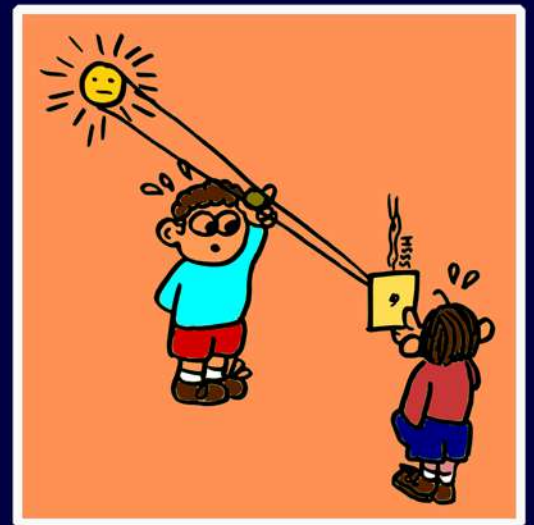


Astromatemáticas para secundaria

Miquel Gómez
Manuel Simón



Astromatemáticas para secundaria

***Miquel Gómez
Manuel Simón***

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

No. 17 (Secundaria) - Junio 2009

Publicaciones de ApEA

Asociación para la Enseñanza de la Astronomía

Dirección:

Rosa M. Ros (Vocal Editora de Publicaciones de ApEA)
Edición de 2009

Dibujos: Fernando Ballesteros, Lino García

Comisión de redacción:

Esteban Esteban
Simón García
Ederlinda Viñales
Antonio R. Acedo del Olmo

Edita: Antares Producción & Distribución, S.L.
ISBN: 978-84-936137-8-5

AUTORES



Manuel Simón Montesa

Licenciado en Matemáticas por la *Universitat de València* (1982). Desde 1984 es profesor de Secundaria y Bachillerato. Actualmente trabaja en el *I.E.S Benlliure de València* e imparte cursos sobre divulgación de la matemática: matemàgia, astromatemática, cine y matemáticas, prensa, publicidad, TV y matemáticas, juegos de lógica y estrategia, entre otros.



Miquel Gómez Collado

Licenciado en Matemáticas por la *Universitat de València* (1977), máster en Didáctica de la Matemática en Secundaria (1993) y catedrático de matemáticas de secundaria en el IES Peset Aleixandre de Paterna (València). Fue introductor de la Astronomía en Secundaria como asignatura en el año 1985. Desde el año 2003 responsable del gabinete didáctico del "Aula del Cel" del Observatori Astronòmic en comisión de servicio por un convenio de la Consellería de Educación de la Generalitat Valenciana y la *Universitat de València*

Índice

Presentación	7
Objetivos	9
Actividades	11
1. Escalas en el Sistema Solar	11
2. Viaje por el Sistema Solar	13
3. Tu peso en los distintos planetas	13
4. Medimos la circunferencia terrestre	14
5. Potencias y notación científica	16
6. Distancia al horizonte	18
7. La sombra de la Tierra	21
8. El tamaño del Sol	22
9. Protuberancias y manchas solares	23
10. Distancias a la Luna y el Sol. Cálculos de Aristarco	24
11. Cálculo del tamaño de la Tierra	25
12. Cálculo de la fecha de Pascua. Fórmula de Gauss	26
13. Un fenómeno astronómico cotidiano	27
14. Altura y presión atmosférica	30
15. Análisis del poder separador de un telescopio	32
16. Cálculo de la distancia Tierra Luna	33
17. Cálculo de la distancia a las estrellas más próximas	34
18. El Sol se ve diferente	35
19. Medidas de Eratóstenes	36
20. Ley de Titius - Bode	38
21. La línea del tiempo. Cuestionario.	40
Bibliografía	45

Presentación

La astronomía es una ciencia tan antigua como la civilización humana. Ya desde los tiempos remotos el hombre levantó la vista en el cielo, maravillado por el espectáculo del firmamento, y de esta contemplación, bien pronto descubrió los acontecimientos que suceden en el cielo, y pudo hacer servir su regularidad en uno de los problemas más importantes del quehacer humano: la *"medida del tiempo"*. Y nos sigue fascinando, y continúa siendo fuente de investigaciones y descubrimientos desde que nuestra civilización nació hasta los nuestros días.

La astronomía, como hecho cultural, debe estar incluido en la enseñanza y debe formar parte del bagaje formativo de cualquier persona hoy en el siglo XXI.

En este año 2009 se conmemora el año Internacional de la astronomía, en homenaje a la construcción, a la presentación hace 400 años, del primer telescopio a cargo de Galileo.

En nuestro instituto se está organizando la *"Línea del tiempo"*, proyecto interdisciplinario donde pretendemos que todo el centro, todos los departamentos preparen actividades alrededor del tiempo, de la historia del Universo, desde el Big-bang a nuestros días.

Y el departamento de matemáticas hemos preparado una serie de actividades, un dossier de lo que podríamos nombrar *"Astromatemática"*, con la colaboración del Aula del Cielo del Observatorio Astronómico de la Universidad de Valencia.

La propuesta de actividades es adaptable a cada curso y grupo en función de sus posibilidades y por ser incluidas en la programación curricular en cada nivel. No son por lo tanto extraescolares ni complementarias, sino más bien unas actividades más del desarrollo diario de nuestra actividad matemática.

Algunas de las actividades podrán plasmarse en pósteres y/o paneles que serán expuestos en la Exposición de trabajos de la Línea del tiempo.

Los autores quieren agradecer la colaboración de Laura Artero Escuder en la elaboración de estos materiales.

Objetivos

- Introducir al alumno en el estudio histórico de la astronomía.
- Deducir, a partir de series numéricas, leyes que puedan representar aproximadamente algunas realidades interesantes.
- Reforzar el trabajo realizado en el aula sobre progresiones geométricas, proporcionalidad, trigonometría, notación científica...
- Divulgar la astronomía como ciencia interdisciplinar.
- Ofrecer al profesorado materiales sencillos y recursos para relacionar la astronomía y las matemáticas.
- Promover el interés general por la ciencia
- Desarrollar hábitos de observación de la Naturaleza.
- Favorecer una visión integrada, estructurada y evolutiva de nuestro entorno astronómico.
- Promover terminología y hábitos de trabajo científicos.
- Cultivar concepciones intuitivas y adquirir contenidos que impliquen su cambio a modelos más reales y actuales.
- Clasificar las actividades según los niveles. Nosotros proponemos

Actividad 1: Escalas en el Sistema Solar

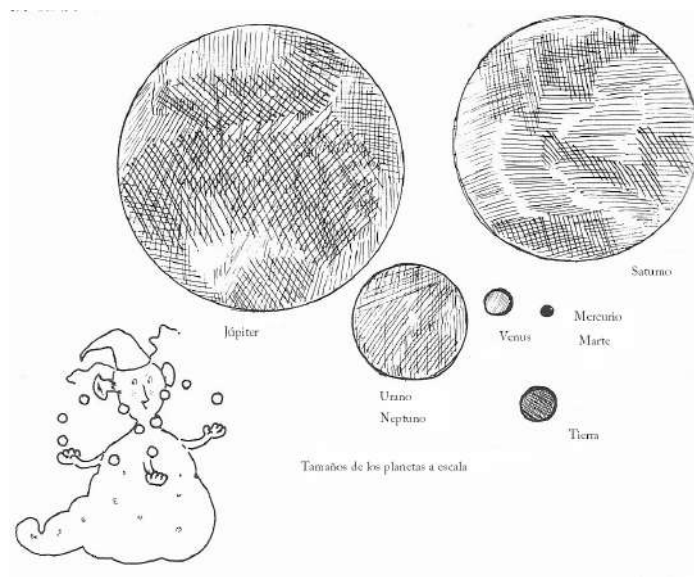
Puedes imaginarte el tamaño del Sistema Solar? Puede ser que hayas visto un diagrama del Sol y los planetas en un libro, o algún simulador en algún planetario o Museo, pero en general o quitan los planetas más exteriores o son modelos que no acaban de mostrar las distancias correctas

Materiales

- Esfera de 20 cm de diámetro.
- Sal gorda
- Granos de pimienta o lentejas
- Castañas o canicas
- Avellanas
- Granos de café

Desarrollo

Se reparten los objetos entre los estudiantes y cada uno recibirá el nombre de un astro. Se trata de salir al patio y situarse según la tabla siguiente:



Deberás calcular a escala, a qué planeta corresponde cada objeto en función de su diámetro, suponiendo una pelota de 20 cm de diámetro el Sol. Después en el patio situarse a la distancia correspondiente del Sol.

Finalmente elaborar el siguiente cuadro-resumen, que podría ser uno de los pósteres a elaborar.

Nombre del astro	Objeto a escala	Distancia desde el anterior
Sol	Pelota de 20 cm	
Mercurio	Grano de sémola 0.08 cm	A 9 pasos
Venus	Grano de pimienta 0.2 cm	A 8 pasos
Tierra	Grano de pimienta 0.2 cm	A 6 pasos
Marte	Grano de sal gorda 0.12 cm	A 12 pasos
Júpiter	Castaña 2.3 cm	A 85 pasos
Saturno	Avellana 1.8 cm	A 100 pasos
Urano	Grano de café 0.8 cm	A 222 pasos
Neptuno	Grano de café 0.8 cm	A 250 pasos

Tabla 1: Objetos a escala y distancias

Nombre del astro	Distancia real aproximada	Distancia en el modelo
Diámetro de la Tierra	13000 km	0.2 cm
Diámetro del Sol	1.300.000 km	20 cm
La escala es	65.000 km	1 cm
Por tanto	6.500.000 km	1 m
Distancia Sol-Tierra	150.000.000 km	23 m

Tabla 2: Escala usada en la actividad

Otro ejemplo de escala en el sistema solar

Una analogía nos ayuda a situar la Tierra entre los planetas del Sistema Solar: comparemos la distancia entre el Sol y Neptuno con la distancia entre porterías en un campo de fútbol, de 100 metros de largo. La Tierra se situaría a 3,3 metros de la portería del Sol (estaría dentro del área pequeña) y Júpiter, a 17,3 metros, se situaría justo en el borde del área de penalti. A esta misma escala Júpiter mediría apenas tres milímetros, y la tierra unas décimas de milímetro, mientras que el Sol rondaría tres centímetros, lo cual nos da una idea de lo vacío que está el espacio. Pero el Sol es sólo una de los centenares de miles de millones de estrellas que pueblan nuestra Galaxia. ¿A qué distancia está la estrella más cercana? Próxima Centauri, que es así como se llama, se encuentra a 4,2 años luz, es decir la luz, a 300.000 km por segundo, tarda 4,2 años en recorrer los cerca de 40 billones (o sea, millones de millones) de kilómetros que nos separan de esta estrella. Siguiendo con la analogía anterior en la que un campo de fútbol equivale a la distancia entre el Sol y Neptuno, necesitaríamos casi 9000 campos (la distancia entre València y Ourense), colocados uno detrás de otro para llegar a nuestra vecina estelar más próxima, sabiendo que en el primero de ellos estarían todos los planetas el Sistema Solar. (Fragmento del artículo "Escalas cósmicas", de Vicent J. Martínez)

Propuesta futura

Ahora tendrás que inventar una nueva partiendo del hall del instituto y con otros objetos de la vida real que se te ocurran.

Actividad 2: Viaje por el Sistema Solar

Imaginate situado en el centro del Sol con un niño que nace en el momento de iniciar un viaje hacia los planetas de nuestro sistema solar, con una nave espacial, conducida por nuestra mascota particular y que nos transportará a una velocidad de 50.000 km/h.

Haz los cálculos convenientes con los datos anteriores del Sistema Solar y calcula las edades de nuestro niño al llegar a cada planeta. Puedes continuar el viaje, si es posible, con las estrellas más próximas.



Actividad 3: Tu peso en los distintos planetas

El peso es la fuerza con la que un cuerpo es atraído por otro. Matemáticamente se expresa:

$$P = m \cdot g$$

Donde m es la masa del cuerpo, expresada en kg, y g es la aceleración de la gravedad, expresada en m/s^2 y p es el peso en Newtons, el valor del cual depende del planeta en el que nos encontremos:

Planeta	Gravedad (m/s^2)
Mercuri	3,70
Venus	8,87
Terra	9,80
Mart	3,71
Júpiter	23,12
Saturn	8,96
Urà	8,69
Neptú	11

Tabla 3: Gravedad en los planetas

Suponiendo que pudiéramos aterrizar en los distintos planetas, determina tu peso en cada uno de ellos y compáralo con el de la Tierra.

Actividad 4: Medimos la Circunferencia Terrestre

(Experiencia realizada por el Observatorio Astronómico de la Universitat de València y el C.P. San Roque de Alicante)

Después de tratar, a primeros de enero, la parte específica del proyecto de Eratóstenes y tras realizar algunas medidas durante varios días a la hora del mediodía solar local, el martes 18 de enero de 2005 realizamos la definitiva y el Observatorio Astronómico de Valencia también la realiza y nos manda los datos. Con esas medidas, podemos medir el ángulo de los rayos del Sol (a la hora del mediodía solar local), partiendo de un trazado geométrico muy simple (figura 1).

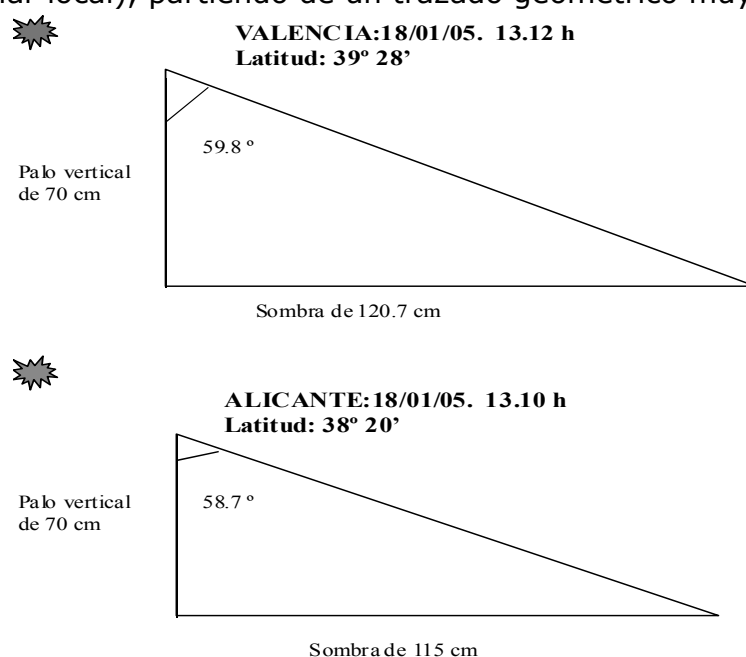


Figura 1: Esquema de los triángulos considerados en la actividad

El resultado para Alicante es ángulo $\alpha_2 = 58.7^\circ$ y, para Valencia ángulo $\alpha_1 = 59.8^\circ$. Ahora bien, ¿cómo se puede calcular, a partir de estos dos ángulos (figura 2), el famoso ángulo α ? Basta con restar el ángulo α_2 del ángulo α_1 , lo que da 1.1° .

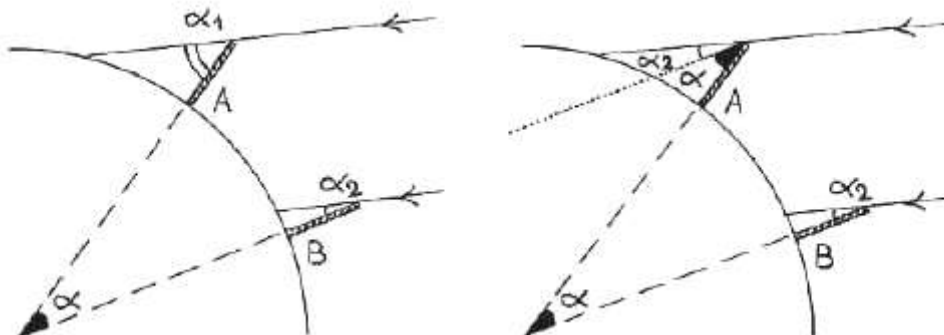


Figura 2: Esquema geométrico de los rayos del Sol incidiendo sobre la superficie terrestre

Hay que determinar ahora la distancia más corta entre el paralelo de Valencia y el de Alicante. Es muy sencillo: se traza cuidadosamente en un mapa de España los dos paralelos y, empleando la escala del mapa, se calcula la separación (figura 4). Realizamos la medida en varios mapas y obtenemos la media, el resultado es de 123 Km.



Figura 3 Eratóstenes

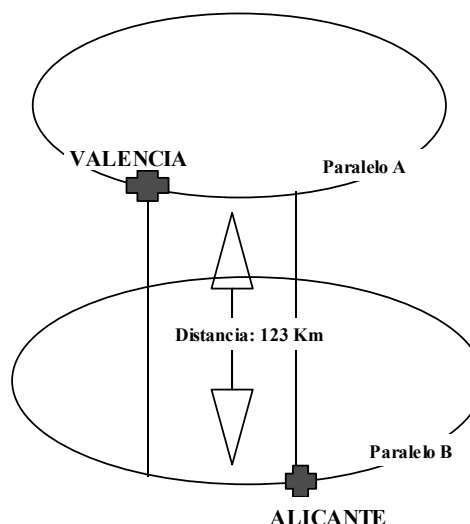


Figura 4: Posición relativa de las ciudades consideradas

Ya tenemos los dos elementos necesarios para calcular el meridiano terrestre según el método de Eratóstenes: el ángulo alfa de 1.1° y la distancia de 123 km entre los dos paralelos. Planteamos la razón:

$$\begin{array}{l} 1.1^\circ \text{-----} 123 \text{ Km} \\ 360^\circ \text{-----} X \end{array}$$

$$\text{RESULTADO: } X = 360 \times 123 / 1.1 = 40.254 \text{ Km}$$

¡¡EUREKA!! Casi mejor que Eratóstenes

Comprobación

Coordenadas de las dos ciudades: Valencia, latitud $39^\circ 28' \text{ N}$, Alicante, latitud $38^\circ 20' \text{ N}$. No se comunicó, desde el inicio, a los alumnos el método "directo" de cálculo del ángulo alfa a partir de las dos latitudes. Ya que, al final, éste nos servirá para comprobar nuestra medida.

Como se ve en la figura 4, la diferencia entre las dos latitudes nos da inmediatamente el ángulo alfa. En nuestro caso, el cálculo es: $39^\circ 28' - 38^\circ 20' = 1^\circ 8'$. Lo cual equivale a 1.13° .

Observamos que las medidas tomadas por los alumnos de las sombras son bastante exactas ya que ellos dedujeron un ángulo de 1.1° , o sea, prácticamente el mismo.

El cálculo directo utilizando las latitudes nos da como resultado:

$$D = 360 \times 123 / 1.13 = 39.185 \text{ Km}$$

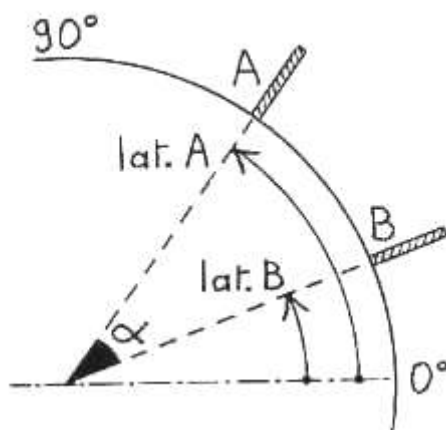


Figura 8: Angulo interior

Actividad 5: Potencias y Notación Científica

1. EL Universo tiene seguramente una masa de $2 \cdot 10^{51}$ kg y la de un átomo $9 \cdot 10^{-31}$ kg. ¿Cuántos átomos tienes tú en tu cuerpo sabiendo lo que pesas?

¿Cuántos átomos tiene el Universo?

2. Relaciona los nombres de la primera columna con las distancias o longitudes indicadas en la segunda.

Escribe en el recuadro el número de orden correspondiente:

Sol-Quásar 3C48

$6 \cdot 10^8$ cm

Sol-M31, Andrómeda

$5 \cdot 10^{-14}$ cm

Diámetro Via Láctea

$5 \cdot 10^{27}$ cm

Radio del Sol

$2 \cdot 10^2$ cm

Radio de la Tierra

$5 \cdot 10^{-9}$ cm

Altura de un jugador de baloncesto

$2 \cdot 10^{25}$ cm

Radio del átomo $7 \cdot 10^{10}$ cm

Radio del núcleo del átomo $1 \cdot 10^{24}$ cm

3. En un capítulo de la serie "Futurama" aparece el número $3'8 \cdot 10^{10}$. Si te digo que su valor está en cm, ¿qué distancia entre objetos celestes corresponde?

4. A partir del radio Del Sol y de la Tierra del ejercicio 2 calcula su volumen y después di cuántas veces es mayor el primero que el segundo.

Te recordamos que $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$V_{sol} =$

$V_{tierra} =$

$$\frac{V_{sol}}{V_{tierra}} =$$

5. Completa la siguiente tabla:

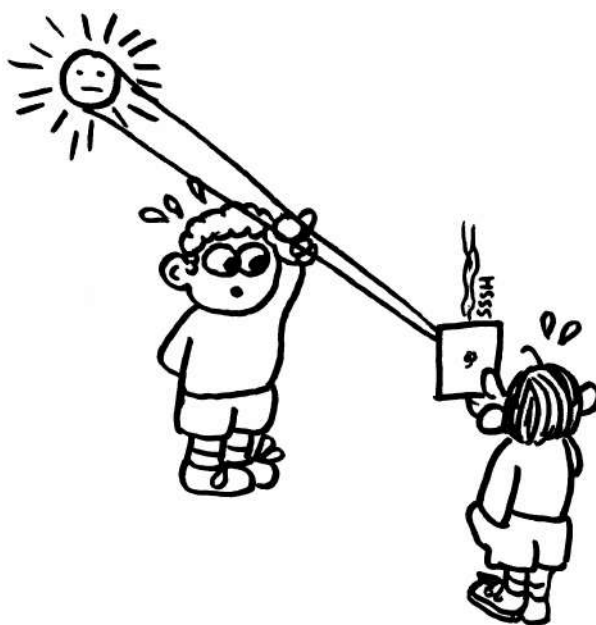
Astros	Distancia al Sol en Km	Distancia al Sol en UA(*)	Distancia al Sol en años-luz
Mercurio	$5'8 \cdot 10^7$	0'39	$6'13 \cdot 10^{-6}$
Venus	$1'09 \cdot 10^8$		
Tierra	$1'5 \cdot 10^8$		
Maret		1'52	
Júpiter			$8'22 \cdot 10^{-5}$
Saturno	$1'43 \cdot 10^9$		
Urano		19'2	
Neptuno			$4'78 \cdot 10^{-4}$
Deneb		$1'01 \cdot 10^8$	
Nebulosa Dumbell			3500
Nebulosa del anillo	$3'8 \cdot 10^{16}$		
Pequeña Nube de Magallanes			$3 \cdot 10^5$
Galaxia de Andrómeda	$2'13 \cdot 10^{19}$		

Tabla 4: distancias en distintas unidades

(*) Una unidad astronómica (**UA**) es la distancia media Tierra-Sol o sea $15 \cdot 10^7$ Km.

Actividad 8: Tamaño del Sol

Vamos a calcular el tamaño del Sol sabiendo la distancia a nosotros.



Una de las formas más cómodas de mirar El Sol y sin peligro para los ojos, es utilizar un filtro o vidrio que deje pasar poca luz.

Aconsejamos conseguir un cristal de soldador del número 14 como mínimo.

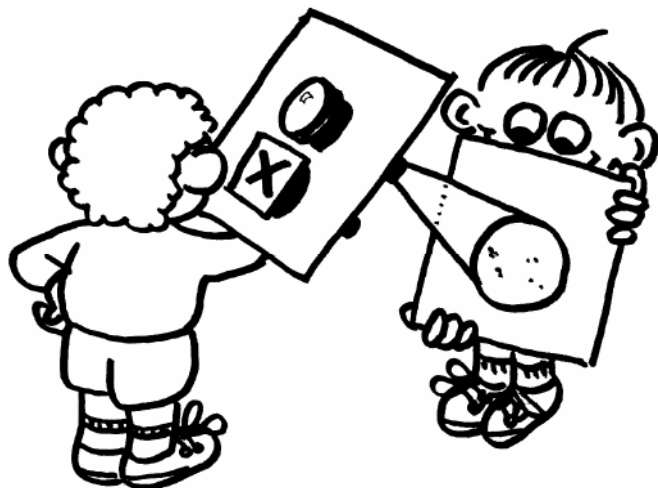
No debemos mirar directamente al Sol aunque esté a unos 150 millones de km.

Con el filtro ya preparado y una moneda de 1 €, un equipo de alumnos puede medir el diámetro del Sol siguiendo los siguientes pasos:

- Mientras un miembro del equipo sujeta la moneda, otro, poniéndose el filtro ante el ojo, debe acercarse o alejarse hasta conseguir que la moneda tape exactamente el disco solar.
- Cuando el que está mirando a través del filtro considere que los tamaños aparentes de la moneda y el Sol coincidan, otro compañero debe medir la distancia del ojo a la moneda.
- Medir el diámetro de la moneda.
- Haz un dibujo que esquematice el experimento, con los datos que se han conseguido y añade donde corresponda el valor de la distancia Tierra-Sol.
- Calcula finalmente por triángulos semejantes el diámetro del Sol.

Actividad 9: Protuberancias y manchas solares

Pretendemos ahora calcular las dimensiones de las emanaciones gaseosas o protuberancias, así como de las manchas de la fotosfera solar, ambas invisibles a simple vista pero fácilmente apreciables con un telescopio con el filtro apropiado.



Para las protuberancias habría que disponer de un filtro especial bastante caro. Pero para las manchas es suficiente ver el Sol por proyección a una pantalla blanca, que normalmente llevan los telescopios o una hecha por nosotros como la del dibujo, así realizaremos la práctica.

Por comodidad, de momento, te proporcionamos las siguientes fotografías del Sol (figura 11 y 12), realizadas por el satélite SOHO.

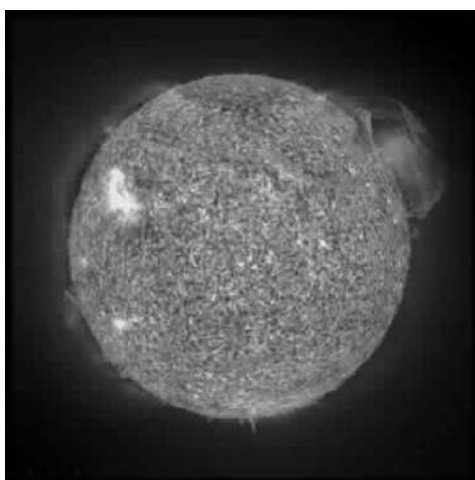


Figura 11: Fotografía del Sol en Filtro H α

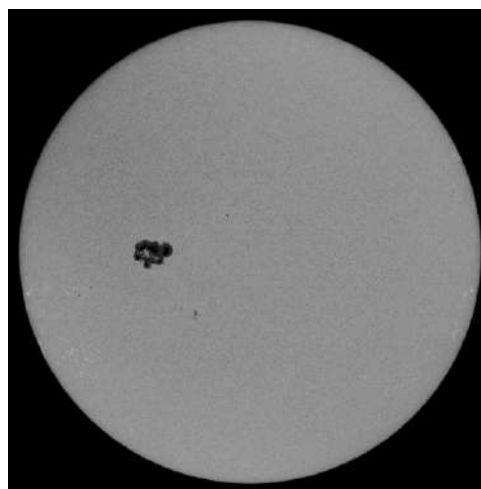


Figura 12: Fotografía del Sol en el visible.

- 1.- Busca información sobre el Sol y su constitución, explicando el significado de fotosfera, protuberancia y mancha solar.
- 2.- Sabiendo que el diámetro del Sol es aproximadamente 1.400.000 km, calcula las dimensiones de las protuberancias y de las manchas de la fotografía por proporciones. Necesitarás una regla.
- 3.- Para acabar compara el tamaño de la mancha grande con la de nuestro planeta que, como sabes, tiene unos 12.750 km de diámetro.

Actividad 6: Distancia al horizonte

Figúrate que estás de pie a una altura de h metros sobre el océano y observas a lo largo del agua. ¿Cuál es la distancia al horizonte? Se puede calcular si se conoce el radio R de la Tierra.

Su línea de visión hacia el horizonte es tangente a la Tierra, una línea que toca la esfera de la Tierra justo en un punto, indicado como B en el dibujo. Si O es el centro de la esfera, por un conocido teorema de geometría sabemos que la tangente es perpendicular al radio OB. El triángulo OAB cumple el teorema de Pitágoras, que se puede escribir:

$$(OA)^2 = (AB)^2 + (OB)^2$$

O poniendo la longitud de cada línea con sus letras:

$$(R + h)^2 = D^2 + R^2$$

$$R^2 + 2Rh + h^2 = D^2 + R^2$$

$$h(2R + h) = D^2$$

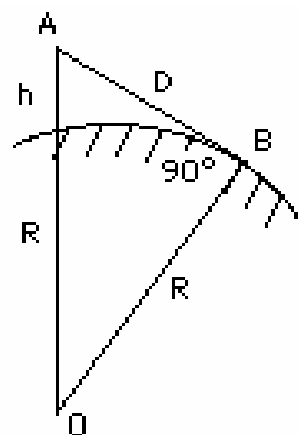


Figura 9: Esquema geométrico

El diámetro $2R$ de la Tierra es mucho mayor que h , así que el error introducido si $(2R + h)$ se sustituye por $2R$ es muy pequeño.

$$2Rh = D^2$$

$$D = \sqrt{2Rh}$$

Esta ecuación nos permite calcular D , en kilómetros, si h y R están en kilómetros, además es posible simplificar:

$$\sqrt{2Rh} = \sqrt{2R} \sqrt{h}$$

Usando $R = 6371$ km nos aparece $\sqrt{2R} = 112'88$ obteniendo $D = 112'88 \sqrt{h}$

Conclusión

Si estás en la cumbre de una montaña de 1 km de altura, $h = 1$ km, su horizonte estaría a 112'88 km (ignoramos la refracción de la luz en la atmósfera, que puede modificar este valor).

Curiosidades de la fórmula:

- Desde la cima del Mauna Kea a Hawai, un volcán extinguido de 4 km de altura (también un lugar donde hay importantes observatorios astronómicos), el horizonte debería ser el doble de la distancia, 226 km.
- De pie en la playa a una altura de 2 metros = 0'002 km sobre el agua, aplicando la fórmula anterior resulta que el horizonte está sólo a 5 km de distancia.
- Desde el Montgó de Dénia que tiene 753 m de altura tenemos el horizonte a 97'95 km, suficiente para poder ver la isla de Ibiza.
- El cálculo debería también mantenerse desde el otro lado. Desde un bote en el océano debería empezarse a ver la cima del Mauna Kea desde una distancia de 226 km (de nuevo sin contar con la refracción).

El 15 de noviembre de 1806, el teniente Zebulon Pike del ejército de los EE.UU, capitaneó un grupo de expedición a través de los valles del medio oeste de los EE.UU, viendo a través de su catalejo la cima de una montaña lejana, justo sobre el horizonte. Su grupo necesitó una semana para cubrir las 100 millas hasta la montaña, que se conoce ahora como Pike's Peak, una de las más altas de Colorado. Pike en realidad probó escalar su cima, pero la nieve y la inesperada altura le obligaron a volver.



Actividad 7: La sombra de la Tierra

En un eclipse de Luna, si la anchura de la sombra de la Tierra es el doble del ancho de la Luna, entonces la anchura de la Tierra será.....

La anchura de la Tierra es, aproximadamente, tres veces la de la Luna y no dos como quizá se pueda pensar. He aquí el porque.

El diámetro angular aparente del Sol cubre una parcela circular del cielo de unos $0'5''$ de ancho. Esto hace que la sombra de la Tierra no sea un cilindro, extendiéndose hasta el infinito sin reducirse, sino un cono con un ángulo de $0'5''$ en su vértice C (mira el dibujo).

Aquí AB es el diámetro de la Tierra y las direcciones AC y BC representan rayos desde los bordes opuestos del disco solar a las direcciones de las que difieren $0'5''$.

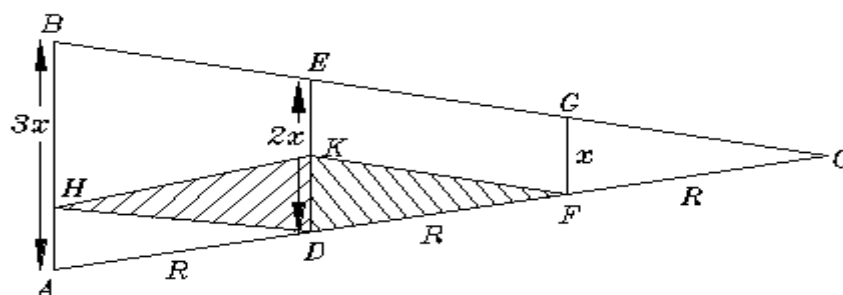


Figura 10: Relaciones proporcionales utilizadas en el razonamiento de Aristarco

Si x es el diámetro de la Luna y R su distancia, de acuerdo con Aristarco, el ancho ED de la sombra a la distancia R es igual a $2x$ (realmente, $2.5x$ es más próximo). Añadimos al dibujo los puntos H y K , así que $HA = KD = x$.

La anchura de la Luna tal como se ve desde el punto H es $KD = x$ y como el tamaño de la Luna en el cielo es casi el mismo que el del Sol, el ángulo KHD (sombreado) será igual a $0'5''$. Ahora prolongamos la línea $AD = R$ una distancia R hasta el punto F . Los dos triángulos sombreados HKD y KFD son semejantes y tienen el mismo ángulo de $0'5''$ en H y F como el ángulo C . Efectivamente, ahora se puede probar que los triángulos GFC y AHD también son semejantes a los dos sombreados.

Entonces resulta que $AC = 3R$ y por proporciones simples sale $AB = 3x$.

Actividad 10: Distancias a la Luna y el Sol, cálculos de Aristarco

Las fases de la Luna, como sabes, se producen a causa de las diferentes posiciones relativas que ocupan en el espacio el Sol, la Luna y la Tierra.

El Sol siempre ilumina la mitad de la esfera lunar, pero desde la Tierra a veces solamente se puede ver una parte de la media luna iluminada. Cuando la Luna está exactamente en cuarto (creciente o decreciente), desde la Tierra se ve un semicírculo perfecto iluminado y el otro semicírculo queda en oscuridad. Eso solo podrá ocurrir si el ángulo Sol - Luna - Tierra es de 90° exactamente.

Aristarco (filósofo griego nacido a Samos hacia el año 320 aC y muerto en el 250 aC) fue el primer astrónomo que habló de distancias en el universo. Su razonamiento es verdaderamente genial: En el preciso momento del cuarto de Luna midió el ángulo Sol - Tierra - Luna, obteniendo un valor de 87° .

Obtuvo la relación entre las distancias Tierra-Sol y Tierra-Luna, contestó a la pregunta : **“¿Cuántas veces está más alejado de la Tierra el Sol que la Luna ?”**

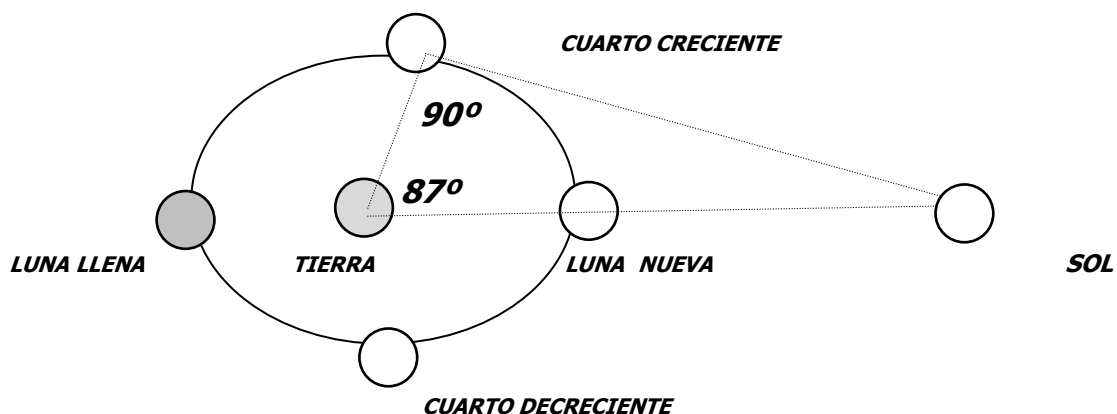


Figura 13: Posiciones relativas Tierra - Luna

1. Construye un triángulo rectángulo como el del dibujo. Considera 1cm la distancia Tierra-Luna. Te aconsejamos que lo hagas con la hoja apaisada. Calcula la relación entre las distancias Tierra-Sol y Tierra-Luna. Necesitarás regla i transportador.
2. Hoy sabemos que el error de Aristarco fue de medida no de razonamiento. El ángulo LTS no es de 87° sino de $89^\circ 51'$. Calcula ahora de nuevo la razón de las distancias Tierra-Sol y Tierra-Luna. Utiliza ahora la trigonometría.

¿Cuál sería ahora el tamaño del Sol en comparación con el de la Luna siendo que el tamaño aparente de ambos astros es aproximadamente el mismo vistos desde la Tierra?

Actividad 11: Cálculo del tamaño de la Tierra

Texto histórico

El Sol alcanza su máxima altura sobre el horizonte cuando pasa por el meridiano del lugar, sin embargo la inclinación de los rayos solares no es la misma en todos los puntos del meridiano, a causa de la forma esférica de la Tierra.

Eratóstenes, científico griego que vivió en Alejandría en el siglo III a.C., fue el primero en utilizar esta propiedad para medir la longitud del radio de la Tierra. Sabía que en Syene, situada a unos 800 km al sur de Alejandría y exactamente en el mismo meridiano, el día del solsticio de verano, al mediodía, los rayos del Sol se reflejaban en un pozo de agua profundo, es decir, que llegaban perpendiculares al fondo.

Este día, a la misma hora, midió en Alejandría el ángulo que formaban los rayos del Sol con la vertical y encontró que era de 7° .

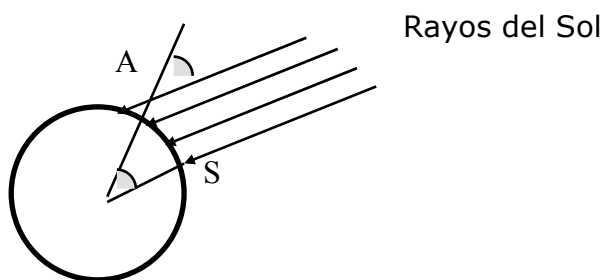


Figura 14: Planteamiento geométrico del razonamiento de Eratóstenes

Cuestiones

1. Te proponemos que veas de la serie "Cosmos", vídeo primero, la parte que habla de Eratóstenes y la biblioteca de Alejandría. Así podrás ampliar el texto histórico.
2. Sobre el dibujo escribe los datos del problema.
3. ¿Cuanto vale el ángulo central?
4. ¿Cuántas veces está contenido el mencionado ángulo en toda la circunferencia (360°)?
5. ¿Cuanto medía, entonces, el meridiano según los datos de Eratóstenes? ¿Cuanto medía el radio de la Tierra?
6. ¿Por qué comparando las sombras se puede deducir que la Tierra es esférica?
7. Compara el resultado del radio calculado por Eratóstenes y el actual 6.366 km, calculando el error cometido.

Actividad 12: Cálculo de la fecha de Pascua.



Sabemos que la Pascua es el primer domingo después de la primera Luna llena a partir del equinoccio de primavera. Según la edad de la Luna (posición dentro del ciclo de las fases), el día 1 de enero de cualquier año, número que variará entre 0 y 29 y que recibe el nombre de epacta, podremos calcular que la fecha estará entre los días 22 de marzo como mínimo y el 25 de abril como máximo.

Desarrollo

La fórmula de Gauss (*el príncipe de los matemáticos*) nos permite calcular fácilmente la fecha del domingo de Pascua. Sea:

1. "a" el resto de dividir el año propuesto por 19
2. "b" el resto de dividir el año propuesto por 4
3. "c" el resto de dividir el año propuesto por 7
4. "d" el resto de la división $(19a+24):30$
5. "e" el resto de la división $(2b+4c+6d+5):7$

La fecha de Pascua es **$22+d+e$** en marzo o **$d+e-9$** en abril. Esta fórmula y sus coeficientes 24 y 5 son válidos desde el año 1900 hasta el 2100.

Cuestiones

1. Calcula la fecha del día de Pascua de los próximos tres años, comprueba con calendarios y analiza los resultados.
2. Busca información sobre las palabras Gauss, Pascua, equinoccio y epacta.
3. Comprueba que efectivamente la Pascua debe estar en el intervalo de días que dice el texto.

Intenta investigar posibles explicaciones a la fórmula de Gauss y analiza los números que en ella aparecen. (Busca en la red "fecha de pascua").

Actividad 13: Un fenómeno astronómico cotidiano

En esta actividad estudiaremos la variación de las horas de luz solar a lo largo del año. Así aprovecharemos para introducir las funciones periódicas.

Alguna vez habrás escuchado la frase: *"...los labradores trabajan desde la salida del Sol hasta que se pone..."*. Un gran porcentaje de animales también rigen sus actividades en el intervalo de tiempo que va desde que el Sol sale hasta que se esconde. Sin embargo te habrás percatado que este intervalo de tiempo no es el mismo a lo largo del año.

La longitud del día (número de horas de luz) en un determinado lugar depende de su latitud. Vamos a considerar nuestra latitud como 40° ($39'50''$ más exactamente). Todos los lugares de la misma latitud que la nuestra tendrán aproximadamente las mismas horas de luz solar que nosotros.

Después de hecha esta actividad podrás comparar con otras latitudes buscando la información oportuna y podrás aclarar conceptos de fenómenos tan interesantes como el sol de medianoche, sencillamente extrapolando los datos y generalizando los resultados.

La siguiente tabla da las horas de salida y de puesta del Sol a lo largo de un año en Valencia (esta información la puedes sacar de los periódicos o de la televisión en la información meteorológica) aunque la más exacta viene en los anuarios de astronomía.

FECHA	SALIDA	PUESTA	HORAS de LUZ
10 enero	7h22m	16h53m	
20 enero	7h18m	17h04m	
10 febrero	7h00m	17h29m	
20 febrero	6h47m	17h41m	
10 marzo	6h20m	18h01m	
20 marzo	6h03m	18h12m	
15 abril	5h22m	18h39m	
15 mayo	4h44m	19h09m	
20 junio	4h30m	19h33m	
20 julio	4h47m	19h25m	
15 agosto	5h10m	19h3m	
23 septiembre	5h48m	18h1m	
20 octubre	6h16m	17h12m	
15 noviembre	6h46m	16h43m	
21 diciembre	7h19m	16h37m	
31 diciembre	7h23m	16h43m	

Tabla 5: Horas de salida y puesta del Sol en Valencia

Las horas vienen dadas en tiempo Universal del meridiano de Greenwich, en invierno deberemos sumar una hora más y en verano dos horas más, para tener la hora oficial.

Cuestiones propuestas

- 1.-** Rellena la tabla y sabrás la variación de las horas de sol a lo largo del año.
- 2.-** Haz una gráfica en papel milimetrado que muestre esta variación, es decir, representa las horas de Sol (luz) en función de la época del año. Emplea la escala adecuada.
- 3.-** ¿Cuál será el día más corto del año? Será el mínimo de la gráfica. ¿Y el más largo? Será el máximo.
- 4.-** Investiga astronómicamente a qué corresponden estos días. Debes leerte el glosario de conceptos astronómicos.
- 5.-** ¿A qué hora estimas que saldrá el Sol el día de Navidad?
- 6.-** ¿Cuáles son las causas por las que el día tiene diferente duración a lo largo del año? Podrás deducirlo después de leerte el glosario astronómico.
- 7.-** ¿Crees que hay alguna regularidad en las horas de salida del Sol durante el año? ¿Piensas que se repiten valores?
- 8.-** ¿Al siguiente año se repetirán los valores? Piensa que el Sol se mueve de una manera uniforme en una primera aproximación.
- 9.-** Amplía tu estudio astronómico consultando cualquiera guía de astronomía que trate el tema: "Movimiento aparente del Sol a lo largo del año".
- 10.-** Esta es una investigación abierta: deberás consultar algún periódico para sacar información de las horas de salida y puesta del Sol y la Luna, se trata de estudiar las diferencias de movimiento del Sol y la Luna a lo largo de un mes. Consulta cualquier guía de astronomía y amplía tus conocimientos al respecto.

Glosario de Conceptos Astronómicos útiles para la Actividad 13

-ESFERA CELESTE- Esfera de radio arbitrario con centro normalmente en el observador.

-VERTICAL DEL LUGAR- Línea que marca la dirección de la plomada.

-CENIT- Intersección de la vertical con la esfera celeste por arriba del observador.

-NADIR- Intersección de la vertical con la esfera celeste por bajo del observador.

-EJE DEL MUNDO- Eje alrededor del que gira aparentemente la esfera celeste (prolongación del eje de rotación de la Tierra).

-POLO NORTE- Intersección del eje del mundo con la esfera celeste por arriba del observador.

-POLO SUR- Intersección del eje del mundo con la esfera celeste bajo del observador.

-MERIDIANO DEL LUGAR- Círculo máximo que pasa por los puntos Zénit, Nadir, Norte y Sur.

-HORIZONTE- Plano perpendicular a la vertical que pasa por el observador.

-LATITUD DEL LUGAR- Es el ángulo que forma el eje del mundo con el horizonte.

-ECUADOR- Plano perpendicular al eje del mundo que pasa por el observador.

-PARALELOS CELESTES- Círculos paralelos al ecuador.
Cada astro recorre su paralelo, que en el caso del Sol varía a lo largo de un año.

-MOVIMIENTO DIURNO- Movimiento de rotación aparente de la esfera celeste (consecuencia del movimiento de rotación de la Tierra)

-MOVIMIENTO ANUAL DEL SOL- Movimiento aparente del Sol a lo largo del año (consecuencia del movimiento real de la Tierra alrededor del Sol). Forma la eclíptica

-ZODÍACO- Banda de la esfera celeste alrededor de la eclíptica (allí encontramos las constelaciones en las que el Sol se proyecta aparentemente a lo largo del año)

-EQUINOCCIOS- Los puntos de corte de la eclíptica y el ecuador: Equinoccio de primavera o punto Aries, el Sol pasa del hemisferio Sur al Norte. Equinoccio de

otoño o punto Libra, el Sol pasa del hemisferio Norte al Sur. Es cuando el Sol recorre el ecuador (día y noche iguales, tiempo por arriba y por bajo del horizonte).

-SOLSTICIOS- Solsticio de verano o punto Cáncer (21 de Junio y es el día más largo) y solsticio de invierno o punto Capricornio (21 de Diciembre y es el día más corto).

-TRÓPICOS- Son los paralelos celestes que pasan por los solsticios (Cáncer y Capricornio).

Actividad 14: Altura y Presión atmosférica

Conocimiento previo.

Investiga el concepto de presión atmosférica en tu libro de Física.

La presión atmosférica varía con la altura con respecto al nivel de la mar.

Planteamiento del problema.

Según las leyes de los gases la presión en cada punto es 0'9 veces la presión en otro punto de altura inferior en 1 km.

Al nivel del mar 0 km, la presión atmosférica es de 1 atmósfera.

Cuestiones.

1.- Con los datos de antes completa la tabla siguiente y da una fórmula que representa el proceso:

X Altura en km	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	100
Y Presión en atmósferas					1	0'9				

2.- Dibuja la gráfica que representa la presión en función de la altura.

3.- ¿Qué significan los valores negativos de X?

4.- Interpreta la gráfica indicando el crecimiento, máximos, mínimos, etc.

5.- Estudia el comportamiento de la variable Y (presión) cuando la X (altura) aumenta o disminuye indefinidamente.

6.- ¿Qué interpretación real puedes hacer de estos últimos resultados?

7.- ¿Cuál sería la presión a una altura de 8.848 m.(Everest)? Y a 1.141 m. de profundidad (Sima Berger, Francia)?

8.- ¿A qué altura se encuentra la ciudad de México si tiene una presión de 0'79085 atmósferas? ¿Y Moscú, donde el barómetro marca 0'99 atm.?

9.- Ahora repite el estudio haciendo una gráfica de la altura en función de la presión atmosférica, es decir, intercambiando papeles de la X por la Y y al revés. Diremos que son funciones inversas.

Orientación metodológica

Este puede ser un primer ejemplo de introducción a la función exponencial y la función logarítmica como inversa.

Puede ser un inconveniente el que las bases sean números decimales.

Se puede estudiar ahora la función exponencial y logarítmica en base 10 mediante la calculadora y de una manera semejante a como se estudian las generalizaciones de las razones trigonométricas a ángulos cualquiera. Veamos un ejemplo de cuestión inicial para el mencionado estudio:

Consultad en la calculadora la tecla "log" y averiguad los resultados si ponéis los siguientes grupos de números:

a) 10, 100, 1000, ... b) 2, 4, 8, 16, ... c) 3, 9, 27, 81, ... d) 6, 12, 24, 48, ...

EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

1.- En un cierto cultivo de laboratorio había inicialmente 500 amebas que se duplican por bipartición cada día. Si ahora hay 256000 amebas, ¿cuántos días han transcurrido desde que se inició el cultivo?

2.- Calcula con la calculadora 893^{55} . ¿Qué pasa? Haz el cálculo con logaritmos.

3.- Fíjate en las siguientes sucesiones de números:

-5 , -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ,

↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓

1/32 , 1/16 , 1/8 , 1/4 , 1/2 , 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 64 , 128 , 256 , 512 ,

Intenta relacionarlas y fíjate como se multiplica y divide:

$$32 \cdot 16 = 512$$

$$128 : 32 = 4$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 5 & + & 4 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 7 & - & 5 = 2 \end{array}$$

5.- Despeja la incógnita t en la fórmula $C = c \cdot (1+r)^t$ del interés compuesto de los bancos.

6.- Despeja la incógnita t en la fórmula $M = M_0 \cdot (1/2)^t$ de descomposición de un elemento radiactivo, donde M es la masa final al cabo de un tiempo t (número de períodos de semidesintegración) y M_0 la masa inicial.

7.- El crecimiento de poblaciones viene dado por la fórmula $P = p \cdot (1+r)^t$, donde p es la población inicial, P la final al cabo del tiempo t y r la tasa de crecimiento. Despeja la letra r.

8.- Un arqueólogo detecta 50 mg de carbono-14 en una pieza que inicialmente debería contener 1 gr. Si sabemos que el período de semidesintegración del carbono-14 es de 5568 años. ¿Cuál es la edad de la pieza arqueológica?

9.- Una medida de distancia en astronomía es el pársec (3'3 años-luz). La distancia en parsecs de una estrella está relacionada con su magnitud absoluta (medida por el espectro) y su magnitud aparente por $M - m = 5 - 5 \cdot \log d$, despeja la incógnita d.

Actividad 15: Análisis del poder separador de un telescopio

El gráfico siguiente nos da la abertura de un telescopio en función de la distancia angular que es capaz de separar:

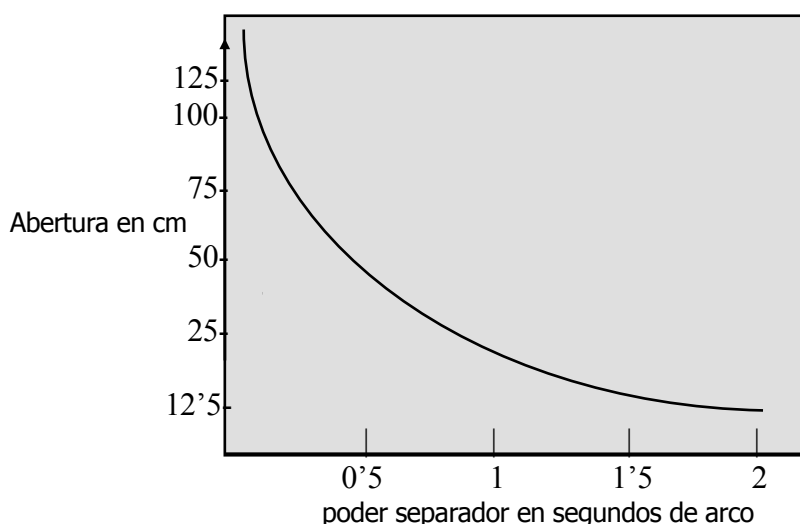


Figura 15: Abertura del telescopio segun el angular

Cuestiones

- 1.- Si tienes una plantilla en papel milimetrado podrás elaborar con bastante exactitud una tabla de valores correspondiente a la gráfica.
- 2.- Interpreta el gráfico haciendo insistencia en el comportamiento de las variables, si una o la otra crecen o decrecen indefinidamente (comportamiento asintótico).
- 3.- Averigua lo que pasaría si representáramos el gráfico inverso, es decir, cambiando los papeles de las variables. Compara propiedades de las dos gráficas.

Actividad 16: Cálculo de la distancia Tierra - Luna

Por ser la Luna el astro más cercano a nosotros, su observación desde dos puntos distintos a la Tierra no es la misma. Este hecho permite calcular la distancia entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna.

Una noche se observó a la misma hora el paso de la Luna por el mismo meridiano desde dos observatorios distintos, uno situado en Alicante (latitud $38^{\circ}3'$ norte) y el otro en Canfranc (latitud $42^{\circ}8'$ norte). Se midió las alturas H y h a las que se encontraba la Luna sobre el horizonte en este momento, resultando $H = 45^{\circ}$ en Alicante y $h = 40^{\circ}27'$ en Canfranc. La figura 15 aclara la situación.

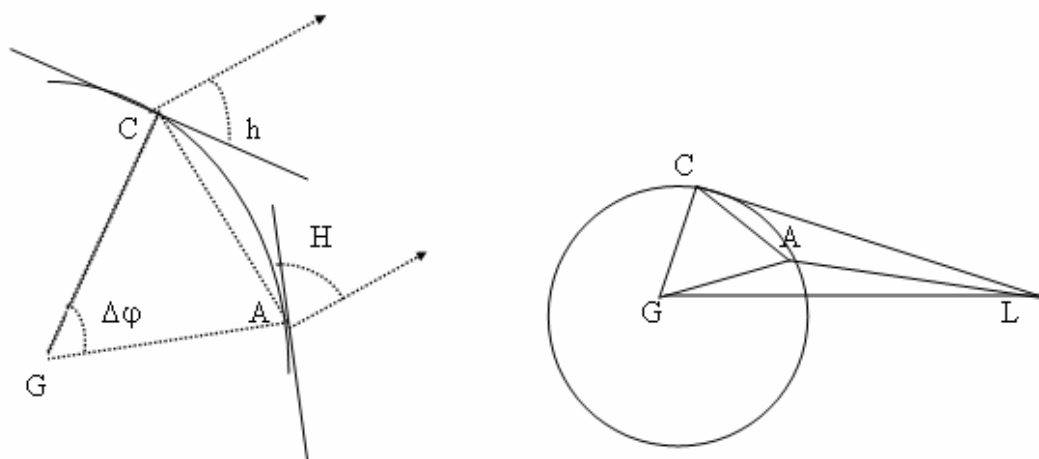


Figura 15: Esquema con las posiciones relativas Tierra-Luna

Con estos datos y sabiendo que el radio de la Tierra es 6370 km., vamos a calcular la distancia Tierra-Luna. El símbolo $\Delta\varphi$ es la variación de latitud y G el centro de la Tierra.

Tenemos el siguiente esquema de triángulos:

- Resolver el triángulo GAC- Así podremos calcular la distancia AC por el teorema del coseno.
- Calcular los ángulos A y C en el triángulo ACL aquí intervienen las alturas medidas.
- Calcular CL utilizando el triángulo ACL aplicando el teorema del seno.
- También puedes calcular GL utilizando el triángulo GCL

Actividad 17: Cálculo de la distancia a las estrellas más próximas

La hipótesis heliocéntrica de Aristarco fue muy combatida porque no explicaba algunos hechos como la no existencia de la paralaje estelar. Copérnico salvó esta contradicción argumentando que las estrellas están tan lejanas que esta distorsión es imperceptible. A medida que iban perfeccionándose los instrumentos de medida se llegó al siglo XIX y Bessel detectó la paralaje de algunas estrellas.

La paralaje de una estrella es el ángulo con la que se ve el radio de la órbita terrestre desde la mencionada estrella. En la figura 16 sería el ángulo Tierra-Estrella-Sol.

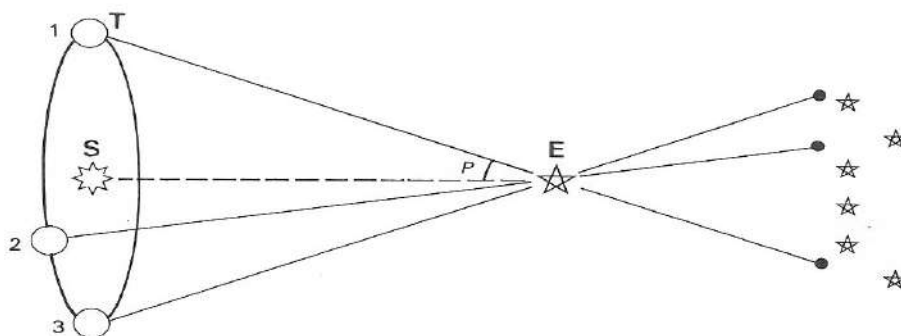


Figura 16: Angulo de paralaje

La paralaje de una estrella no se puede medir directamente porque habría que estar situado en ella. La que hacemos es una medida indirecta, observamos desde la Tierra la posición que ocupa un día determinado y seis meses después respecto al fondo de las estrellas.

Sabemos que la distancia Tierra-Sol media es de unos 150 millones de Km. Estudiando el triángulo TES puedes calcular la distancia entre el Sol y una estrella E de paralaje conocida.

Cuestión

Calcula las distancias al Sol de las estrellas que figuran en la tabla siguiente.

Estrella	Paralaje en segundos
Sirio	0'375
Polar	0'003
Vega	0'123
Capela	0'073
Spica	0'021
Alfa Centauro	0'763

Tabla 6: Estrellas y sus paralajes

Actividad 18: El Sol se ve diferente

La Tierra gira alrededor del Sol dando una vuelta diaria, pero no todos vemos este fenómeno astronómico de la misma manera.

Estas cuatro gráficas lo representan desde cuatro puntos diferentes de la Tierra, en función del número de horas de sol. ¿Podrías identificar esos tres lugares?

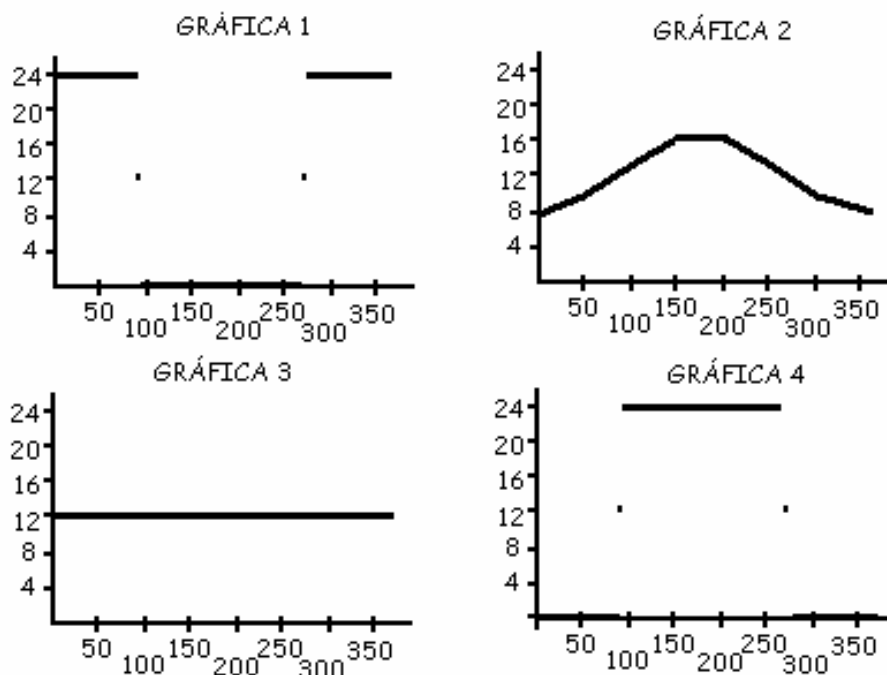


Figura 17: Gráficas correspondientes a diferentes lugares

Aquí tienes varias propuestas de solución:

A	1: El Polo Sur	2: El trópico de Cáncer	3: Ecuador	4: Polo Norte
B	1: Ecuador	2: Polo Norte	3: El trópico de Cáncer	4: El Polo Sur
C	1: Polo Norte	2: El trópico de Capricornio	3: Ecuador	4: El Polo Sur
D	1: El trópico de Cáncer	2: El Polo Sur	3: Ecuador	4: Polo Norte
E	1: Ecuador	2: El trópico de Cáncer	3: Polo Norte	4: El Polo Sur

Tabla 7: Posibles resultados

Actividad 19: Medidas de Eratóstenes

Texto histórico

Eratóstenes de Cirene era el responsable de la biblioteca de Alejandría el siglo III a.C. No había estado en Siena, el actual Aswan, pero sabía que esta ciudad estaba hacia el sur a una distancia de 800 km. Lo sabía por el tiempo que tardaban las caravanas de camellos al viajar de una ciudad a la otra. Las dos estaban aproximadamente en el mismo meridiano terrestre, pero Aswan se encuentra en el trópico de Cáncer. Eratóstenes leyó en un pergamino de la Biblioteca un hecho curioso, el día que el Sol alcanza a mediodía su altura máxima sobre el horizonte un obelisco a Aswan no da sombra, es decir, el Sol se encuentra en su vertical, mientras que, ese mismo día y a la misma hora un obelisco si que hacía un poco de sombra en Alejandría.



Cuestiones

- 1.- Haz un esquema donde se represente la Tierra mediante un círculo que coincida con el meridiano terrestre, donde están situadas Aswan y Alejandría (busca sus latitudes correspondientes). Dibuja los rayos del Sol llegando perpendicularmente a Aswan. Como el Sol está muy lejos, sus rayos llegan a toda la Tierra paralelos, entonces en Alejandría que está al norte de Aswan llegan con una cierta inclinación respecto de la vertical. Llama α al ángulo que forman los rayos incidentes del Sol en Alejandría con la vertical y β al ángulo que tiene como vértice el centro de la Tierra y une Alejandría y Aswan. ¿Qué relación hay entre α y β ?
- 2.- Los ángulos alternos internos son iguales. Compruébalo midiendo los ángulos de la figura 18.

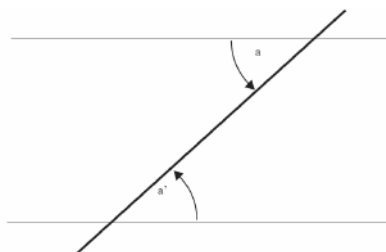


Figura 18: Angulos alternos internos iguales

3.- Consideramos el obelisco de Alejandría y su sombra. Podemos calcular el ángulo α ? Puedes ayudarte de la figura 19.

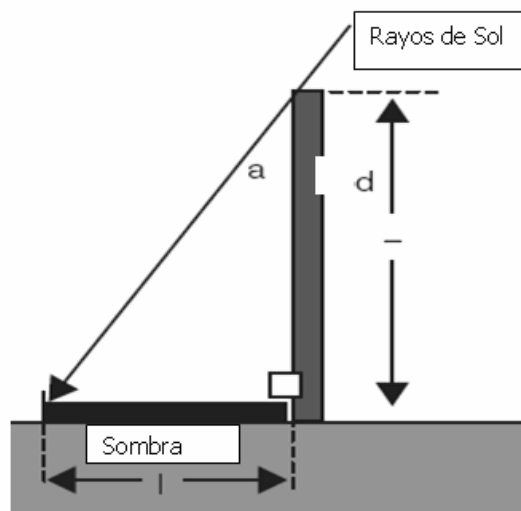
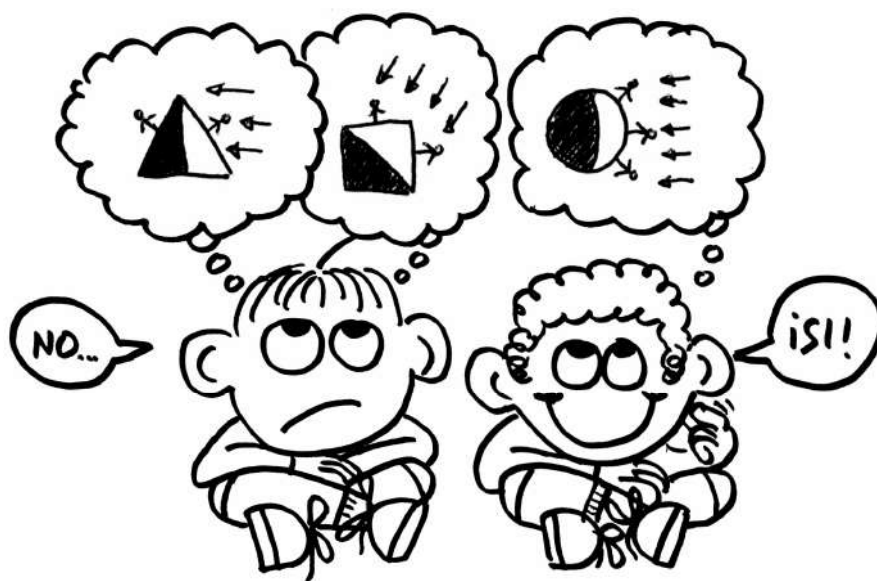


Figura 19: Ejemplo de Alejandría

- 4.- ¿Cuántas veces está contenido el mencionado ángulo en toda la circunferencia (360°)?
- 5.- Recordando que la distancia de Alejandría a Aswan es de 800 km, ¿cuánto medirá el perímetro de la Tierra?
- 6.- ¿Por qué comparando las sombras se puede deducir que la Tierra es esférica?



Te proponemos ahora un sencillo experimento para comprobarlo. Coge un separador de tu carpesano o un cartón flexible. Sitúa sobre él dos cerillas en vertical (ayudado de plastilina) a una distancia de unos 10 cm.

Coloca un foco de luz de manera que, manteniendo la superficie llana, los palos no hagan sombra. Empieza a curvar la superficie intentando que uno de los palos no haga sombra, verás que el otro siempre hace.

Actividad 20: Ley de Titius - Bode

Texto histórico

La distancia de los planetas al sol es una cuestión a la que muchos astrónomos han querido buscar explicaciones, por ejemplo Johannes Kepler, que en su libro "La armonía del mundo" enunciaba su tercera ley donde relacionaba la distancia al sol de los planetas con su período de revolución (tiempo en que el planeta da una vuelta completa al sol).

Una explicación empírica basada en una progresión geométrica fue propuesta por Johan Bode, astrónomo alemán que enunció la ley en 1772 basándose en algunos escritos anteriores (1756) de su compatriota Titius.

En 1781 Wilhelm Herschel descubrió Urano, cuya distancia al sol si que seguía aproximadamente la misma ley.

La distancia se obtenía considerando la serie : 0,3,6,12 ,... y doblando sucesivamente, añadiendo 4 a cada término y dividiéndolo por 10, esta es la distancia del planeta al Sol en unidades astronómicas (1 unidad astronómica es la distancia media Tierra-Sol) en orden de proximidad al Sol (Mercurio, Venus, Tierra, Marte ,...)

Cuestiones

- 1.- Amplía el texto histórico buscando en la red los astrónomos que se nombran así como sus contribuciones a la historia de la Astronomía.
- 2.- La siguiente tabla da las distancias medias de algunos planetas al Sol según la ley de Bode.

Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno
0.4	0.7	1	1.6	5.2	10

Tabla 8: Distancias medias de algunos planetas

Comprueba que la ley de Bode corresponde en la tabla para los cuatro primeros planetas. ¿Qué resultado obtendrías para el quinto planeta? y para el sexto ? y para el séptimo?. ¿Qué ha pasado entre Marte y Júpiter?

Es evidente que entre Marte y Júpiter hay un salto, y así los astrónomos se pusieron a buscar posibles objetos o planetas que pudieran estar entre los dos planetas nombrados y que cumplieran la ley de Bode para el quinto lugar.

En 1801 Piazzi descubrió Ceres (el primero de los asteroides) y a una distancia muy aproximada a la distancia prevista por la ley (2,8 ua).

3.- A qué distancia se encontraría el planeta octavo según la ley?

4.- Efectivamente, en 1781 Wilhelm Herschel descubrió Urano, cuya distancia al sol si que seguía aproximadamente la misma ley. Intenta continuar la sucesión hasta Neptuno y compara con las distancias reales dadas por la siguiente tabla:

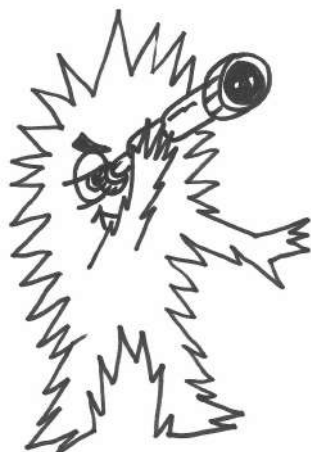
Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Asteroides	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
0.39	0.72	1	1.52	2.8	5.2	9.54	19.18	30.06

Tabla 9: Distancias medias de los planetas

Como has visto Neptuno descubierto el 1846 por el astrónomo alemán Gale (por indicaciones del francés Le Verrier) se encuentra a una distancia que no se ajustó a la ley de Bode. Otros objetos del sistema solar como el planeta enano Plutón descubierto el 1930, tampoco verifican esta ley.

5.- Intenta encontrar el término general de la sucesión numérica dada por la ley. Pista: olvidaros de los dos primeros términos, empieza con la Tierra como si fuera a_1 .

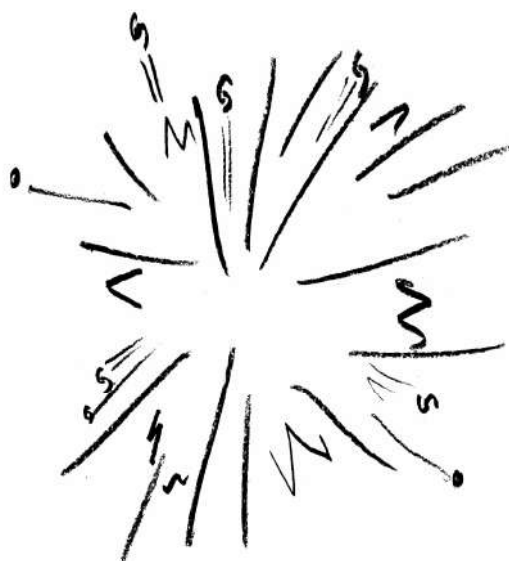
6.- Qué valor de n haría válida la expresión anterior para Venus?, y para Mercurio?.



Actividad 21: La Línea del Tiempo

Proponemos la realización en el centro de esta línea del tiempo desde el Big Bang hasta el Homo Sapiens Sapiens a la escala adecuada al centro. El texto puede ser un inicio ampliable a cada caso. El proyecto se puede proponer a distintos departamentos y adornarse con presentaciones power point, imágenes,...

¡Bienvenido a la historia del Universo!
Vas a hacer un viaje desde aquí, el principio del Universo, hasta llegar a la época actual, al fondo del pasillo. Por cada baldosa del suelo que recorras, avanzarás 100 millones de años hacia el presente. ¡BUEN VIAJE!



- **El Bing Bang**

Hace 14.000 millones de años nace el Universo, el Espacio y el Tiempo.

- **Inflación**

Menos de una milmillonésima de segundo después, el Universo experimenta una intensa expansión que aún dura hoy día. El espacio se llena de materia.

- **Nucleosíntesis**

Tres minutos después se forman los núcleos de los átomos más ligeros, hidrógeno y helio principalmente, pero también litio y berilio.

- **Desacoplo**

Entre 300.000 y 800.000 años después, se forman átomos neutros estables. Los fotones dejan de interactuar con los núcleos atómicos y se liberan, formando un fondo cósmico.

- **Reionización**

Hace 13.500 millones de años algún fenómeno provocó la ionización del medio cósmico. Probablemente fue la aparición de las primeras estrellas, que se formaron precisamente en ese instante, prácticamente al mismo tiempo que las primeras protogalaxias enanas.

- **Galaxias**

La galaxia enana (protogalaxia) más lejana que conocemos es tan vieja y está tan lejos que la luz que nos está llegando de ella en la actualidad salió de allí hace ni más ni menos que 13.230 millones de años.

- **La Vía Láctea**

Hace 13.000 millones de años se forman las primeras galaxias gigantes, y entre ellas nuestra galaxia, la Vía Láctea, un conjunto de 200.000 millones de soles y mundos que en las noches despejadas y oscuras puede verse como una franja tenue que cruza los cielos.

- **Cuásares**

Tras la formación de las galaxias gigantes, más o menos en la misma época en que se formó la Vía Láctea, éstas pasaron por un periodo muy activo en el que emitían grandes cantidades de energía, debido a la creación de su agujero negro central. En esta fase se llaman cuásares. El cuásar más lejano que conocemos, hace 12.770 millones de años ya emitía la luz que nos llega de él ahora.

- **Cúmulos Galácticos**

Sabemos que hace 9.950 millones de años ya existían cúmulos galácticos. Al menos, ese es el tiempo que ha tardado en llegar a la Tierra la luz del cúmulo 3C294, el cúmulo de galaxias más lejano que se conoce en la actualidad.

- **El Sistema Solar**

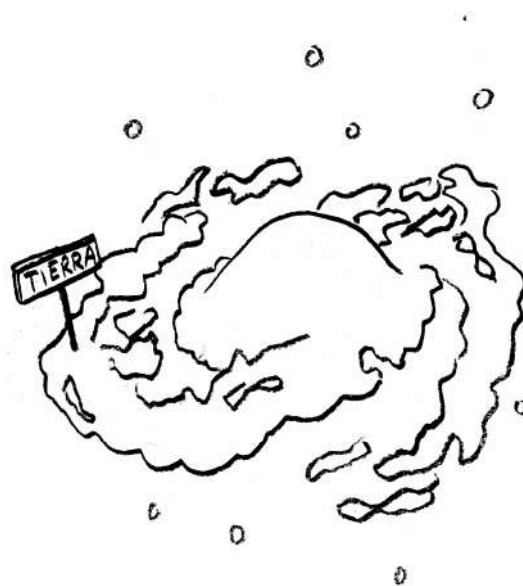
Hace 4.600 millones de años apareció el Sol, una estrella de tercera generación, y se formó el sistema planetario al que pertenecemos: el Sistema Solar.

- **La Tierra**

Sólo 30 millones de años después, hace 4.570 millones de años, se forma la Tierra, nuestro planeta.

- **La Luna**

Como consecuencia de una brutal colisión de la Tierra con un enorme planetóide del tamaño de Marte, un trozo de la Tierra se desgajó y quedó en órbita alrededor de la Tierra. Se había formado la Luna, hace 4.450 millones de años.



- **Océanos**

Hace 3.850 millones de años cesa el Gran Bombardeo de meteoritos, sobrantes de la formación del Sistema Solar. La Tierra por fin se enfría lo suficiente para permitir que en su superficie se formen acumulaciones de agua líquida. Se forman los primeros océanos. Estamos en la era Arcaica.

- **Vida**

Hace 3.760 millones de años, tan sólo 90 millones de años después de la formación de los océanos, surge en nuestro planeta el milagro de la Vida, en la

forma de pequeñas y simples bacterias. La rapidez de la aparición de la vida tal vez indica que ésta es muy fácil de formar y que quizás abunda en el Universo.

- **Células con núcleo**

Durante más de 1500 millones de años, los únicos seres vivos en nuestro planeta son las pequeñas bacterias. Pero hace 2100 millones de años surgen unos seres unicelulares más complejos, unas pequeñas células con un núcleo en el interior donde guardan su ADN. Aparecen los eucariotas.

- **Pluricelulares**

Durante más de 3000 millones de años desde que la Vida apareció, es decir, durante más del 80% de su historia, la Vida consistió en microscópicos seres unicelulares. Pero hace 670 millones de años algo extraordinario ocurrió y surgieron los primeros organismos pluricelulares, cuyos fascinantes primeros representantes componen la 'Fauna Ediacara'.

- **El Cámbrico**

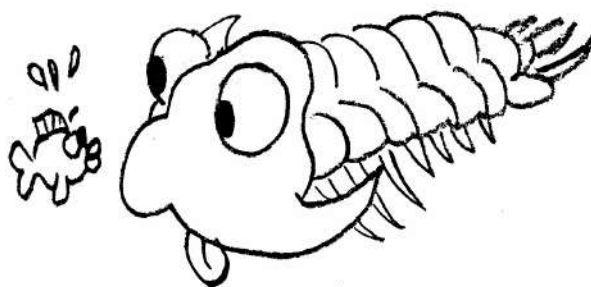
Hace 544 millones de años tiene lugar una extraordinaria explosión de nuevas formas de vida pasando de los animales de cuerpo "blando" de la fauna ediacara a prácticamente todos los grupos de animales con estructuras sólidas que existen hoy día.

- **Peces**

39 millones de años después, surgen los primeros vertebrados: los peces.

- **Tierra firme**

Hace 440 millones de años los seres vivos abandonan por fin la cómoda protección de los océanos y se lanzan a conquistar la tierra firme, que es un medio muchísimo más inhóspito para la vida. En aquella época, los licopodios, helechos gigantes y los primeros artrópodos son los únicos habitantes de los continentes.



- **Anfibios**

Hace 360 millones de años también los vertebrados abandonan los océanos y salen a la conquista de un territorio donde abunda la comida. Aún muy similares a los peces, todavía necesitan volver al mar para reproducirse. No obstante, esto no impedirá a estos primeros anfibios conquistar tierra firme.

Con el tiempo los anfibios evolucionarían y se convertirían en los primeros reptiles.

- **Reptiles**

Hace 290 millones de años una rama de los anfibios da lugar a los reptiles, que ya no necesitan volver al agua para procrear.

- **Dinosaurios**

Hace 245 millones de años, a partir de los reptiles surge uno de los grupos más exitosos de la historia de la evolución, los dinosaurios. Al contrario que los reptiles, son animales de sangre caliente. Durante casi 200 millones de años, serán los amos absolutos del planeta, conquistando todos los hábitats.

- **Mamíferos**

Otra rama diferente de los reptiles, los terápsidos, dan lugar hace 200 millones de años a otros seres de sangre caliente, cubiertos de pelo y que alimentan con leche a sus crías, los primeros mamíferos.

- **Aves**

Por su parte, hace 130 millones de años un grupo de dinosaurios desarrolló plumas y capacidad de planeo, que luego se convertiría en vuelo. Surgían así las primeras aves.

- **Extinción**

Hace 65 millones de años, un gigantesco meteorito cayó en lo que hoy es México, produciendo una edad de hielo en la que desaparecerían los dinosaurios.

- **Mamíferos modernos**

Hace 50 millones de años, los mamíferos se desarrollan y ocupan el hueco dejado por los dinosaurios. Surgen los mamíferos modernos: caballos, elefantes, ballenas...

- **Homínidos**

Hace 6 millones de años surgen en África los primeros simios homínidos, nuestros más antiguos antepasados.

- **Homo**

Hace sólo 2 millones de años aparecen, también en África, los primeros seres del género Homo: los primeros humanos.

- **El Hombre**

Tras el Homo Erectus, el Homo Sapiens Neanderthalensis, etc. hace 100.000 años surge una nueva especie del género Homo, el Homo Sapiens Sapiens, el hombre moderno. Sus primeros representantes fueron los hombres y las mujeres de Cromagnon.



Cuestionario de la línea del tiempo

- 1.- Desde que apareció el Universo, ¿cuánto tiempo pasó hasta que se formó nuestra galaxia? Y desde que se formó nuestra galaxia, ¿cuánto tiempo pasó hasta que se formó la Tierra?
- 2.- ¿Cuántas veces es más grande la edad del Universo que la edad de nuestra galaxia? ¿Cuántas veces es más grande la edad de nuestra galaxia que la edad del sistema solar?
- 3.- ¿Quiénes aparecieron antes los mamíferos o las aves? ¿Quiénes aparecieron antes las libélulas o las ranas?
- 4.- Desde que se formaron los océanos, ¿cuánto tardó en aparecer la vida? Y desde que apareció la vida, cuánto tardaron en aparecer los animales pluricelulares?
- 5.- ¿Cuánto hace que aparecieron los animales? ¿Cuánto hace que apareció el hombre?
- 6.- ¿Qué aparecieron antes las estrellas o las galaxias? ¿Qué aparecieron antes las galaxias o los cúmulos de galaxias?
- 7.- ¿Cuánto duró el Big Bang?
- 8.- ¿Cuál es el lapso de tiempo más grande entre dos sucesos sin que ocurra nada en medio? ¿Entre qué dos sucesos es?
- 9.- ¿Los mamíferos vienen de los dinosaurios? ¿Y las aves?
- 10.- ¿Cuáles fueron los primeros animales que vivieron en tierra firme?
- 11.- ¿Qué es un cuasar? ¿Cuánto hace que aparecieron?
- 12.- ¿Qué se formó antes la Tierra o la Luna? ¿Cuánto antes? ¿Cómo se formó la Luna?
- 13.- ¿Cuándo se formaron los núcleos atómicos? ¿Y los átomos más sencillos?

Bibliografía

- L. Broman, R. Estalella, R.M. Ros. *Experimentos de Astronomía*, Biblioteca de Recursos Didácticos, Alhambra, Madrid, 1988
- M. Gómez, M. Simón. *Aproximació de l'Astronomia de posició a l'Aula*, Ed.Vicent Llorens, Valencia, 1988
- V.Meavilla. *Medir sin esfuerzo*, Editorial Alhambra Longman- Madrid- 1995
- A.Baig, M. Agustench. *La revolución científica de los siglos XVI y XVII*, Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra, Barcelona, 1987
- *Matemáticas desde la Astronomía*, Ministerio de Educación y Ciencia, Vicens-Vives, Madrid, 1988



ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados. También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente colección.

Más información en www.apea.es

