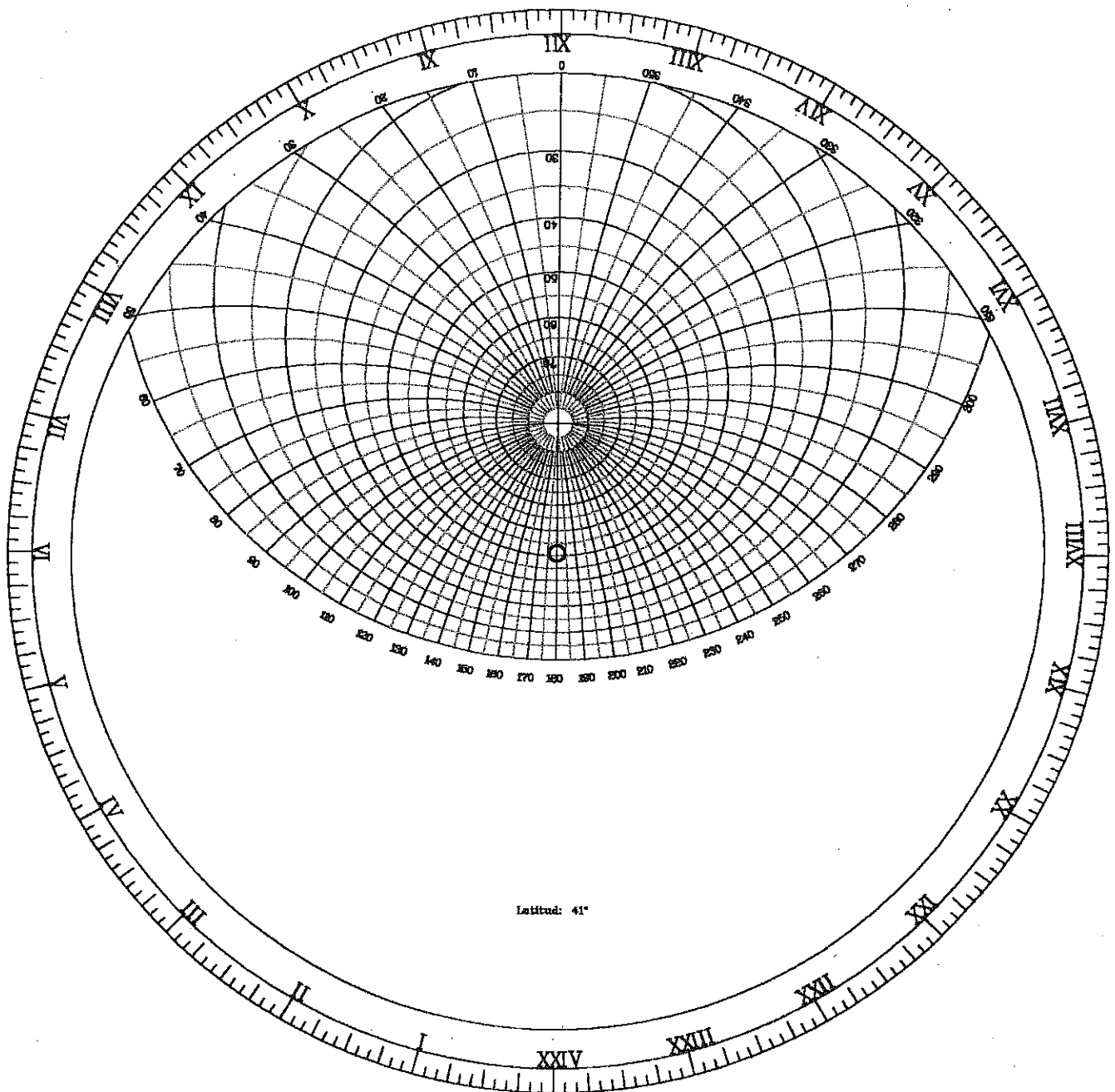
FOTOCOPIAR SOBRE TRANSPARENCIA



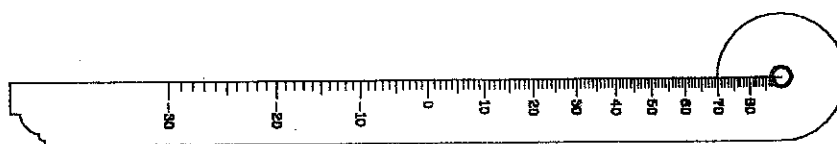
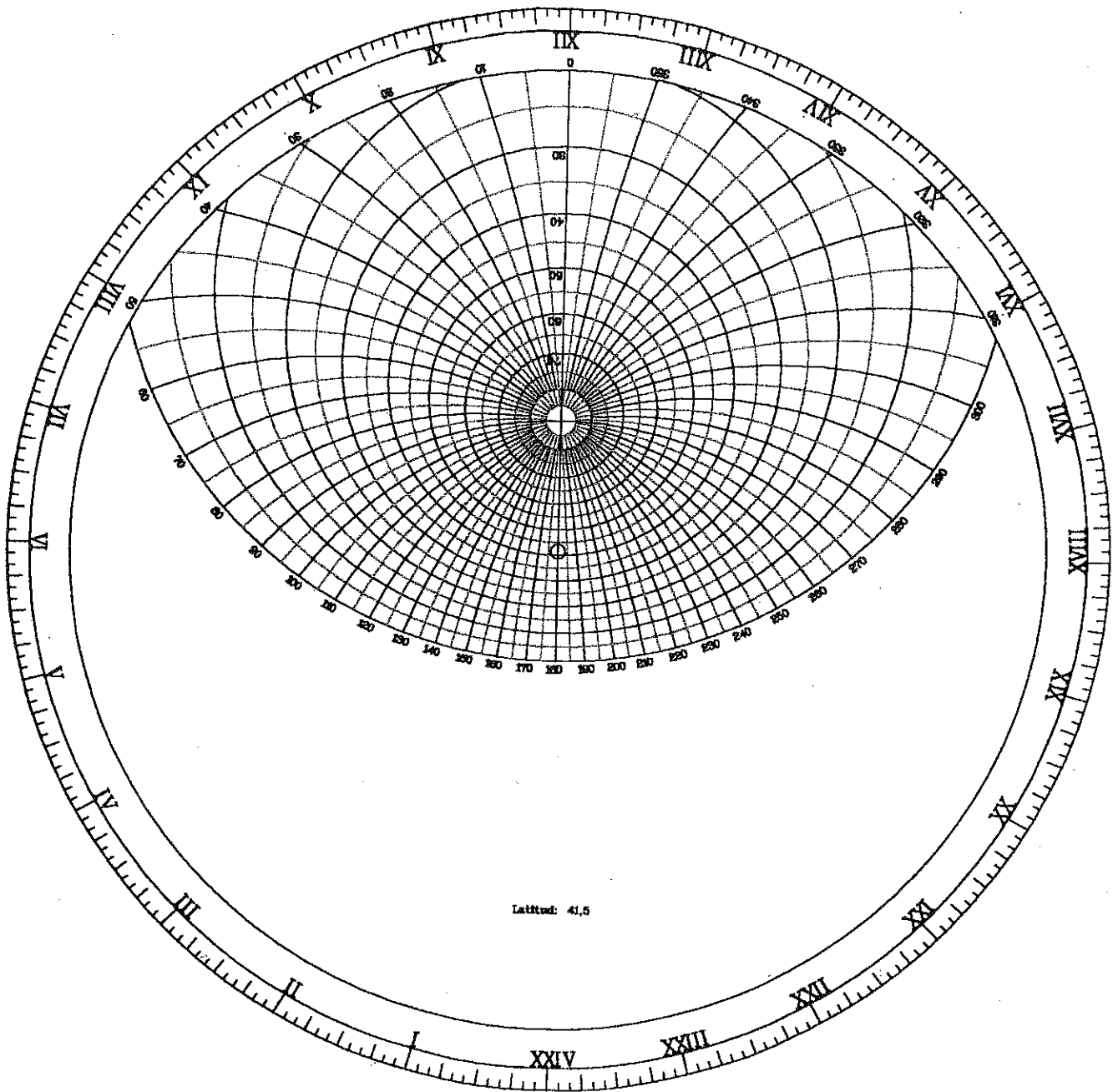
FOTOCOPIAR SOBRE TRANSPARENCIA



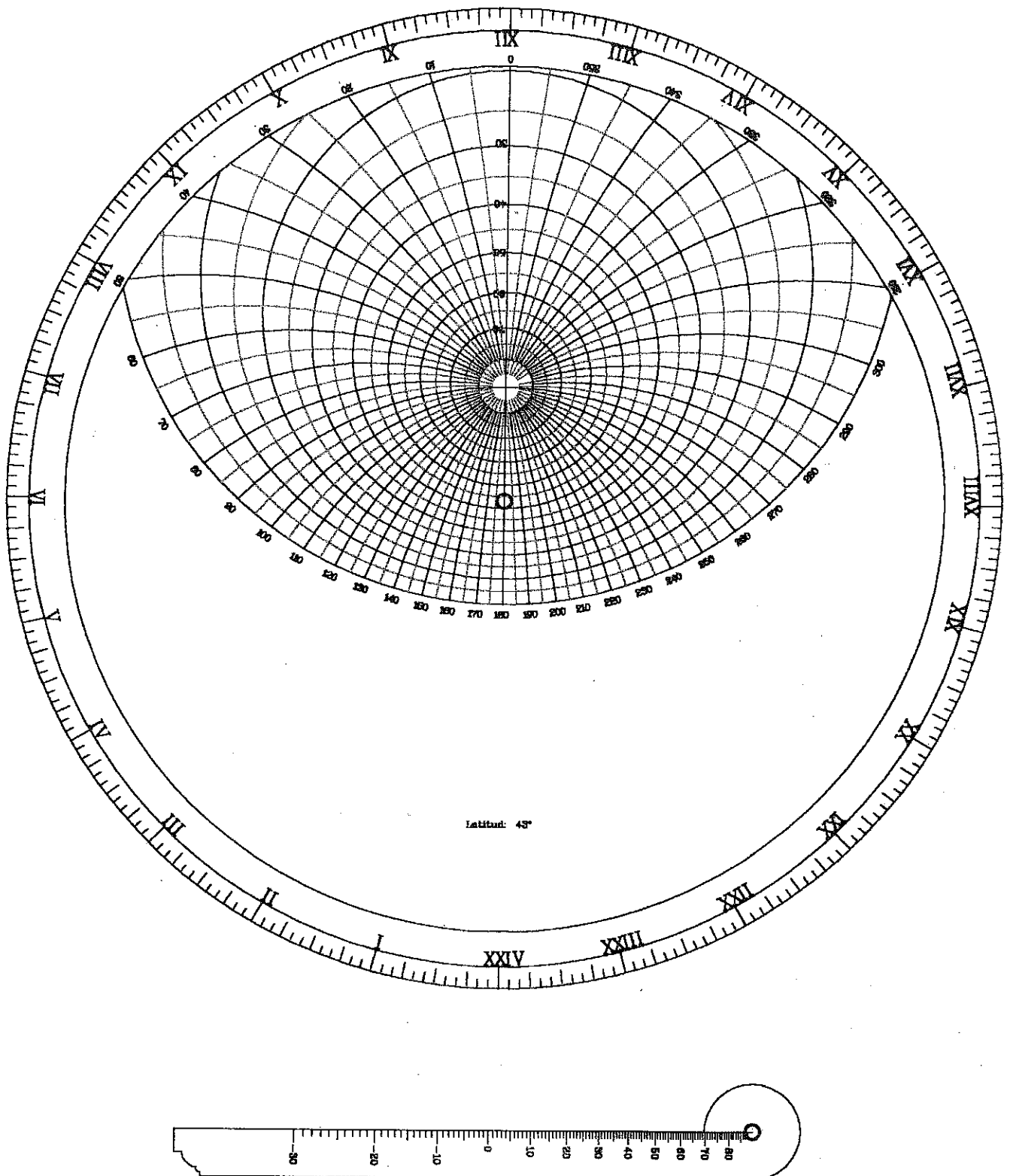
FOTOCOPIAR SOBRE TRANSPARENCIA



FOTOCOPIAR SOBRE TRANSPARENCIA



FOTOCOPIAR SOBRE TRANSPARENCIA



FOTOCOPIAR SOBRE TRANSPARENCIA

BIBLIOGRAFÍA

- J. Arabás, D. Bosch, *L'Astrolabi Pla: Guia per a la seva Construcció*, Institut de Ciències de l'Educació, Universitat Politècnica de Catalunya., 1987.
- S. García-Franco, *Catálogo Crítico de los Astrolabios existentes en España*, Instituto Histórico de Marina, 1945.
- O. Gingerich, *Astronomía Islámica*, Investigación y Ciencia, 11, p.86-95, 1986.
- R.T. Gunter, *The Astrolabes of the World*, Oxford University Press, 1932
- R. Martí, M. Viladrich, *L'Astrolabi: Aportació Àrab*, tesi doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona, 1982.
- J. Samsó, *La Astronomía de Alfonso X*, Investigación y Ciencia, 99, p. 90-103, 1984
- *Historia General de las Ciencias*, 5 vol., Ed. Destino, 1985.



ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados. También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente colección.

Más información en www.apea.es

