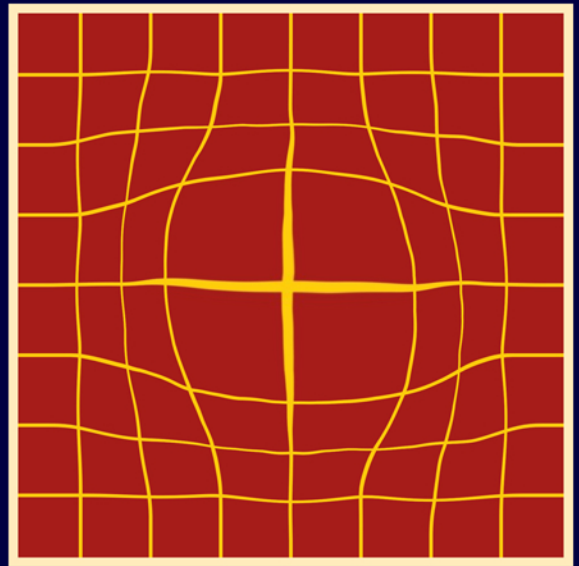


Las Gafas del Universo

Rosa M. Ros



Publicaciones de ApEA nº 15

Las Gafas del Universo

Rosa M. Ros

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

No. 15 (Secundaria) - Junio 2008

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

Dirección:

Rosa M. Ros (Vocal Editora de Publicaciones de ApEA)
Edición de 2008

Comisión de redacción:

Esteban Esteban
Simón García
Ederlinda Viñales
Antonio R. Acedo del Olmo

Edita: Antares Producción & Distribución, S.L.
ISBN: 978-84-936137-6-1

AUTORA



Rosa M. Ros

Rosa M. Ros es Licenciada en Matemáticas y Doctora en Física por la Universidad de Barcelona. Catedrática de Escuela Universitaria en el Departamento de Matemática Aplicada 4 de la Universidad Politécnica de Cataluña. Vicepresidenta de la Comisión de Enseñanza y Desarrollo de la IAU (International Astronomical Union), Vicepresidenta de la EAAE (European Association for Astronomy Education), Chair del Panel de Enseñanza y Divulgación de ASTRONET (red de Agencias internacionales europeas que incluye ESA y ESO), Chair de las ESO-EAAE Summer Schools y miembro fundador de ApEA.

Índice

Presentación	7
Objetivos	9
Como actúan las lentes gravitacionales	11
Algunos ejemplos de observación	14
Actividades	16
1. Simulación de la deformación del espacio con un pedazo de tela	16
2. Comparación de gafas miopes y hipermétropes	17
3. Simulación de una lente gravitacional por una copa llena	18
4. Simulación de una lente gravitacional por un pie de copa	21
5. Simulaciones de lentes gravitacionales en Internet	23
Aproximación geométrica	23
Ángulo de desviación según Newton	23
Ángulo de desviación según Einstein	24
Ángulo de desviación característica y posición de la lente	25
Radio de Einstein	26
Ejemplos numéricos	27
1. Repitiendo el cálculo del eclipse solar de 1919	27
2. “Microlensing”, “Macrolensing” y Radio de Einstein	28
3. Primer planeta extrasolar detectado por “microlensing”	29
4. Casi perfecto anillo de Einstein por “macrolensing”	31
Soluciones de los ejemplos	33
1. Repitiendo el cálculo del eclipse solar de 1919	33
2. “Microlensing”, “Macrolensing” y Radio de Einstein	33
3. Primer planeta extrasolar detectado por “microlensing”	34
4. Casi perfecto anillo de Einstein por “macrolensing”	35
Bibliografía	37

Presentación

La historia de las lentes gravitacionales empezó en 1915 con los trabajos de Einstein sobre la teoría de la relatividad general. En mismo Einstein propuso tres pruebas empíricas para verificar la nueva teoría. La más famosa fue la desviación de la luz de las estrellas rozando el limbo del Sol. La teoría newtoniana clásica predice que la luz se desvía una cierta cantidad debido al campo gravitacional solar, pero Einstein escribió: *la mitad de esta desviación es producida por el campo newtoniano de la atracción del Sol, y la otra mitad por la modificación geométrica (la curvatura) del espacio causado por el Sol (*)*. Durante el eclipse solar de 1919, Eddington confirmó la predicción de Einstein.

En 1936 Einstein publicó otra vez un cálculo corto sobre el tema que muestra que si dos estrellas a distancias diferentes estuvieran exactamente coincidentes en el cielo, la imagen de la más lejana formaría un anillo. Él predijo que una estrella situada en un primer plano podría magnificar la imagen de una estrella del fondo estelar. Pero era escéptico respecto a que esta ilusión pudiera ser vista jamás. Y lo consideró demasiado improbable como para tener un interés práctico.

No fue hasta 1979 que los astrónomos vieron realmente la evidencia de las lentes gravitacionales. El estudio de estas lentes puede ser considerado todavía como una joven ciencia observacional.

Algo que posee masa puede actuar como un lente; no es necesario que emitir luz ella misma. De ahí que las lentes gravitacionales puedan ayudar a los astrónomos a elaborar un mapa de la materia oscura invisible del universo. Los lentes de gravitación pueden probar también la estructura interna de cúasares, mostrar agujeros negros y detectar exoplanetas de masa similar a la terrestre.

Este trabajo pretende hacer llegar de forma atractiva y amable este tema a la escuela promoviendo una serie de experiencias sencillas y algunos ejercicios que sirven para dar la referencia numérica al tema.

Objetivos

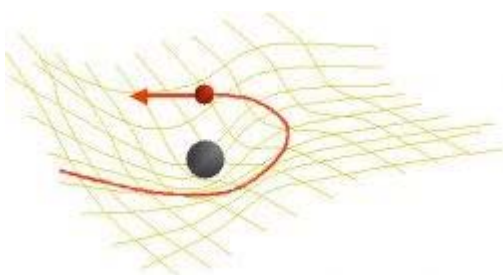
Normalmente las escuelas de secundaria presentan un conjunto de contenidos e incluso experiencias relacionadas con la astronomía de la antigua Grecia y el renacimiento. También es posible que se presenten algunos temas y actividades astronómicas correspondientes al siglo XIX, pero no es común introducir conceptos actuales de astronomía.

El principal objetivo de esta publicación es la de presentar algunas experiencias relacionadas con lentes gravitacionales por medio de simulaciones de ordenador y por el uso de simples copas de vidrio, material barato y fácil de conseguir para los profesores de escuelas e institutos de secundaria.



Como actúan las lentes gravitacionales y sus consecuencias

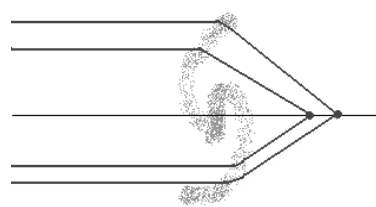
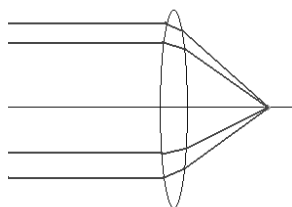
La luz siempre sigue el camino más corto posible entre dos puntos. Pero si una masa esta presente, el espacio se curva, y entonces el camino mas corto posible es una curva como se puede ver en la figura 1a. Esta idea no es difícil para los estudiantes. Realmente podemos mostrárselo sobre un globo terrestre (figura 1b). Evidentemente ellos pueden entender que sobre la superficie de la Tierra las distancia se entre dos puntos son siempre según una curva.



Figuras 1a y 1b. Si el espacio esta curvado, el camino más corto entre dos puntos es una curva.

En general, podemos imaginar las lentes gravitacionales como una lente ordinaria, pero en este caso la desviación de la luz producida por la masa substituye el fenómeno de la refracción de las lentes. La más importante diferencia es que una lente convexa ordinaria tiene un punto focal bien definido y una lente gravitacional no.

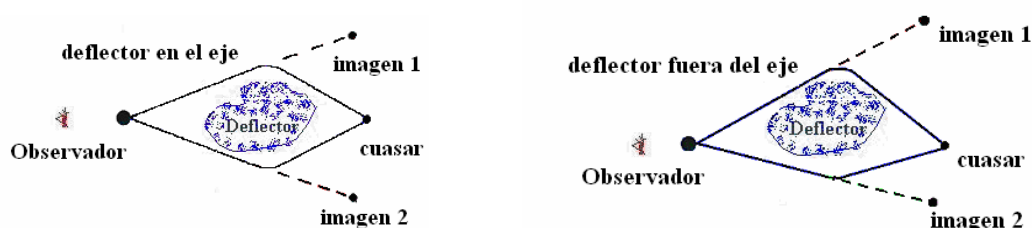
- **Para una lente convexa ordinaria**, la luz próxima al borde de la lente es desviada más que la luz próxima al eje óptico. Así la lente enfoca los rayos paralelos en un punto: el foco (figura 2a).
- **Para una lente gravitacional**, la luz próxima el borde es desviada menos que la luz cerca del centro. Entonces, la lente enfoca la luz en una línea próxima a un punto (figura 2b). Este hecho introduce diversas distorsiones en las imagines que muestran las siguientes secciones.



Figuras 2a y 2b. Las lentes convexas convencionales enfocan los rayos paralelos de luz hacia un punto: el foco. Las lentes gravitacionales enfocan la luz en una línea en lugar de un punto.

Esencialmente las lentes gravitacionales producen una curvatura en los rayos de luz. En consecuencia los objetos parecen estar en un lugar diferente y aparecen magnificados. Como no son lentes perfectas, ya que no tienen un foco puntual, las imágenes que producen están deformadas. Pueden generar arcos brillantes o imágenes múltiples de un objeto. A continuación se clasifican algunos de estos fenómenos.

- **Cambio de posición.** La desviación da lugar a una aparente localización de la estrella, galaxia o cuasar en el cielo. (figuras 3a y 3b)



Figuras 3a y 3b. Las lentes gravitacionales cambian la situación aparente de la estrella, galaxia o cuasar.

- **Magnificación.** Para una lente normal, la desviación y el enfoque de los rayos de luz afecta el brillo aparente de la estrella o del cuasar del fondo de cielo. Algunos observadores han medido ampliaciones de más de 100 veces. Realmente el deflector actúa como un lente normal.
- **Deformación.** Si la luz del cuerpo desviado es una galaxia, un cúmulo u otro objeto astronómico intenso (es de decir una estructura no puntual), las imágenes obtenidas son un conjunto de los arcos del brillo que parecen casi-círculos con más o menos el mismo centro. En algunas ocasiones especiales, si el sistema de lente es perfectamente simétrico, los rayos convergen y la imagen resultante es un anillo (figura 4). Si la luz del cuerpo desviado es una estrella, un cuasar o una fuente puntual, las imágenes obtenidas permanecen como puntos.

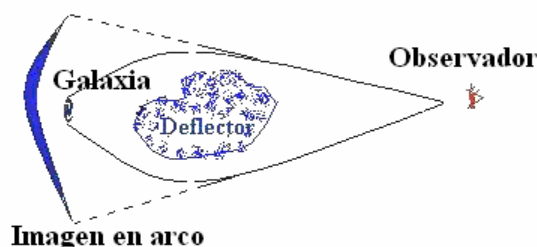


Figura 4: Si el cuerpo desviado es un objeto extendido, las imágenes obtenidas son un conjunto de arcos brillantes que parecen a casi-círculos con más o menos el mismo centro. Si el sistema de lente es perfectamente simétrico, los rayos convergen y la imagen resultante es un anillo.

- **Multiplicación.** Cuando los lentes gravitacionales no son perfectos, los más fuertes pueden producir imágenes múltiples. (figura 5).



Figura 5. Como los lentes gravitacionales no son perfectos, los más fuertes pueden producir imágenes múltiples.

Algunos de estos efectos pueden repetirse con una simulación (figuras 6a y 6b).



Figuras 6a y 6b: Los efectos de las lentes gravitacionales pueden ser repetidos por medio de una simulación. La primera foto es el "Castle on the Mall" en Washington D.C. En la segunda foto se simula un agujero negro con la masa de Saturno sobre el centro del paseo, y se ve el resultado del Castillo a través de la lente gravitacional. Notad que son dos las imágenes de cada una de las torres medianas, una dentro del anillo y otra afuera (Extraído de <http://cfa-www.harvard.edu/castles>).

Algunos ejemplos de observación

- **Cuásares Múltiples.** En 1979 Walsh descubrió el doble cuásar Q0957+561, un doble par de cuásares casi idénticos uno cerca del otro en el cielo. Era prácticamente imposible que fuera una coincidencia, entonces pareció ser causado por un lente gravitacional, pero no era posible encontrar el deflector. Finalmente, en una noche muy clara, Walsh tomó una foto de una galaxia muy débil prácticamente sobrepuesta por uno de las dos imágenes del cuásar. El brillo de este cuásar hacía la galaxia casi invisible. Actualmente, todavía se hacen estas clases de descubrimientos y ellos son la clara prueba de la existencia de lentes gravitacionales. Incluso, hay algunos cuásares que muestran cuatro imágenes y la original (foto1).

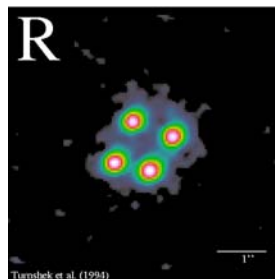


Foto 1 Cuásar Múltiple.

- **Anillos de Einstein.** Cuando la galaxia que actúa de lente es esféricamente simétrica, se redistribuye la luz de un cuásar o una galaxia del fondo en un círculo completo. El diámetro del anillo es proporcional a la raíz cuadrada de la masa de deflector (el diámetro es también proporcional a las distancias a la lente y al objeto) como se deducirá en el apartado titulado “aproximación geométrica”. Este es un nuevo método posible para determinar la masa de la galaxia que actúa de lente. En el caso de la foto2, la alineación es tan precisa que la galaxia lejana es distorsionada en un anillo gigantesco casi perfecto alrededor de la galaxia próxima, una formación conocida como un anillo de Einstein. El pico brillante en el centro del ojo de buey es la galaxia más cercana (foto 2).

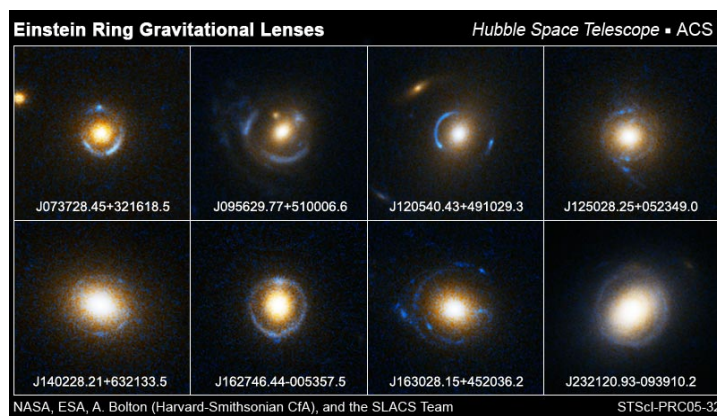


Foto 2 Anillo de Einstein.

- **Arcos luminosos gigantes.** Si la lente no es una galaxia sino un grupo entero de galaxias, la imagen puede ser un calidoscopio de arcos y fragmentos de arcos totalmente distorsionados. Los primeros arcos luminosos gigantes fueron descubiertos en 1986 independientemente por varios astrónomos. Es bien conocida la imagen del Hubble del grupo galáctico Abell 2218. El grupo es tan masivo y tan compacto que curva y enfoca la luz de galaxias están detrás. Como resultado, múltiples imágenes de estas galaxias del fondo son distorsionadas en débiles segmentos de arcos. Basado en estas imágenes, los astrónomos procuran reconstruir la distribución masiva dentro del cúmulo. Los resultados implican que los cúmulos están dominados por materia oscura no detectada (foto 3)).



Foto 3 Arcos luminosos gigantes

- **Estrellas Microlensing.** Una parte de la materia oscura no puede ser vista directamente, por ejemplo: las estrellas ni los agujeros negros. Estos objetos son conocidos colectivamente como MACHO (Massive Compact Halo Objects). Si un MACHO es situado delante de una estrella del fondo, aumentará la estrella y creará una segunda imagen. El observador no podrá resolver las imágenes, pero el advertirá un brillo temporal. En 1990 varios equipos científicos empezaron a estudiar la Nube de Magallanes. Los equipos observaron cerca de dos docenas de acontecimientos de microlensing en unos siete años. Estos acontecimientos duraron de unas pocas semanas a varios meses. Sin embargo, el número de acontecimientos fue demasiado bajo explicar la cantidad de materia oscura. Es necesario mencionar que los proyectos MACHO incluyen estudios relativos a estrellas y planetas. En la actualidad MACHO también estudia la existencia de planetas alrededor de una estrella por medio de la curva luz de la misma.

Actividades

Actividad 1. Simulación de la curvatura del espacio con una tela

Es muy sencillo simular la curvatura del espacio determinada por un agujero negro usando un pedazo de tejido y colocando una pelota pesada en el centro. Si lanzamos una pelota mas ligera, su trayectoria seguirá una curva en el espacio, es decir la trayectoria del rayo de luz no sigue una línea recta sino que sigue una curva (figura 7). El grado de esta desviación depende de cuan cerca pase el rayo de luz del cuerpo central y de cuan masivo sea este. El ángulo de desviación es directamente proporcional a la masa e inversamente proporcional a la distancia como se deducirá en el apartado titulado “aproximación geométrica”.

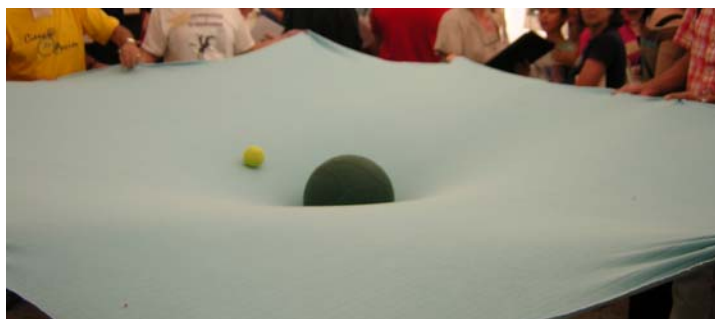


Figura 7. La trayectoria no es en línea recta sino siguiendo una curva.

Actividad 2. Simulación de la curvatura del espacio con una pizarra esferica

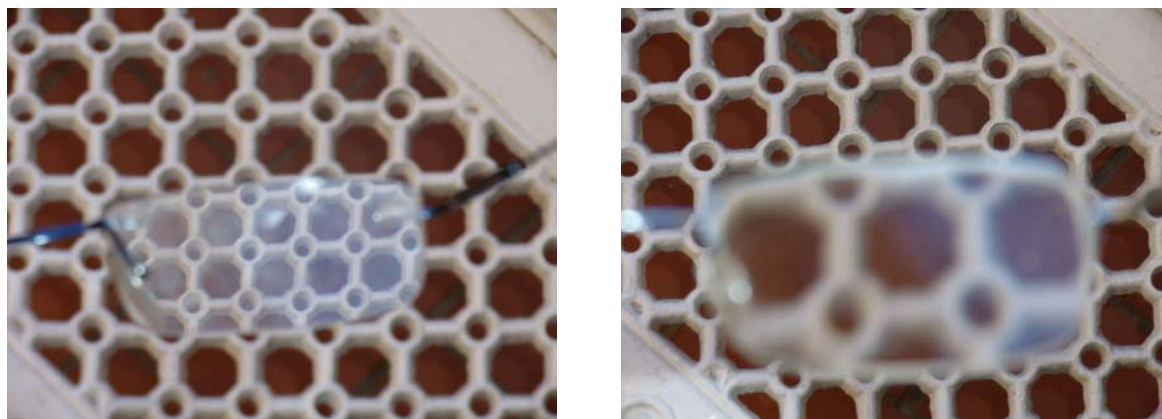
Existen unas pizarras desarrolladas sobre una superficie esferica. Se utilizan en clase para dar alguna explicación que sobre una pizarra plana era mas difícil comprender. Si no se dispone de una de ellas, se puede usar una esfera de diámetro suficiente (entre 20 y 30 cm) pintada de negro. Dibujaremos sobre la misma con una tiza una “línea recta” según el observador (figura 8a). Si contemplamos la pizarra desde arriba se ve perfectamente que, debido a la propia curvatura de la pizarra, aunque el observador ve la línea recta, vista de frente, realmente es una línea curva (figura 8b).



Figura 8a, 8b. La trayectoria no es en línea recta sino siguiendo una curva.

Actividad 2. Comparando gafas miopes e hipermétropes.

Las lentes ópticas tienen un conjunto de propiedades que todos nosotros usualmente tenemos en cuenta en nuestra corriente vida. En un grupo de personas hay normalmente varias personas que utilizan gafas. Si consideramos algunos de ellos podemos verificar las propiedades de las lentes.



Figuras 9a y 9b. Gafas para Miopía e Hipermetropía respectivamente

En particular podemos considerar dos tipos de gafas: unas de una persona con "miopía" (persona que no puede ver bien muy lejos, pero que puede leer sin gafas, figura 9a) y otras una de una persona con "hipermétrope" (persona que no puede leer sin gafas, pero que ve bien muy lejos, figura 9b). Tomamos una de estas gafas y miramos a través de ellas. Se observa la ampliación y se puede ver que el objeto parece más grande o más pequeño. También se puede observar que los objetos parecen estar en un lugar diferente. Este es el efecto que las personas con gafas bifocales notan especialmente cuando empiezan a utilizarlas (Figura 10).



Figura 10. A través de las gafas, los objetos aparecen desplazados.

Actividad 3. Simulación de una lente gravitacional con una copa llena.

Podemos simular una lente gravitacional utilizando una copa de vino tinto. Por supuesto una copa de vino no es una lente gravitacional, pero es el modelo sencillo que permite mostrar que la "materia" puede introducir deformaciones en las imágenes observadas. Es suficiente tomar una linterna que produce "un rayo de la luz". Ponemos la copa cerca del borde de la mesa (para poder observar de cerca) y la linterna en el otro lado. Ponemos la linterna sobre una pequeña caja o base para que el rayo de la luz pase a través de la copa de vino (figura 11)).



Figura 11. Linterna sobre una pequeña caja que le sirve de base para que el rayo de luz pase por el centro de la copa de vino.

Si observamos la luz, podemos verla y moverla de derecha a izquierda y de arriba a abajo. Observamos que la luz produce imágenes repetidas y en algunos casos algunos arcos. Esto es a consecuencia de que la copa actúa como un lente que "deforma" el espacio. En particular podemos observar a veces un "forma amorfa rara" (figura 12), o un punto rojo brillante, cuatro puntos rojos o un arco entre los puntos rojos (figuras 13,).

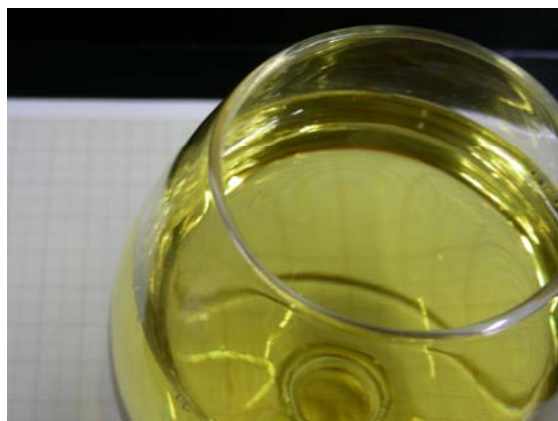


Figura 12: La luz de la antorcha es deformada en una "forma amorfa rara".



Figuras 13a, 13b, 13c y 13d. Si movemos la linterna, o lo que es más fácil, si fijamos la linterna, pero nos movemos lentamente observando la linterna desde el otro lado de la copa de vino podemos observar un conjunto de imágenes semejante al que presentamos aquí. En la primera foto (figura 13a) podemos ver un arco entre los puntos brillantes rojos, en la segunda (figura 13b) podemos ver 4 ó 5 puntos rojos brillantes, en la tercera (figura 13c) sólo 2 puntos y en la última (figura 13d) sólo un punto.

Es fácil comprobar esta simulación de la "deformación del espacio", si ponemos la copa sobre "papel milimetrado" y observamos a través del vino blanco (o zumo de manzana), podemos ver esta deformación. (figuras 14).



Figuras 14a, 14b. Si ponemos la copa sobre "papel milimetrado" y observamos a través del vino, podemos ver esta deformación. No se observa deformación si la copa colocada sobre el papel milimetrado esta vacía.

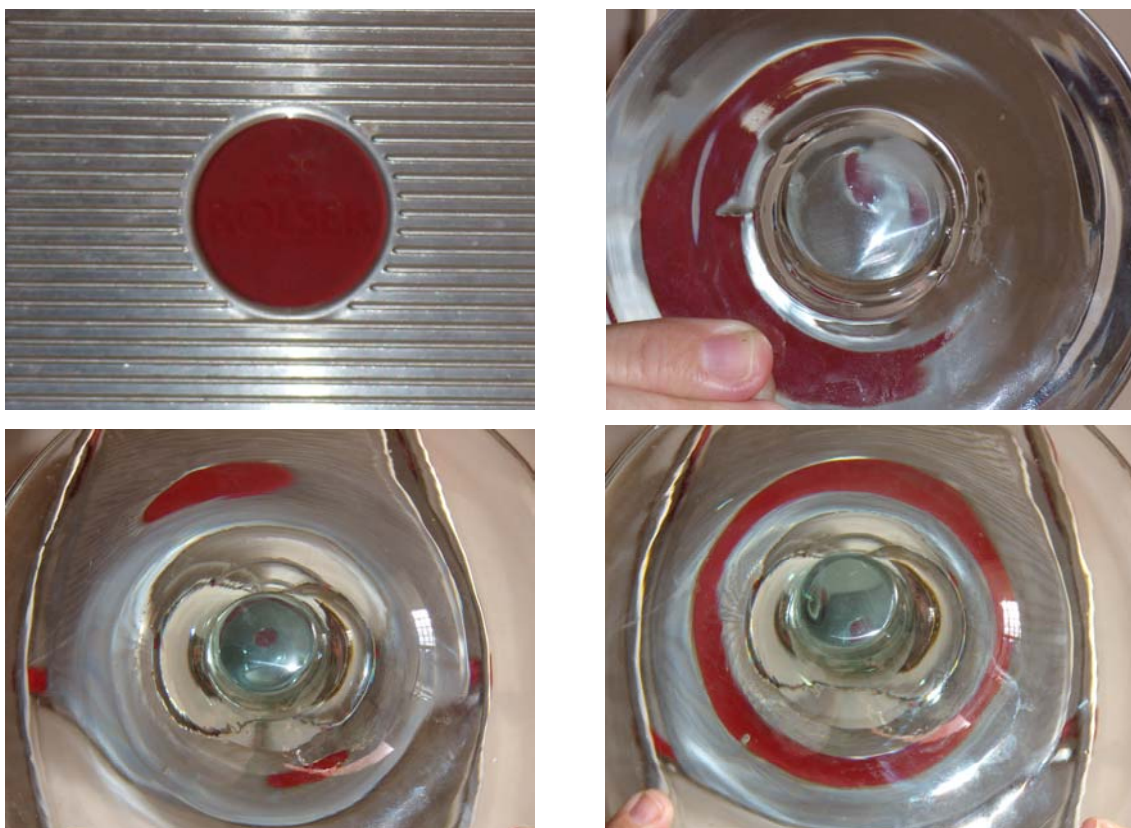
Actividad 4. Simulación de una lente gravitacional con un pie de copa.

Podemos simular esta experiencia mirando a través del "pie de una copa" (figura 15a y 15b). Este es un objeto fácil de conseguir para una escuela. Basta con cortar el pie de una copa. Es una buena idea pedir ayuda a un profesional para que corte el cristal.



Figuras 15a y 15b. Mirando a través del "pie de copa".

Moviendo lentamente de derecha a izquierda el "pie de la copa" sobre un objeto iremos reproduciendo los diferentes objetos reales observados (figuras 16a, 16b, 16c y 16d).



Figuras 16a, 16b, 16c y 16d. El “pie de copa” es un simulador de diversos objetos: segmentos de arco, imágenes de puntos y anillos de Einstein.

En la primera foto (figura 16a) se tiene un punto rojo que será el objeto a observar, en la segunda foto (figura 16b) se ve un trozo de arco, en la tercera foto (figura 16c) aparecen 3 ó 4 puntos y en la última foto se ve prácticamente todo el anillo completo (figura 16d).

Es fácil simular “la deformación espacial”, si ponemos “el pie de copa” sobre “un papel milimetrado” y observando a través de él, podemos ver esta deformación (Figura 17).

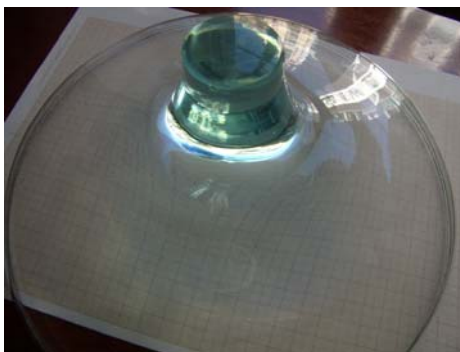


Figure 17. El “pie de copa” sobre una hoja de papel milimetrado permite mostrar la deformación.

Actividad 5. Simuladores en internet.

Se puede utilizar un simulador de lentes gravitacionales que fácilmente se puede encontrar en la red. Por ejemplo sugerimos contactar el sitio web:

- Simulación de anillos de Einstein para galaxias simétricas esféricas.
Semejante al objeto real "A Bulls-Eye Einstein Ring".
<http://www-ra.phys.utas.edu.au/~jlovell/simlens>.
- Simulación de lentes gravitacionales con M33
<http://leo.astronomy.cz/grlens/grl0.html> M33
- Simulación de la Cruz de Einstein.
Semejante a la Cruz de Einstein (Q 2237+0305).
<http://www.iam.ubc.ca/~%7Enewbury/lenses/lensdemo/demo.ht>.

Aproximación Geométrica.

Ángulo de desviación según la teoría de Newton

Consideramos un fotón que pasa cerca del deflector de masa M y v_p es la componente perpendicular (a la trayectoria original) de la velocidad del fotón (v_p no es la velocidad total del fotón). Asumimos que la masa de fotón es el $m = I$, entonces la fuerza es igual a la aceleración.

$$f = \frac{dv_p}{dt}$$

Según la teoría de Newton, con $m = I$, la componente de la fuerza perpendicular a la trayectoria del fotón será, de acuerdo con la figura 17a.

$$f = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

Entonces igualando ambas relaciones,

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

Si introducimos $r = \sqrt{x^2 + a^2}$ y $\sin \theta = \frac{a}{r}$ por la geometría de la figura 18a, obtenemos:

$$dv_p = GM \frac{a}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dt$$

Como la desviación del fotón es pequeña, se tiene $v_p \ll c$, y podemos considerar $c = dx/dt$

$$v_p = \frac{GMa}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 + a^2)^{-3/2} dx$$

Usando el cambio $x = a \tan \theta$, calculamos,

$$dx = \frac{a}{\cos^2 \theta} \quad y \quad x^2 + a^2 = \frac{a^2}{\cos^2 \theta}$$

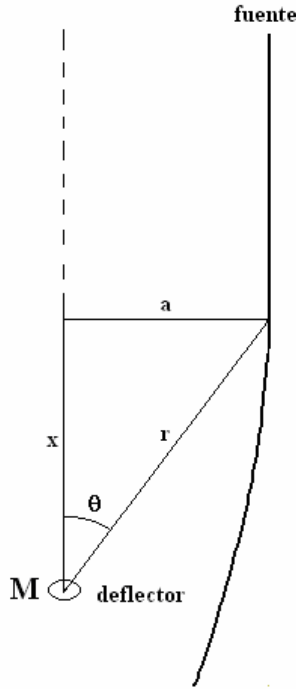


Figura 18a. Trayectoria del fotón próximo al deflector.

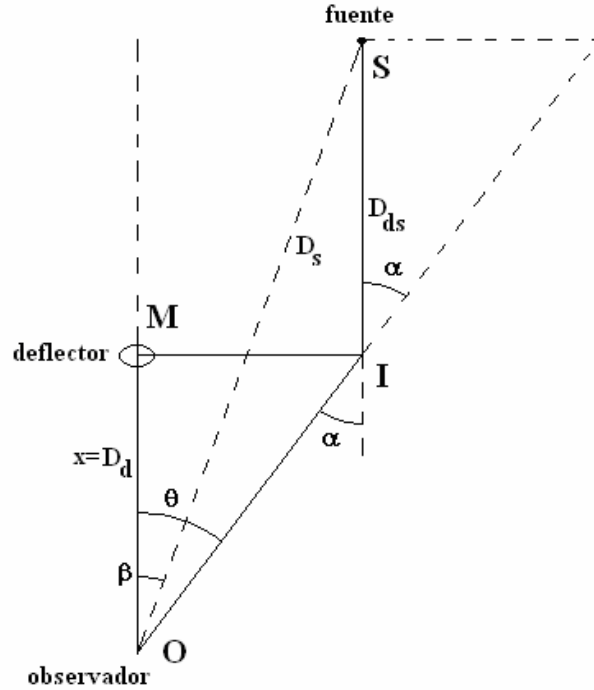


Figura 18b. Geometría del rayo de luz.

y la integral verifica,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 + a^2)^{-3/2} dx = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2}{a^2}$$

Después de sustituir el valor de la integral, tenemos,

$$v_p = \frac{2GM}{ac}$$

Y obtenemos el “ángulo de desviación” según Newton $\alpha = v/c$

$$\alpha = \frac{2GM}{ac^2}$$

Ángulo de desviación según la teoría de Einstein

En el caso relativista, la gravedad actúa sobre la componente espacial y también sobre la componente temporal, y el ángulo de desviación es el doble que en el caso clásico (*) tal como se ha mencionado en la presentación. Entonces, el ángulo de desviación en teoría de relatividad es:

$$\alpha = \frac{4GM}{ac^2}$$

El ángulo de desviación es directamente proporcional a la masa del deflector.

Ángulo de desviación característico α_0 y la posición θ de la lente

Dibujamos la geometría del rayo de luz en la figura 18b. En el triángulo OSI,

$$\frac{\sin(180-\alpha)}{D_s} = \frac{\sin(\theta-\beta)}{D_{d_s}}$$

Se verifica $\sin(180-\alpha) = \sin \alpha$ y para ángulos pequeños, aproximamos el seno a su ángulo, así

$$\frac{\alpha}{D_s} = \frac{\theta-\beta}{D_{d_s}}$$

Entonces podemos deducir,

$$\beta = \theta - \frac{D_{d_s}}{D_s} \alpha$$

Por la geometría del problema, $\tan \theta = a/D_d$, y teniendo en cuenta que θ es muy pequeño, $\theta \approx \tan \theta$, y

$$\theta = \frac{a}{D_d}$$

Introduciendo esta relación y la formula calculada para α previamente, se obtiene al final,

$$\beta = \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{d_s}}{D_s D_d} \frac{1}{\theta}$$

Introduciendo ahora el “ángulo característico de desviación” α_0 como un valor que solo depende de la masa del deflector y las distancias a la fuente y al deflector,

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{d_s}}{D_s D_d}}$$

En este caso,

$$\beta = \theta - \frac{\alpha_0^2}{\theta}$$

Entonces deducimos,

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{4\alpha_0^2 + \beta^2} \right)$$

Luego para cada β hay mas de un θ . Resumiendo, θ da la posición de la lente dependiendo de la posición real de la fuente β y α_0 .

Radio de Einstein

Para el caso especial en que la fuente S este detrás de la lente ($\beta = 0$), debido a la simetría, se forma un anillo cuyo radio es llamado "Radio de Einstein θ_E ".

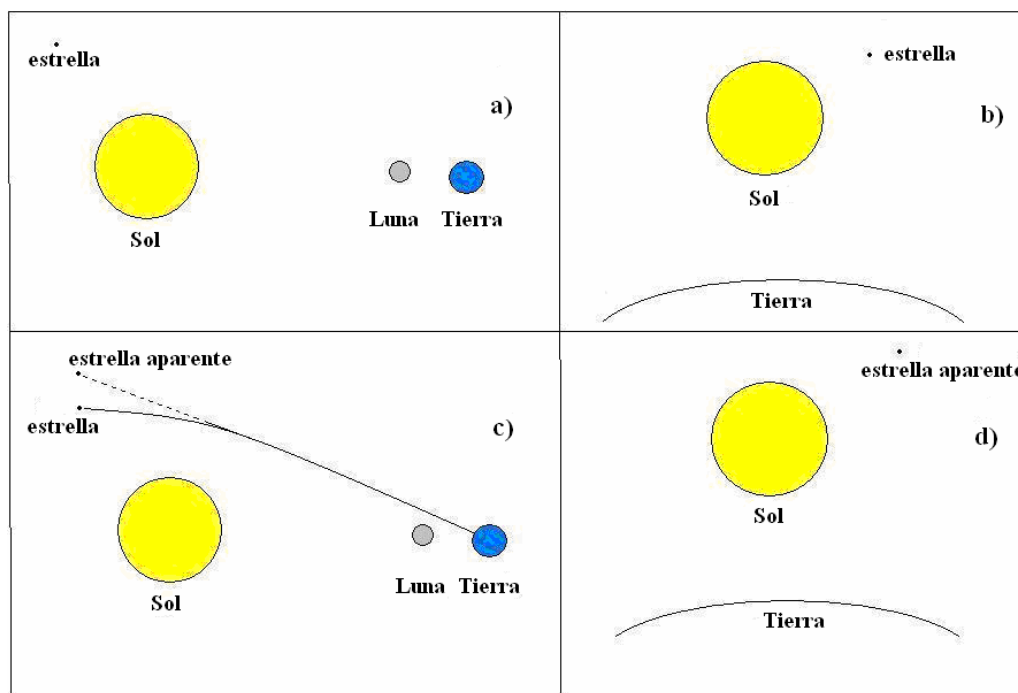
$$\theta_E = \alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

En el caso que la fuente S y la masa de deflector M está en la línea, $\beta = 0$, podemos observar arcos circulares alrededor de la masa de deflector. Es posible medir el radio de este círculo y si las distancias son conocidas es posible calcular la masa.

Ejemplos Numéricos

Ejemplo 1. Repitiendo el cálculo del eclipse solar de 1919

En 1801 el astrónomo y geógrafo J.G. von Soldner argumentó que, según la teoría newtoniana de la gravedad, la fuerza de atracción del Sol podría doblar los rayos de luz de las estrellas lejanas. El calculó que la posición de una estrella vista cerca del borde solar debería desplazarse 0,875 segundos de arco respecto a su posición medida medio año más tarde, cuando el Sol está en otra parte en el cielo. Realmente este ángulo es dos veces mas grande. Arthur Eddington midió este efecto por 1,75 segundos de arco y confirmó la predicción de Einstein durante el eclipse solar en el 1919 de mayo (figura 19). En aquel momento, esta observación fue una confirmación importante para la teoría de la Relatividad dentro de la comunidad científica internacional.



Figuras 19a, 19b, 19c y 19d. La fuerza de atracción del Sol podría doblar los rayos de luz de las estrellas lejanas. En figura 19a, mostramos una vista lateral del eclipse solar total. Una estrella en la izquierda de la posición del Sol puede ser observada desde la Tierra (la figura 19b) cerca del Sol a la izquierda. Si se considera la predicción de Einstein, en la vista lateral (la figura 19c), la estrella parece estar mucho más alejada del Sol que en su posición verdadera. El observador, desde la Tierra (la figura 19d), observa la estrella en el lugar aparente muy lejos de la posición verdadera (la figura 19b).

Calculad ambos valores del ángulo de desviación (según Newton y Einstein) usando la gravitación universal constante $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ en el sistema de MKS, la velocidad de la luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, masa solar $M_S = 1.9891 \cdot 10^{30}$ kg y el radio solar $R_S = 698000$ km.

Se puede asumir que la distancia a es aproximadamente el radio del Sol R_S (Hay que considerar que un ángulo no tiene dimensiones, α esta en radianes. Para obtener segundos de arco, hay que considerar que $1 \text{ radián} = 2 \cdot 10^5 \text{ segundos de arco}$).

Introducíd los valores en las fórmulas correspondientes de la siguiente tabla 1 y comparad con los valores históricos.

Angulo de desviación	Tus resultados	Resultados históricos
$\alpha = \frac{2GM_S}{c^2 R_S}$		Newton - Sodner $\alpha = 0''.875$
$\alpha = \frac{2GM_S}{c^2 R_S}$		Einstein – Eddington $\alpha = 1''.75$

Tabla 1

Observación

$\pi \text{ radianes} = 180 \times 60 \times 60 = 648000 \text{ segundo de arco}$, $1 \text{ radian} = 206264 = 2 \cdot 10^5 \text{ segundos de arco}$

Ejemplo2. “Microlensing”, “Macrolensing” y Radio de Einstein

Dependiendo de la masa del deflector y de su distancia, la luz es más o menos desviada se tiene un fenómeno de lente gravitacional en pequeña o gran escala: “microlensing” o “macrolensing”. Si se da simetría axial y en presencia de un deflector eficiente, y si el observador este situado en el eje de simetría se verá el anillo de Einstein. Calcularemos este valor en dos casos: una estrella no muy lejana y un cúmulo mucho más masivo y lejano. Para una estrella con masa de orden de $1 M_S$ y situada a pocos kpc (en distancias galácticas), el radio típico de Einstein sería de milisegundo de orden (microlensing). En consecuencia separar imágenes en acontecimientos de microlensing es difícil. Para un cúmulo denso con masa acerca de $10^{14} M_S$ a una distancia de 10^9 pc el radio podría ser tan grande como 20 segundos de arco (macrolensing).

De la figuras 18a y 18b, asumiremos que a es muy pequeño si comparamos con las distancias D_{ds} , D_d , D y suponemos que en la práctica

$$D_s = D_d + D_{ds}$$

Calculad ambos valores de radio de Einstein (por microlensing y macrolensing) usando la constante de gravitación universal $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ en el sistema de MKS, la velocidad de la luz $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ y los valores de masa y distancia de siguiente tabla. Introducid vuestros valores en la tabla 2 y comparad con el orden de los valores reales. (Notad que un ángulo no tiene dimensiones, el valor

obtenido está en radianes. Para obtenerlo en segundos de arco, hay que considerar que $1 \text{ radián} = 2 \cdot 10^5 \text{ segundos de arco}$).

Para simplificar los cálculos en los ejemplos sugeridos, consideraremos que la distancia a la fuente es dos veces la distancia al deflector,

$$D_s = 2 D_d$$

Deflector	masa	D_d	Tus resultados	Ejemplos sugeridos
Estrella	$1 M_S$	10^4 pc		$6 \cdot 10^{-4} \text{ segundos de arco}$
Centro de cúmulo	$10^{14} M_S$	10^9 pc		20 segundos de arco

Tabla 2

Ejemplo 3. Primer planeta extrasolar detectado por “microlensing”

Por un período de cerca de una semana (del 17 al 21 de julio de 2003) el campo de gravitación del planeta (OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53) causó que la curva de luz pareciera que la lente es un sistema doble con una componente de sólo 0,4 % de la masa del componente más pesada, lo que implica que el componente más ligera debía ser un planeta.

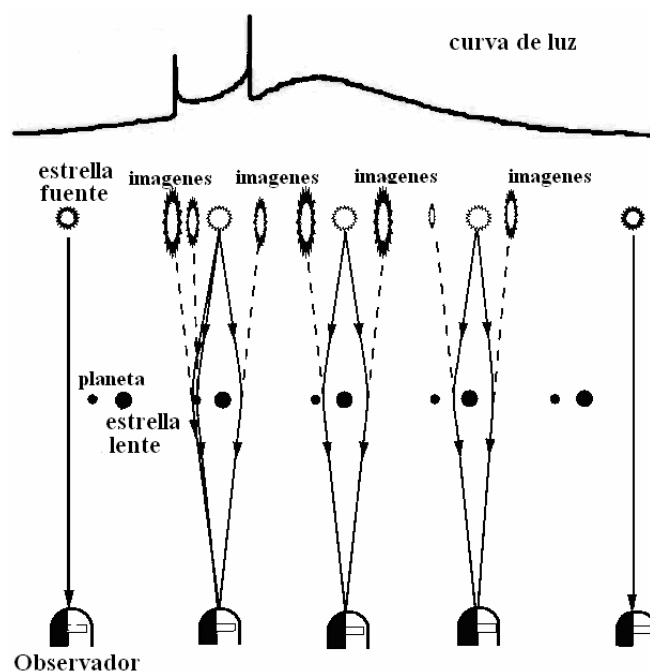


Figura 20. Esta figura muestra la geometría del acontecimiento de microlensing que permite descubrir el planeta (OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53) que da vueltas a la estrella que

actúa de lente. Cada panel representa un momento diferente en la historia del acontecimiento. El primero y quinto panel el caso usual en el que la alineación no es suficiente buena para que la estrella de lente afecte a los rayos que vemos del planeta. El tercero y cuarto panel muestran el caso de lente gravitacional por una estrella: los rayos de luz de la estrella fuente del fondo son doblados para que dos imágenes deformadas de la estrella sean visibles. El segundo panel muestra la configuración para el descubrimiento del planeta. Uno de los rayos de luz que es doblado por la gravedad de la estrella lente pasa suficiente cercano al planeta para sentir también el efecto de la gravedad del planeta. Esto causa la deformación adicional de las imágenes, y a veces, las imágenes adicionales pueden ser creadas con el resultado de fuertes cambios de brillo (los picos en la curva de la ampliación).

La figura previa (figura 20a) muestra la geometría de un acontecimiento de microlensing en el que la alineación casi perfecta entre la estrella de la fuente del fondo, la estrella lente, y el observatorio.

El 15 de abril de 2004 dos equipos diferentes y por separado (los equipos OGLE y MOA) anunciaron el descubrimiento de planetas fuera de nuestro sistema solar situados a 17000 años luz. La estrella del fondo esta a 24000 años luz. La masa de la estrella es $0.36 M_S$ y el radio de Einstein mide cerca de medio mili-arcosegundos. (El planeta descubierto es de unas 1,5 veces la masa de Júpiter y presumiblemente de tipo gaseoso. Da vueltas a la estrella acerca de 3 AU, pero Júpiter esta a 5,2 AU del Sol).

Calculad el radio de Einstein θ_E usando $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $M = 0.36 M_S$, $D_d = 17000$ a.l. y $D_s = 24000$ a.l. En el caso de microlensing, asumiremos que a es muy pequeño si comparamos con las distancias D_{ds} , D_d , D_{sy} suponemos que en la practica,

$$D_s = D_d + D_{ds}$$

Finalmente verificad que el θ_E obtenido es del orden de medio mili-arcosegundo.

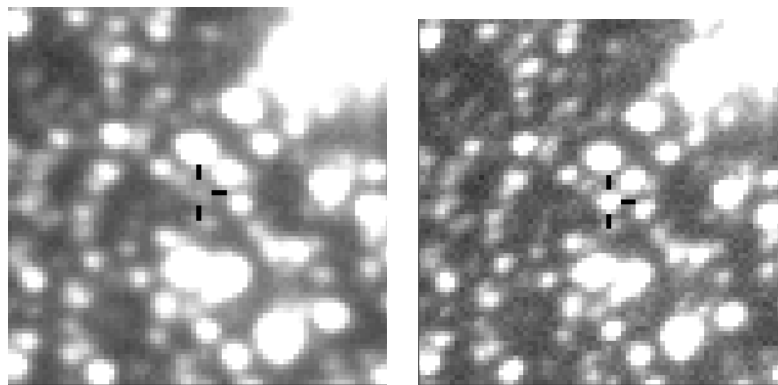


Figura 21a y 21b. Planeta extrasolar OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53 a la izquierda sin aumentos (figura 21a) y a la derecha con aumentos (figura 21b).

Ejemplo 4. Casi perfecto anillo de Einstein por “macrolensing”

Hay dos requisitos necesarios para observar los anillos de Einstein: 1) la distribución de masa de la lente debe ser axialmente simétrica, vista desde el observador, y 2) la lente y la fuente detrás de ella deben estar en línea recta desde el punto de vista del observador. Es difícil que se de esta situación geométrica, pero observando por el ESO-VTL en Chile, el astrónomo Remi Cabanac (publicado el 27 de abril de 2005) encontró uno de los lentes más completos jamás descubierto: un casi perfecto anillo de Einstein, aumentando una galaxia lejana con una claridad increíble (foto 4).

El anillo inscribe un círculo “en forma de C” de 270 grados en una casi completa circunferencia con un radio aparente levemente superior a 1,75 segundos de arco. La galaxia lente es una elíptica gigante semejante a M87 en el grupo de Virgo-Coma. El lente esta alejada a unos 7 mil millones de años luz en la dirección de la constelación Fornax. La galaxia fuente dista aproximadamente 11 mil millones de años luz. (Galaxia de fuente y lente ha recibido la designación FOR J0332-3557 en el cúmulo de galaxias de Fornax).

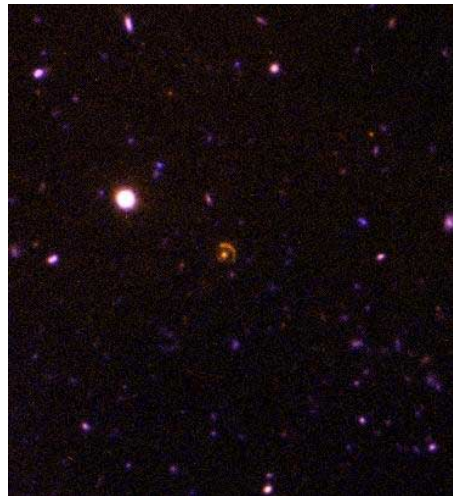


Foto 4. Casi perfecto "Anillo de Einstein".

Calculad la Masa de la galaxia elíptica gigante llamada FOR J0332-3557 usando $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $\theta_E = 1''.75$, $D_d = 8 \cdot 10^9$ a.l. y $D_s = 12 \cdot 10^9$ a.l. En el caso de macrolensing, asumiremos que,

$$D_s = D_d + D_{ds}$$

Finalmente verificad que la masa obtenida es semejante a M87, es decir aproximadamente de $10^{12} M_\odot$.

El diámetro M87, aparentemente de unos 7 minutos de arco corresponde a una extensión lineal de 120.000 años luz, más que el diámetro del disco de nuestra

Vía Láctea. Sin embargo, como M87 es del tipo E1 o E0, llena un volumen mucho más grande, y así contiene muchas más estrellas (y masa) que nuestra galaxia, ciertamente varios trillones (10^{12}) de masas solares (J.C. Brandt y R.G. Roosen ha estimado 2,7 trillones). Esta galaxia es también de luminosidad extrema, con una magnitud absoluta de acerca de -22.

Hay sólo unos pocos anillos o arcos ópticos conocidos, y todavía menos tales que la distancia entre la lente y la fuente sea de 7.000 millones de año luz lejos (o la mitad la edad presente del Universo)", y además, muy pocos son casi completos. Pero en el caso del anteriormente mencionado, además, se extiende a casi 3/4 de un círculo. La galaxia que actúa de lente esta situada a casi 8.000 millones de año luz de nosotros, mientras la galaxia fuente cuya luz es desviada, esta mucho más lejos, a 12.000 millones de años luz. Así pues, vemos esta galaxia como fue cuando el universo tenía sólo 12% de su edad actual. El lente aumenta la fuente casi 13 veces.

La lentes gravitacionales proporcionan un instrumento muy útil con que estudiar el Universo. Como "balanza", nos proporciona una medida de la masa del cuerpo que actúa de lente, y como "cristal de aumento", nos permite ver detalles en objetos que de otro modo estarían más allá del alcance de telescopios actuales.

Soluciones de los ejemplos

Ejemplo 1. Repitiendo los cálculos del eclipse solar de 1919

Datos:

$M_S = 1.9891 \times 10^{30}$ Kg, $R_S = 698000$ Km = 698×10^6 m, $G = 6.67 \times 10^{-11}$, $c = 3 \times 10^8$ m/s

1) Resultados de Newton - Sodner

$$\alpha = \frac{4 \times G \times M_S}{c^2 \times R_S} = 0.008448 \cdot 10^{-3} \text{ radians}$$

Usando que 1 radian = 2×10^5 segundos de arco

$\alpha = 0.004224 \times 10^{-3} \text{ radianes} \times 2 \times 10^5 \text{ segundos de arco} = 0.84 \text{ segundos de arco}$

2) Resultados de Einstein - Eddington

$$\alpha = \frac{4 \times G \times M_S}{c^2 \times R_S} = 0.008448 \cdot 10^{-3} \text{ radians}$$

Usando 1 radian = 2×10^5 segundos de arco

$\alpha = 0.008448 \times 10^{-3} \text{ radianes} \times 2 \times 10^5 \text{ segundos de arco} = 1.68 \text{ segundos de arco}$

Angulo de desviación	Tus resultados	Resultados históricos
$\alpha = \frac{2GM_S}{c^2 R_S}$	0".84	Newton - Sodner $\alpha = 0".875$
$\alpha = \frac{2GM_S}{c^2 R_S}$	1".68	Einstein – Eddintong $\alpha = 1".75$

Tabla 3

Ejemplo 2. “Microlensing”, “Macrolensing” y Radio de Einstein

El radio de Einstein θ_E verifica,

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

Asumiendo que a es muy pequeño si lo comparamos con las distancias D_{ds} , D_d y D_s , y suponiendo que en la practica $D_s = D_d + D_{ds}$. Para simplificar en los ejemplos mencionados, consideraremos que la distancia a la fuente es el doble de la distancia al deflector, $D_s = 2D_d$. En consecuencia, el radio de Einstein es

$$\theta_E = \sqrt{\frac{2G}{c^2} \frac{M}{D_d}}$$

Datos:

$$G = 6.67 \times 10^{-11}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ parsec} = 1 \text{ pc} = 3.262 \text{ años luz} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$$

$$\sqrt{\frac{2G}{c^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11}}{(3 \times 10^8)^2}} = 3.85 \cdot 10^{-14}$$

1) Estrella

Si la masa de la estrella es $M = 1M_S$ y la distancia $D_d = 10^4 \text{ pc}$

$$\begin{aligned} \theta_E &= \sqrt{\frac{2 \times G \times M}{c^2 \times D_d}} = 3.85 \cdot 10^{-14} \sqrt{\frac{1.98 \cdot 10^{30}}{10^4 \times 3.086 \cdot 10^{16}}} = \\ &= 3.09 \cdot 10^{-9} \text{ radianes} = 6.2 \cdot 10^{-4} \text{ segundos de arco} \end{aligned}$$

2) Núcleo del cúmulo

Si la masa del cúmulo es $M = 10^4 M_S$ y la distancia $D_d = 10^9 \text{ pc}$

$$\begin{aligned} \theta_E &= \sqrt{\frac{2 \times G \times M}{c^2 \times D_d}} = 3.85 \cdot 10^{-14} \sqrt{\frac{10^4 \times 1.98 \cdot 10^{30}}{10^9 \times 3.086 \cdot 10^{16}}} = \\ &= 9.78 \cdot 10^{-5} \text{ radianes} = 19.56 \text{ segundos de arco} \end{aligned}$$

Deflector	Masa	D_d	Nuestros resultados	Ejemplos propuestos
Estrella	$1 M_S$	10^4 pc	6.2×10^{-4}	6×10^{-4} segundos de arco
Núcleo del cúmulo	$10^{14} M_S$	10^9 pc	19".56	20 segundos de arco

Tabla 4

Ejemplo 3. Primer planeta extrapolar detectado por “microlensing”

Datos:

$$D_s = 24000 \text{ a.l.} = 22704 \times 10^{16} \text{ m}, D_d = 17000 \text{ a.l.} = 16084 \times 10^{16} \text{ m}$$

$$M = 0.36M_S = 0.72 \times 10^{30} \text{ Kg}, G = 6.67 \times 10^{-11}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

En el caso de microlensing asumimos que a es muy pequeña en comparación con las distancias D_s , D_d y D_{ds} y suponemos que en la practica,

$$D_{d_s} = D_s - D_d = 22704 \cdot 10^{16} - 16084 \cdot 10^{16} = 6620 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

Entonces el radio de Einstein θ_E es

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4 \times 6.67 \cdot 10^{-11} \times 0.72 \cdot 10^{30}}{9 \cdot 10^{16}} \frac{6620 \cdot 10^{16}}{22704 \cdot 10^{16} \times 16084 \cdot 10^{16}}} =$$

$$= 0.2 \cdot 10^{-8} \text{ radianes}$$

Si tenemos en cuenta que $1 \text{ radian} = 2 \times 10^5$

$$\theta_E = 0'' \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ segundos de arco}$$

Es decir medio milisegundo

Ejemplo 4. Casi perfecto anillo de Einstein por “macrolensing”

Datos:

$$D_s = 12 \times 10^9 \text{ a.l.} = 11.35 \times 10^{25} \text{ m}, D_d = 8 \times 10^9 \text{ a.l.} = 7.57 \times 10^{25} \text{ m}$$

$$\theta = 1''.75 = 0.875 \times 10^{-5} \text{ radianes}, G = 6.67 \times 10^{-11}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

En el caso de macrolensing asumimos que

$$D_{ds} = D_s - D_d = 11.35 \cdot 10^{25} - 7.57 \cdot 10^{25} = 3.78 \cdot 10^{25} \text{ m}$$

Podemos calcular la masa de una galaxia que actúa de lente usando la fórmula del radio de Einstein

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

Introduciendo los datos,

$$0.77 \cdot 10^{-10} = \frac{4 \times 6.67 \cdot 10^{-11} \times M}{9 \cdot 10^{16}} \frac{3.78 \cdot 10^{25}}{11.35 \cdot 10^{25} \times 7.57 \cdot 10^{25}}$$

$$0.77 \cdot 10^{-10} = 13.83 \cdot 10^{-50} \times M$$

Obtenemos entonces

$$M = 5.55 \cdot 10^{42} \text{ Kg} = 2.75 \cdot 10^{12} M_s$$

De acuerdo con la masa de M87.

Bibliografía

- R.M. Ros. Experiments and exercises involving gravitational lenses. *Proceedings 1st ESO-EAAE Astronomy Summer School*. Barcelona. 2007
- E. Turner. Gravitational lenses. *Scientific American*. July 1988
- J. Wambsguss. Gravity's Kaleidoscope. *Scientific American*. November 2001

Simulaciones

- <http://www-ra.phys.utas.edu.au/~jlovell/simlens/>
- <http://leo.astronomy.cz/grlens/grl0.html>
- <http://bulge.princeton.edu/~ogle/ogle3/cartoon.gif>
- <http://bulge.princeton.edu/~ogle/ogle3/anim1.gif>



ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados. También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente colección.

Más información en www.apea.es

