

# revista **NaDiR**

**Nº 38 IV-2020**

Este número de la revista, y la mayor parte del anterior, se han realizado durante el confinamiento por coronavirus. Quiere ser un homenaje, un aplauso, a todos aquellos que, con su generosidad en su trabajo o en su hogar, han demostrado en estos días que el alma de nuestra sociedad es el espíritu de servicio.

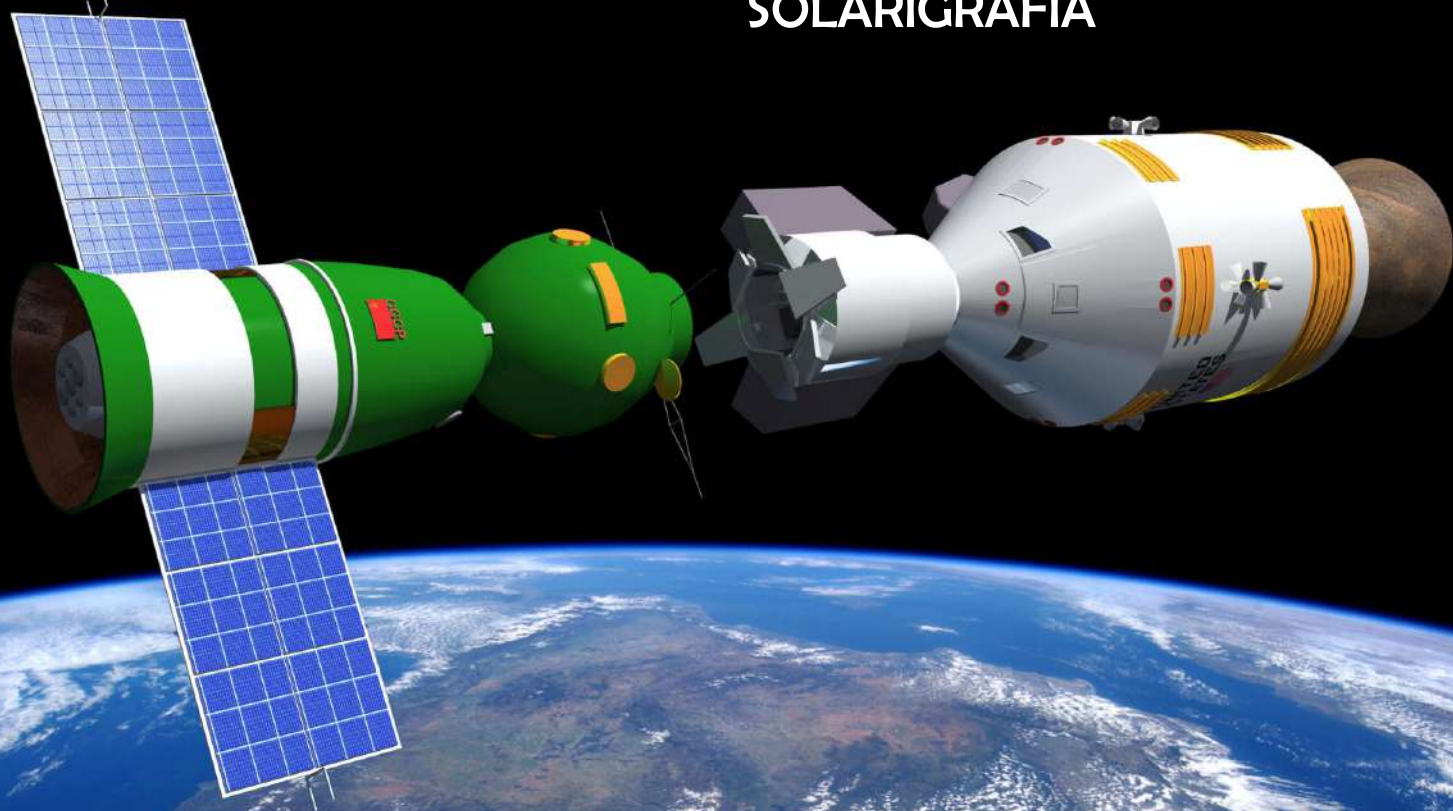
**SPLASHDOWN FESTIVAL Y  
GRAVEDAD CERO**

**CONSTRUCCIÓN DE UN  
TELESCOPIO EN EL AULA**

**ÓRBITAS DE TRANSFERENCIA**

**DETERMINACIÓN DE LA  
OBLICUIDAD DE LA ECLÍPTICA**

**SOLARIGRAFÍA**



**REVISTA DE LA ASOCIACIÓN PARA LA  
ENSEÑANZA DE LA ASTRONOMÍA (ApEA)**

## ApEA

NADIR es una revista de la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía (ApEA)  
[www.afea.es](http://www.afea.es)

Presidente:

Carolina Clavijo Aumont

Vicepresidente:

Sebastián Cardenete García

Secretario:

Fernando Sánchez

Tesorero:

Xavier Benlliure i Perales

Vocal de Publicaciones:

Ricardo Moreno Luquero

Vocal página web:

Eva Dominique Ibarra

Vocal FAAE:

Ángel Gómez Roldán

Vocal Encuentros:

M, Carmen Botella

Vocal Encuentros:

Fernando Ordóñez

Vocales:

Esteban Esteban Peñalba

Sensi Pastor Rodríguez

Manu Arregi Biziola

Edición de la revista Nadir:

Ricardo Moreno Luquero

[rmluquero@gmail.com](mailto:rmluquero@gmail.com)

Comité de Redacción: Esteban Esteban,

Manu Arregi y Joaquín Álvaro

Depósito Legal: Z-2513-98

ISSN: 1575-7528

Abril 2020

## SUMARIO

### EDITORIAL

3

### DIVULGACIÓN

#### SPLASHDOWN FESTIVAL Y GRAVEDAD CERO

Miguel Martín

4

### MODELOS

#### CONSTRUCCIÓN DE UN TELESCOPIO EN EL AULA

Anicet Cosialls

10

### EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

#### ÓRBITAS DE TRANSFERENCIA: Aplicando las leyes de la Física

Ricardo Moreno Luquero

17

### EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

#### DETERMINACIÓN DE LA OBLICUIDAD DE LA ECLÍPTICA

Anicet Cosialls et al.

23

### INVESTIGACIÓN

#### SOLARIGRAFÍA: Arte, Ciencia y Paciencia

Ángel Pérez Navarro

30

**Nadir** no se hace responsable de las opiniones expresadas en los artículos. Si no se indica otra cosa, las imágenes son propiedad de los autores de los artículos.

La distribución de **Nadir** es gratuita entre los socios de **ApEA**, y se puede descargar de su web. Se autoriza la difusión del contenido de la revista, citando la fuente.

## EDITORIAL

1

Nuestra revista surgió como medio de comunicación de los socios, muy necesaria en una asociación tan dispersa geográficamente como la nuestra, en la que es imposible realizar reuniones frecuentes, y en la que compartir experiencias es fundamental para llevar a cabo sus fines estatutarios.

Hasta ahora se ha intentado que la periodicidad fuese de dos números por año, porque no era fácil hacerlo más frecuente. Un problema de la revista siempre fue lograr reunir suficientes artículos para sacar el siguiente número. Y todos agradecemos a los anteriores responsables de la revista el esfuerzo que pusieron para que aportásemos artículos y materiales con los que elaborar la revista.

Sin embargo, los tiempos han cambiado, y es una satisfacción comprobar que ahora estas aportaciones son mucho más abundantes que antes y muchos socios se han animado a colaborar. Les agradecemos desde estas líneas su esfuerzo.

La situación extraordinaria que vivimos, desgraciada, de confinamiento por el coronavirus, está produciendo mucho sufrimiento a nuestro alrededor, pero a la vez, una gran solidaridad y un profundo agradecimiento a muchos profesionales que, poniendo en riesgo su salud, siguen a pie de cañón, ayudando a los demás, y a los que queremos desde aquí agradecer y aplaudir su trabajo. Esta situación, paradójicamente, además de beneficiar al medio ambiente, ha hecho que nosotros, gracias a NADIR, estemos más en contacto, realicemos más aportaciones, y nos está permitiendo tener tiempo para ordenar materiales y experiencias que teníamos por casa, arramblados en nuestro ordenador o incluso sólo en nuestra cabeza.

Por esto, en esta época de excepcionalidades en todos los ámbitos, vamos a intentar publicar tantos números de NADIR como podamos. Dependerá de vuestras aportaciones. Os animamos a compartir vuestras ideas y trabajos, también los que quizá ya contásteis en alguna Ponencia o Taller en anteriores Encuentros, y que sería bueno que quedara por escrito en la revista, para que pueda servir, ahora o en el futuro, a otros profesores.

Ricardo Moreno  
Vocal de Publicaciones

## SPLASHDOWN FESTIVAL Y GRAVEDAD CERO, DOS EXPERIENCIAS DE DIVULGACIÓN Y COMUNICACIÓN CIENTÍFICA

Miguel Martín <sup>1</sup>



Saber comunicar y enseñar ciencia no es sencillo; cualquiera que haya cursado estudios universitarios en una carrera científica lo sabe bien. Pero, una vez que vas aprendiendo, desarrollando y poniendo en práctica las diversas estrategias de comunicación, vas disfrutando más del proceso y, en consecuencia, eres consciente de toda la ciencia que estás aprendiendo por el mero hecho de comunicarla.

La divulgación científica siempre me ha parecido una forma excelente de aprender divirtiéndote. Para ello se necesita un largo y exigente proceso de búsqueda, selección, criba, aprendizaje, reflexión y 'digestión' de todo el diverso material que utilizas para poder llevar a cabo la labor divulgativa y de comunicación.

Las dos experiencias de divulgación científica que aquí traemos surgieron casi sin proponérselo y de una forma gradual. En charlas distendidas con amigos salía de vez en cuando la necesidad de crear en nuestro país una especie de festival científico dedicado a la exploración espacial y destinado a todos los públicos. Algunos de los

1. Miguel Martín, miembro de ApEA, es director del Splashdown Festival y presentador y guionista de Gravedad Cero. La foto es de una emisión en directo de Gravedad Cero en el Splashdown 2018, en el Centro Laboral Ciudad de la Cultura de Gijón. De izquierda a derecha: el periodista radiofónico Pachi Poncela, Miguel Martín y la divulgadora Leonor Ana Hernández

participantes procedían del ámbito científico, otros no. Por mi parte, me había estrenado en la comunicación científica en los inicios de los años 90 al entrar a trabajar de joven en el Planetario de Madrid. Fue toda una prueba de fuego y una escuela maravillosa de aprendizaje.

Pero, aunque circulaban las ideas y el debate en torno a cómo hacer ese tipo de evento, tampoco se terminaba de pasar a la acción. Todo cambió en septiembre de 2014 cuando acudí al festival internacional Starmus sobre el espacio y la astronáutica en Tenerife. Pese a algunas deficiencias en la organización, el evento me pareció extraordinario, apasionante y totalmente inspirador. Cuando volví, me propuse que al menos había que intentarlo. Así que durante 2015 estuvimos trabajando en documentarnos, entrevistarnos con decenas de entidades públicas y privadas, en crear toda la infraestructura logística y en estudiar el marco legal con vistas a poner en marcha el siguiente año un festival sobre exploración espacial en Asturias. Finalmente, el

21 de julio de 2016 se inauguró la primera edición del Splashdown Festival en el Centro de Arte y Creación Industrial en la Milla del Conocimiento de Gijón y durante cuatro días llevamos a cabo nuestro sueño.

Una primera edición que contó con la presencia –y el apoyo– de figuras destacadas de las ciencias espaciales en España como el astrofísico y divulgador Daniel Marín, el cofundador y CEO de PLD Space Raúl Torres, el investigador del Departamento de Planetología y Habitabilidad del Centro de Astrobiología (CAB-INTA), asociado al NASA Astrobiology Institute Ricardo Amils o el director de la revista Astronomía Ángel Gómez. Además, en esta primera edición, se llevaron a cabo tres talleres: de introducción a la astronomía, de astrofotografía y de ingeniería para la construcción de cohetes. Y se realizó también una pequeña exposición con material que trajeron varias de las entidades presentes con maquetas y prototipos de lanzadores.

En los tres años posteriores se llevaron a cabo otras tres ediciones más del Splashdown Festival,



Fig. 1: Foto de familia de la primera edición del Splashdown Festival, delante de la sede de celebración (julio de 2016).

todas ellas en el mes de julio, y en 2018 se inauguró la edición dedicada a los más jóvenes, el **SPLASHDOWN KIDS: EXPLORADORES ESPACIALES**, específica para dos rangos de edad: infantil (de 7 a 11 años) y juvenil (de 12 a 16 años). Se realizaron con ellos diversos talleres como modelismo espacial, observación solar, manejo de telescopios, juegos interactivos utilizando realidad virtual, fabricación de maquetas de sondas espaciales, etc. En 2019 dimos un salto cuantitativo y, además de la correspondiente

Científica Aplicada y la Tecnología) y de la FECYT (Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología). Comentar los pros y contras, las luces y las sombras de apostar por un proyecto de perfil mixto –privado, con apoyo público variable– daría para un extenso reportaje aparte. Pero, sin duda, sí puede resultar un acertado baremo para examinar la calidad del proyecto en el que te has embarcado. En total, durante estos cuatro años y siete ediciones (cuatro en Gijón, una en Barcelona y dos



Fig. 2: Visita para ver la construcción del telescopio internacional LSST (Large Synoptic Survey Telescope) en la fábrica de Asturfeito en Avilés durante el Splashdown 2017.

edición de Gijón, nos fuimos a hacer una nueva edición en Barcelona, en el CCCB (Centre de Cultura Contemporània de Barcelona), gracias al apoyo y asesoramiento de seguidores de la ciudad condal.

Los apoyos institucionales han venido por parte de la Gijón Convention Bureau (Gijón Congresses), de la FICYT (Fundación para el Fomento en Asturias de la Investigación

Splashdown Kids) solicitamos nueve ayudas a las tres entidades citadas y fueron concedidas en ocho ocasiones. Por ejemplo, la calificación que nos asignó la FECYT fue de 82 sobre 100 para concedernos la ayuda.

Durante estos años han participado más de 30 investigadores, científicos y divulgadores de todas las áreas relacionadas con las ciencias espaciales: astronomía, astronáutica,



Fig. 3: Los estudiantes de la Universitat Politècnica de Catalunya pertenecientes al programa UPC Space Program en la edición del Splashdown 2019 celebrada en Barcelona.

geoplanetología, computación aplicada, astrobiología, radioastronomía, meteoritos y astroblemas, cosmología, historia de la astronomía... A lo que hay que sumar las actividades complementarias que se han llevado a cabo: diversos talleres, exposiciones, mesas-debate, conciertos de música en directo, proyección de audiovisuales, proyecciones de cine científico y de ciencia ficción, monólogos de humor y la emisión de un programa de radio en directo.

Esta emisión especial fue de Gravedad Cero, el programa dedicado a la exploración espacial de la radio pública asturiana (RTPA, Radio Televisión del Principado de Asturias). En el mismo año de la inauguración de la primera edición del Splashdown Festival, en 2016, me invitaron a una entrevista en los estudios de la radio pública para que comentara la iniciativa. Resultó finalmente una agradable y muy entretenida conversación en la que no solo charlamos sobre el nuevo festival, también de ciencia, de astronomía y en general de

exploración espacial. Cuando finalizó la entrevista, y despidiéndonos en la puerta del estudio, de repente me ofrecieron hacer una pequeña sección sobre exploración espacial dentro de su magazine matinal LA RADIO ES MÍA, que se emite desde hace años en la RTPA de 10h a 13h todos los días. La idea que me propusieron era hacerlo todos los viernes al comienzo del programa con una duración de unos siete minutos.

Afortunadamente he tenido durante estos estupendos años de radio unos maestros excelentes en el equipo que formamos Gravedad Cero, sobre todo los periodistas radiofónicos Pachi Poncela y Sonia Avellaneda, dos genios de la comunicación en las ondas asturianas que llevan en el asunto más de tres décadas. Ha sido una estupenda formación teórica y práctica acelerada en comunicación científica radiofónica para un programa que es en directo, con formato desenfadado y a ritmo endiablado. Cuando escribo estas líneas (primavera de 2020) hemos realizado 84



Fig. 4: El astrofísico responsable del proyecto PARTNeR Juan Ángel Vaquerizo en su charla sobre Marte en 2018 (Sala Paraninfo del Centro Laboral Ciudad de la Cultura).

programas divididos en tres temporadas y lo que empezó con una sección de siete minutos se ha terminado alargando a un programa de media hora gracias al apoyo de los oyentes.

La escaleta del programa la solemos estructurar generalmente en dos temas principales sobre exploración espacial más una entrevista final, junto a noticias, convocatorias, recomendaciones de aplicaciones tecnológicas, libros y, por supuesto, incluyendo la diversa playlist del programa. Aunque se emite en directo los viernes de 10:30h a 11:00h también se encuentra en formato podcast en la plataforma de iVoox (como sección de LA RADIO ES MÍA) y a través de nuestra cuenta de Twitter [@gravedadceror](#). Por otra parte, la RTPA nos solicitó a comienzos de 2018 producir seis programas especiales de una hora de duración y que fueron emitidos finalmente las mañanas de los domingos de enero y febrero de ese año.

A lo largo de estos años han pasado por nuestros micrófonos un buen elenco de los investigadores y científicos españoles que se dedican a la ciencia y la exploración espacial, tanto en nuestro país como en el extranjero. Por ejemplo: el geólogo planetario Jesús Martínez Frías; el astrofísico catalán en la Queen Mary University Guillem Anglada Escudé; el ingeniero del Johnson Space Center de la NASA Eduardo García Llama; la astrofísica Eva Villaver, profesora de la Universidad Autónoma de Madrid y autora del libro LAS MIL CARAS DE LA LUNA; Javier Gómez-Elvira, ingeniero aeronáutico responsable científico de la estación REMS (Rover Environmental Monitoring Station) que porta el rover Curiosity de la NASA; la física especializada en óptica cuántica y divulgadora científica Sonia Fernández-Vidal; el físico Xavier Barcons, director general del ESO (European Southern Observatory) o, por supuesto también, miembros de ApEA como nuestro expresidente Esteban Esteban Peñalba.

Uno de los datos que más hemos valorado durante estos años –y que más nos ha llamado la atención– en el equipo de cinco personas que formamos en la actualidad Gravedad Cero es el sincero agradecimiento de la mayor parte de los investigadores y científicos que hemos tratado. Se aprecian muchas ganas de compartir conocimientos y esfuerzo en comunicarlos con la máxima claridad.

Todo este conjunto de experiencias durante estos intensos cinco años nos ha impulsado a pensar en crear e innovar nuevas plataformas, formatos y contenidos para ampliar el ámbito de la comunicación científica exclusivamente dedicada a la exploración espacial. Para nosotros, cada año que pasa tiene más futuro. Aunque, por experiencia propia, sabemos que es un trabajo arduo y constante de "picar piedra". Porque España sigue siendo un lugar bastante poco favorable para la ciencia y su divulgación, por lo menos como debería corresponder a un país avanzado. Pero, sin duda, estamos ya en



Fig. 5: El editor de la Guía del Cielo Pedro Velasco impartiendo el taller de astronomía en una de las aulas anexas dedicadas a las actividades complementarias.

el camino de seguir avanzando en la pasión de dar a conocer al máximo número de personas las maravillas de nuestro universo y la aventura humana de la exploración espacial.



Fig. 6: Observación astronómica después de una intensa jornada del Splashdown 2019 en el Observatorio de Monte Deva (Gijón) perteneciente a la Sociedad Astronómica Asturiana Omega.

# CONSTRUCCIÓN DE UN TELESCOPIO EN EL AULA

Anicet Cosials, Catedrático de Física y Química del Institut Guindàvols de Lleida



Se propone la construcción de dos tipos de telescopios refractores con materiales sencillos y al alcance de todos los alumnos: el telescopio de Galileo y el telescopio de Kepler. También se explica la formación de las imágenes y sus características principales.

## INTRODUCCIÓN

¿Os imagináis cómo sería la astronomía actual si no se hubiera inventado el telescopio?

Desde la antigüedad se conocía que los objetos, vistos a través de una botella esférica

de vidrio llena de agua, se veían aumentados. Pero al parecer, esta virtud era atribuida al agua, no a la redondez del vidrio.

Las lentes correctoras de la miopía y presbicia empiezan a aparecer a finales del siglo XII. Todo

parece indicar que, mucho antes, el emperador romano Claudio Nerón miraba a través de una esmeralda para mejorar su visión defectuosa.

Todavía hay dudas sobre quién fue el inventor del telescopio. Todo parece indicar que dos artesanos ópticos holandeses, Hans Lippershey y Jacob Meltius, independientemente, y con pocos meses de diferencia, presentaron la solicitud de patente el año 1608 al gobierno holandés. El invento se extendió por toda Europa.

En el año 1609, Galileo no tardó en deducir el funcionamiento de aquel enigmático instrumento y construyó algunos, cada vez mejores, a partir de un tubo de plomo y un ocular divergente. El primero conseguía sólo tres aumentos y equivaldría a unos modernos binoculares de teatro, y el último treinta. Cuando miró al cielo con su telescopio, revolucionó la astronomía del momento.

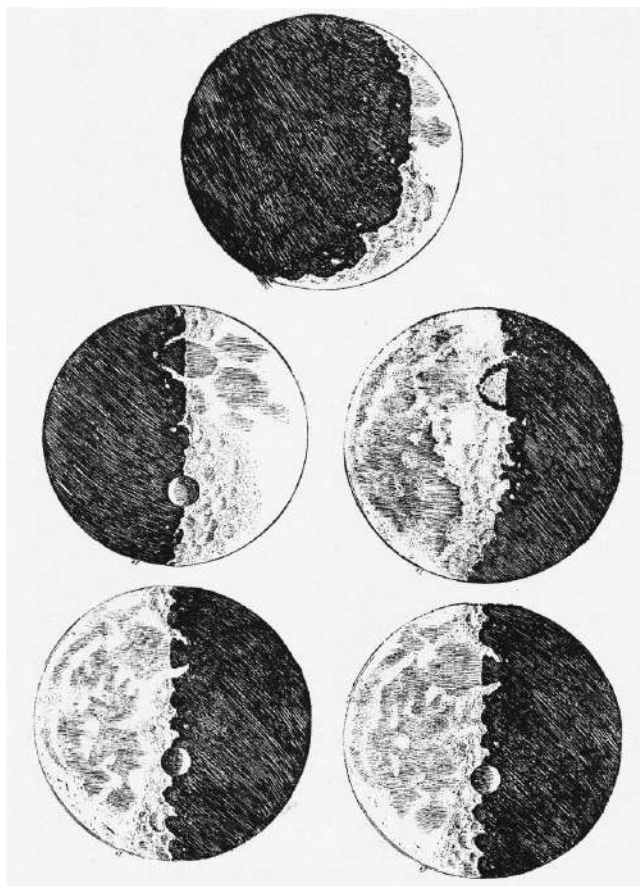


Fig. 1: Galileo consiguió ver los cráteres lunares

Descubrió las fases de Mercurio y Venus, los cráteres de la Luna (Fig. 1), los cuatro satélites de Júpiter y algunas estrellas de la Vía Láctea. Galileo fue la primera persona que publicó hallazgos astronómicos con el telescopio, por lo cual hay que considerarle justamente como el auténtico inventor. Sorprende que un invento de consecuencias tan importantes no hubiese sido reivindicado por nadie. De todas maneras, es comprensible, si se tiene en cuenta que en aquella época, las oficinas de patentes escaseaban y los medios legales para defenderse de los imitadores no existían.

No pretendo crear un debate sobre qué contenidos de Física deberían estar presentes en los currículums de ciencias, ni el orden en que deberían impartirse. En mis inicios como profesor de Física y Química en la antigua Formación Profesional, el primer tema que programaba era la óptica, y éste ha sido uno de los campos donde he podido diseñar y aplicar las actividades didácticas que más interés y satisfacción han despertado entre los alumnos.

Desde que se implantó la ESO en nuestro sistema educativo, se ha ofertado en nuestro instituto, dentro del currículum variable del segundo ciclo, el crédito "Luz y color". En este espacio, hemos tenido la posibilidad de aplicar los conocimientos adquiridos sobre el comportamiento de la luz, diseñando y construyendo telescopios.

El trabajo que aquí explico puede hacerse individualmente o en grupo, en este caso, el coste se reduce. En una de las horas de clase se explica el proceso de construcción, y posteriormente los alumnos lo construirán en sus casas, con los materiales que tengan a su disposición (tubos de cartón, PVC, cuentahílos, lupas...). El telescopio se presenta con una pequeña memoria. A título de ejemplo puede consultarse el trabajo El telescopio de Kepler <http://www.xtec.es/~acosiall/personal/kepler.pdf>.

En Cataluña, los alumnos de Bachillerato deben hacer obligatoriamente un trabajo de investigación conocido como Treball de Recerca. “Diseñar y construir un telescopio” ha sido una de las propuestas de temas de investigación que he hecho a los alumnos en varios cursos, que se materializaron en los trabajos de Nuria Campa (2002) y Raúl Castillo (2003).

En este artículo se proponen algunas pautas para que cada alumno de secundaria pueda construir su propio telescopio refractor, de una manera muy sencilla y rápida, con materiales que estén a su alcance, y pueda realizar con él algunas observaciones astronómicas: cráteres de la Luna, los satélites galileanos de Júpiter, etc.

Para ello se va a explicar el proceso de construcción de dos tipos de telescopios refractores: el telescopio de Galileo (1609) y el telescopio de Kepler (1611).

## TELESCOPIO DE GALILEO. CONCEPTOS TEÓRICOS

La función de un telescopio es facilitar la observación de objetos lejanos que se ven pequeños porque los son sus imágenes en la retina. Mediante un conjunto de lentes entre el objeto y la retina se consigue ampliar la imagen.

El telescopio de Galileo es un telescopio refractor que utiliza un sistema óptico formado por un ocular divergente y un objetivo

convergente (Fig. 2). Delante del tubo hay una lente convergente, el objetivo, de gran distancia focal ( $f_1 = +100$  cm), para refractar o desviar la luz procedente de fuentes lejanas. En el otro extremo del tubo hay una lente divergente, el ocular, con una distancia focal corta ( $f_2 = -10$  cm) que produce una imagen ampliada al desviar la luz previamente concentrada por el objetivo.

La longitud del telescopio ( $L$ ) está condicionada por las distancias focales  $f_1$  y  $f_2$  de las lentes:

$$L = f_1 + f_2$$

En nuestro caso,

$$L = 100 + (-10) = 90 \text{ cm}$$

La potencia de una lente ( $D$ ) se expresa en dioptrías, y se define como la inversa de su distancia focal expresada en metros:

$$D = 1/f$$

Por convenio, se asocian distancias focales positivas a las lentes convergentes, y negativas a las divergentes. Por consiguiente, en las lentes convergentes su número de dioptrías será positivo, y en las divergentes, negativo.

A título de ejemplo, la potencia de las lentes de nuestro telescopio será:

|          | Distancia focal (m) | Potencia (nº de dioptrías) |
|----------|---------------------|----------------------------|
| Objetivo | +1                  | $1/1 = +1 \text{ D}$       |
| Ocular   | -0,1                | $1/-0,1 = -10 \text{ D}$   |

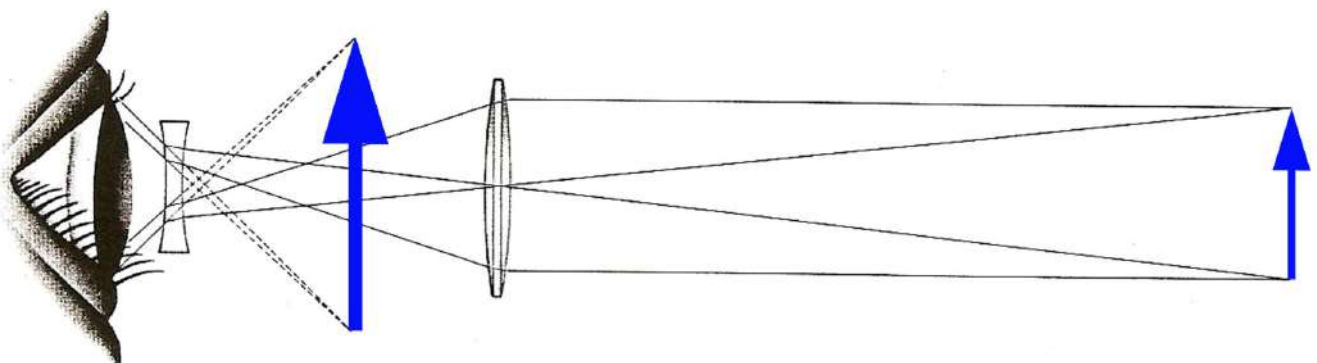


Fig. 2: El telescopio de Galileo con ocular divergente proporciona imágenes sin invertir (Colin A. Ronan, 1982). El dibujo muestra una construcción habitual que emplea sólo dos de los tres rayos “principales”, aunque en realidad la fuente puntual lejana emite un haz de luz que puede representarse por infinitos rayos que, al atravesar la lente convergen hacia el punto imagen.

El número de aumentos de un telescopio ( $a$ ) está determinado por la relación entre las distancias focales del objetivo  $f_1$  y del ocular  $f_2$ :

$$a = \frac{f_1}{f_2}$$

Cuanto mayor sea la distancia focal del objetivo  $f_1$  y menor la del ocular  $f_2$ , mayor será el número de aumentos.

El telescopio de Galileo que proponemos tendrá, según la fórmula anterior:

$$100 \text{ cm} / 10 \text{ cm} = 10 \text{ aumentos}$$

Decir que un telescopio proporciona 10 aumentos significa que, en el supuesto que observemos la Luna, la veríamos como si la observáramos desde una distancia 10 veces menor.

No hay que obsesionarse demasiado con los aumentos. Se puede llegar a pensar que el mejor telescopio es el que proporciona más aumentos, y esto es falso ya que cada instrumento tiene un límite máximo a partir del cual, por más aumentos que se le agreguen sólo conseguirá obtener una progresiva pérdida de detalles y la aparición de visiones borrosas por las aberraciones cromáticas.



Fig. 3: Una imagen con más aumentos suele ser más borrosa, menos brillante y con menos campo

Los telescopios refractores trabajan bien con un número de aumentos equivalente a 2 veces el diámetro del objetivo ( $d$ ) en mm. Un

telescopio de 60 mm de diámetro de objetivo no permitirá ver bien con más de 120 aumentos.

Hay que tener también en cuenta que, cuanto mayor sea el número de aumentos, menor será su luminosidad: los objetos se verán más oscuros.



Fig. 4: Telescopio que construyó Galileo

El poder de resolución de un telescopio representa el ángulo de separación mínimo entre dos estrellas para que puedan verse separadas cuando son observadas a través de él. A causa de las limitaciones impuestas por la difracción de la luz, el poder de resolución depende del diámetro del objetivo ( $d$ ). La expresión aproximada es:

$$\text{Poder de resolución} = 120 / d$$

Donde  $d$  se expresa en mm y el ángulo resultante en segundos de arco. El valor de  $d$  también es muy importante, porque cuanto más grande sea, más energía luminosa penetra en el aparato, con lo cual, se pueden detectar estrellas menos brillantes.

El campo abarcado es la porción o superficie de cielo que abarca un telescopio al mirar a través de él. Cuanto más elevada sea la potencia del instrumento óptico, tanto menor será el campo que éste abarque. A título de ejemplo, si un telescopio de 50 aumentos abarca justo el diámetro de la Luna, con otro de 100 aumentos sólo veremos la cuarta parte de ella.

## MATERIAL Y CONSTRUCCIÓN DEL TELESCOPIO DE GALILEO

Necesitaremos una lente convergente de +1 dioptrías que se utilizará como objetivo. Se compra en una óptica. El diámetro puede oscilar entre 5 y 8 cm aproximadamente.

También una lente divergente de -10 dioptrías (ocular). Esta lente debe tener un diámetro inferior a 5 cm. Puede comprarse en una óptica, pero también cabe utilizar las lentes de los equipos de óptica que hay en los centros.

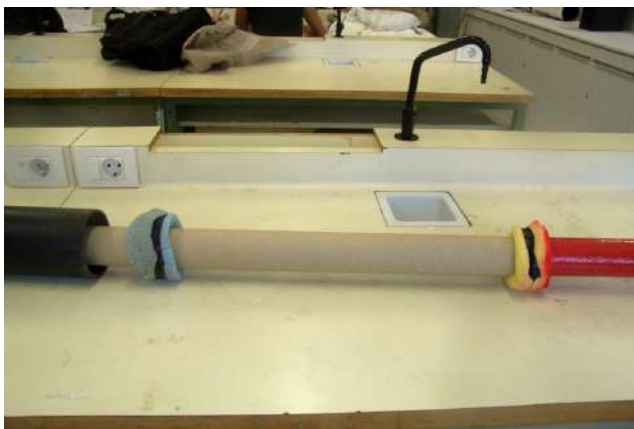


Fig. 5: Tubo interior recubierto con dos esponjas.

El cuerpo del telescoipo lo haremos con dos tubos resistentes de cartón de distinto diámetro, de los que se utilizan para el envío de documentos. También valen tuberías de PVC. Se cortan con una sierra de metal, con a una longitud aproximada de 90 cm y 70 cm. El diámetro interno de los tubos debe ser algo superior al diámetro de las lentes.

Para encajar el tubo de menor diámetro dentro del otro tubo, usaremos una bayeta Spontex.

Y también cinta adhesiva, por ejemplo, la cinta americana, para fijar la esponja al tubo, pintura de color negro mate, cartón de cajas de embalaje, regla milimetrada, compás y tijeras.

Para construirlo, el tubo interior se recubre con dos esponjas, o con dos tiras de bayeta Spontex (Fig. 5). También puede utilizarse



Fig. 6: Tubo interior recubierto con dos tiras de velcro.

velcro (Fig. 6). Las esponjas se fijan al tubo con cinta adhesiva, cinta americana o cinta aislante. De esta manera se consigue que el tubo interior se adapte al exterior y pueda deslizarse a través de él, para poder graduar y obtener el enfoque apropiado.

Es conveniente pintar el interior de los tubos con pintura de color negro mate, para evitar reflexiones de la luz dentro de los tubos.

Para fijar las lentes a los tubos, se recortan dos coronas circulares iguales con un diámetro externo que coincida con el diámetro interno de los tubos. Entre las dos coronas circulares de cartón se coloca la lente. La lente queda atrapada entre los dos cartones, los cuales están unidos por un fijador tipo blu-tack (Fig. 7). Se



Fig. 7: Lente entre dos coronas circulares de cartón

ajusta la lente a un extremo del tubo ejerciendo una ligera presión (Fig. 8).

Por último queda meter un tubo dentro del

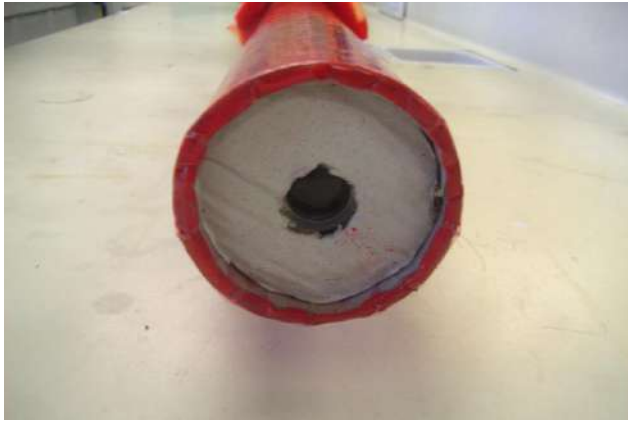


Fig. 8: Ocular adaptado al tubo del telescopio a presión

otro y deslizarlo hasta que la distancia entre las lentes sea aproximadamente de 90 cm.

¡Y ahora a observar! Si se quiere hacer observación astronómica conviene fijar el telescopio a un trípode. Para enfocar, habrá que desplazar ligeramente el tubo interior hasta conseguir una imagen nítida.

## TELESCOPIO DE KEPLER (1611)

Tras haber visto un telescopio de Galileo, el astrónomo alemán Johannes Kepler diseñó un telescopio refractor ligeramente diferente.

El telescopio de Kepler (Fig. 9) utiliza dos lentes convergentes de distintas distancias focales. En nuestro caso, proponemos distancias focales  $f_1 = 133$  cm y  $f_2 = 5$  cm.

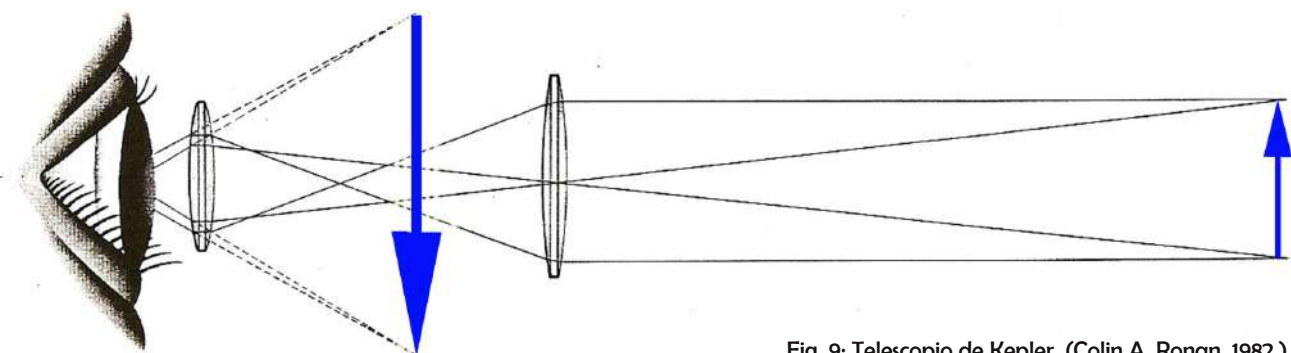


Fig. 9: Telescopio de Kepler. (Colin A. Ronan, 1982.)

El número de aumentos de este telescopio será:

$$133 \text{ cm} / 5 \text{ cm} = 26,6 \text{ aumentos}$$

En este tipo de telescopio, el campo abarcado es mayor que en el de Galileo pero posee el inconveniente de proporcionar una imagen invertida.

El material necesario para la construcción es:

Una lente convergente de + 0,75 dioptrías ( $f_1 = 133$  cm) que se utilizará como objetivo. Se compra en una óptica. El diámetro puede oscilar entre 5 y 8 cm aproximadamente.

Como ocular utilizaremos una lupa el tipo cuenta-hilos (Fig. 10). Es una lente convergente con una distancia focal pequeña ( $f_2 = 5$  cm). La

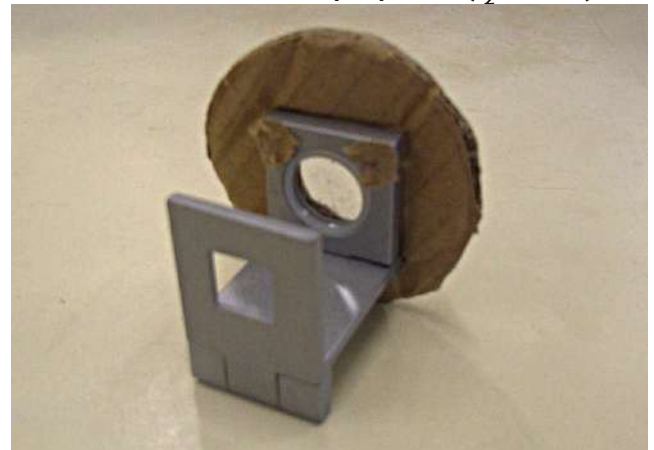


Fig. 10: Cuenta-hilos fijado a la corona circular de cartón.

ventaja de usar un cuenta-hilos como ocular es su precio. Puede comprarse en ópticas o en filatelias.

Los dos tubos resistentes de cartón de



Figura 11: Ocular listo para ser fijado a presión al tubo.

distinto diámetro son similares al telescopio de Galileo. Se cortan con sierra de metal a una longitud aproximada de 100 cm y 80 cm. El diámetro interno de los tubos debe ser algo superior al diámetro de las lentes.

Necesitaremos también una bayeta Spontex para encajar el tubo de menor diámetro dentro del otro, cinta adhesiva (p. ej. cinta americana) para fijar la esponja al tubo, pintura de color negro mate, cartón de cajas de embalaje, regla

milimetrada, compás, tijeras, y sierra de metal para cortar los tubos.

Para construirlo, la única diferencia respecto al telescopio de Galileo, es la fijación del cuenta-hilos como ocular. Se coloca en el tubo estrecho (Fig. 10 y 11), pegado al cartón con blu-tack.

Los tubos hay que ensamblarlos de tal manera que la distancia entre las lentes sea aproximadamente igual a la distancia focal del objetivo ( $f_1 = 133$  cm).

Y ahora a enfocar, deslizando ligeramente el tubo pequeño, ¡¡y ¡a observar!!

### Referencias bibliográficas

- Castillo, Raúl. El cel a l'abast de tothom. 2003:

<http://www.xtec.es/~acosiall/personal/telescop.pdf>

- Colin A. Ronan. Els amants de l'astronomia. Editorial Blume. 1982.

**Galileo Galilei**  
1564-1642



**Johannes Kepler**  
1571-1630

Dirección de contacto:

Anicet Cosialls Manonelles. Institut Guindàvols  
Carrer Eugeni d'Ors s/n. 25191 Lleida. Tel.: 973238047  
e-mail: [acosiall@xtec.cat](mailto:acosiall@xtec.cat) [anicetc@gmail.com](mailto:anicetc@gmail.com)

## ÓRBITAS DE TRANSFERENCIA: Aplicando las leyes de la Física

Ricardo Moreno Luquero



En Secundaria se estudian las órbitas de los satélites como aplicación de la ley de Gravitación Universal y de las leyes de conservación de la energía y del momento cinético. En este artículo además de resumir las ideas básicas para trabajar con órbitas, apporto ejemplos numéricos reales que pueden ayudar a los profesores. Quisiera evitar errores como el de un alumno que puso en un examen: “como las órbitas más altas corresponden a velocidades menores, un satélite en órbita circular, al frenar, asciende”.

Las fórmulas que he usado para obtener los datos están al final del artículo, para no asustar. Cualitativamente se podrían resumir en estas cuatro ideas:

1ª idea: Si un satélite está en órbita circular alrededor de la Tierra, su velocidad sólo

depende del radio de la órbita: cuanto mayor sea, más despacio va.

2ª idea: Un satélite en una órbita circular más alejada de la Tierra que otra, tiene menos energía cinética pero más energía potencial, y la energía total (cinética más potencial) es mayor.

Por esa razón, para pasar de una órbita circular baja a otra más alta, hay que aportar energía.

3ª idea: En una órbita elíptica, la velocidad y la altura del satélite varían en cada punto. Cuanto más cerca de la Tierra, más deprisa va.

4ª idea: El tiempo que un satélite tarda en dar una vuelta a la Tierra (el periodo) es mayor cuanto mayor es el eje mayor de la elipse.

### EFFECTOS DE UN CAMBIO DE VELOCIDAD EN UNA ÓRBITA CIRCULAR

Supongamos (Fig. 1) un satélite que gire alrededor de la Tierra en una órbita circular a una altura<sup>1</sup> de 5000 km: el radio de la órbita sería de 11.400 km: esa altura más el radio de la Tierra, 6400 km. Según las fórmulas, su velocidad será de 5,9 km/s y su periodo  $T=3,4$  h:

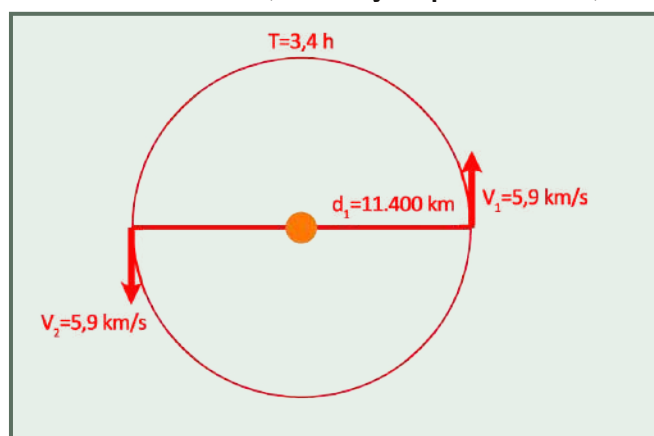


Fig 1. Órbita circular de un satélite (el radio de la Tierra no está a escala)

Ahora supongamos (Fig. 2) que en el punto de la derecha el satélite aumenta de forma prácticamente instantánea su velocidad hasta los 6,8 km/s: la órbita pasa a ser una elipse (azul), con la Tierra en un foco. Según avanza, el satélite asciende a mayor altura sobre la Tierra y a la vez va disminuyendo su velocidad, hasta llegar a 3,5 km/s en el extremo izquierdo, el más alejado de la Tierra ( $d_2=22.300$  km). Y regresa de nuevo al punto inicial, donde volverá a tener 6,8 km/s. Curiosamente, aunque haya acelerado inicialmente, como el semieje mayor

de la elipse ha aumentado, el tiempo que tarda en dar una vuelta completa ( $T=6,1$  h) es mayor que en el caso anterior ( $T=3,4$  h).

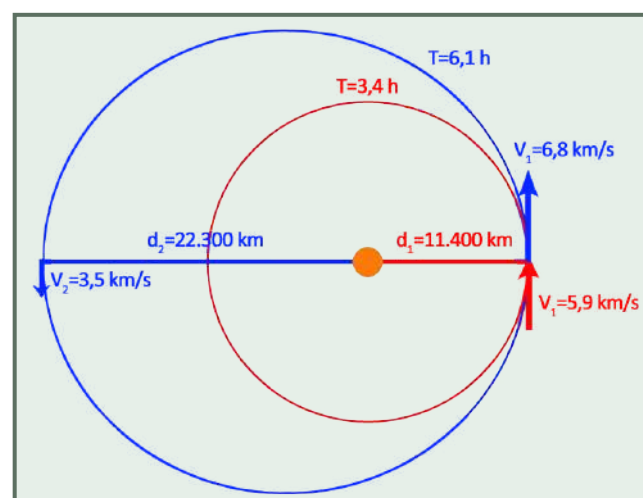


Fig. 2 Al aumentar el satélite su velocidad, tarda más en dar una vuelta

Volvamos a la situación inicial (Fig. 3) de órbita circular a 5,9 km/s (en rojo), y frenemos rápidamente hasta 5,1 km/s: el satélite cae en

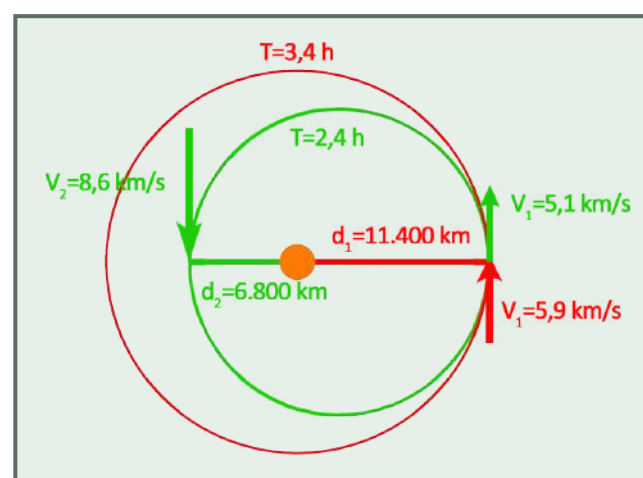


Fig. 3 Al frenar, el satélite tarda menos en dar una vuelta

una órbita elíptica (en verde) con un foco en la Tierra, va acelerando hasta llegar a 8,6 km/s cuando está más cerca de la Tierra ( $d_2=6.800$  km), y en la otra mitad de la órbita va frenando hasta llegar de nuevo a los 5,1 km/s en el punto inicial. Como el semieje mayor de la elipse es más pequeño, tarda menos en dar una vuelta completa ( $T=2,4$  h) en la órbita elíptica que en la circular ( $T=3,4$  h).

<sup>1</sup>. Hemos utilizado una altura intermedia, para que tanto al acelerar como al frenar, las órbitas sean elipses que se puedan observar como tales en un dibujo a escala.

### ÓRBITAS DE TRANSFERENCIA

Si un satélite está en una órbita circular, y quiere pasar a otra también circular pero más baja, no puede hacerlo frenando sin más. Debe hacerlo en dos veces, con alguna maniobra de transición, por ejemplo, a través de una órbita elíptica llamada órbita de Hohmann.

Siguiendo con los ejemplos de antes, supongamos que tenemos (Fig.4) un satélite en una órbita circular de  $d_1=11.400$  km (en **rojo**), por

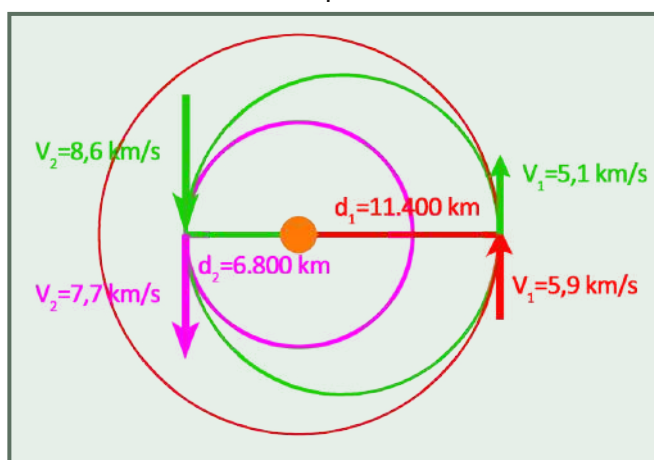


Fig. 4 Para pasar de una órbita circular a otra más baja, se necesitan dos frenadas

lo que va a una velocidad de  $v=5,9$  km/s, y que quiere bajar a una órbita de  $d_2=6.800$  km (en **violeta**). Debería frenar y ponerse a  $5,1$  km/s, con lo que entra en una órbita elíptica (en **verde**) que le lleva en el otro extremo (perigeo) al radio buscado. Pero llega con una  $v=8,6$  km/s, y debe frenar de nuevo hasta los  $7,7$  km/s de la órbita circular (**violeta**) deseada.

Otro ejemplo, supongamos el mismo satélite en su órbita circular inicial, de  $d_1=11.400$  km y  $v=5,9$  km/s (en **rojo** en la Fig. 5), que quiere pasar a otra más alta circular (**naranja**) de  $d_2=22.300$  km. Primero debe acelerar hasta  $v=6,8$  km/s, con lo que entra en una órbita elíptica (**azul**) que le lleva en el extremo opuesto (apogeo) al radio deseado. Pero como llega con una velocidad de  $3,5$  km/s, debe acelerar de nuevo hasta los  $4,2$  km/s que corresponden a la órbita circular (**naranja**) de radio  $22.300$  km.

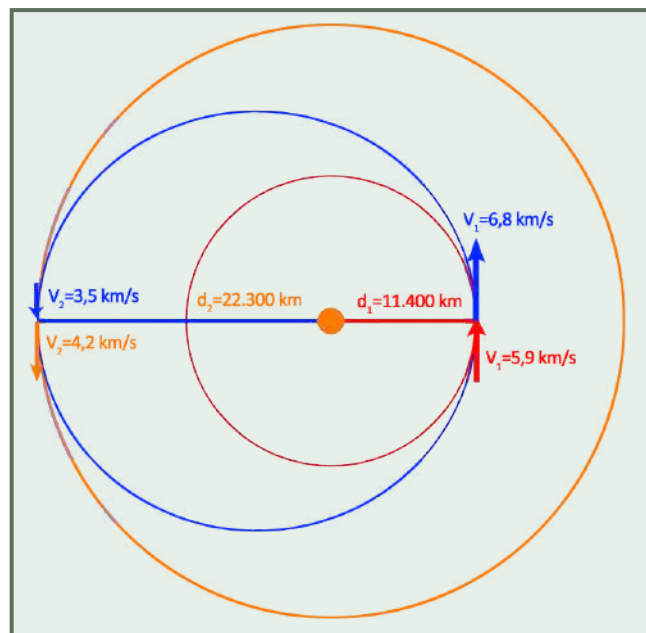


Fig. 5 Para subir a una órbita más alta, hay que acelerar dos veces

### ÓRBITAS GEOESTACIONARIAS

La órbita circular con un periodo de 24 h igual al de la Tierra, se llama geoestacionaria, y corresponde a un radio de  $42.300$  km.



Fig. 6 El satélite de comunicaciones español Hispasat, en una órbita geoestacionaria

Para llevar hasta allí a un satélite (Fig. 7), primero se le coloca en una órbita circular baja (**rosa**), por ejemplo, a  $400$  km de altura sobre la superficie terrestre ( $d_1=6.800$  km, suponiendo que el radio de la Tierra es  $6.400$  km), para lo cual se necesita que vaya a  $7,7$  km/s. Se le da un incremento de velocidad de  $2,4$  km/s para llegar

a  $v = 10,1$  km/s, con lo que llega en una órbita elíptica (**azul**) a un apogeo de  $d_2 = 42.300$  km

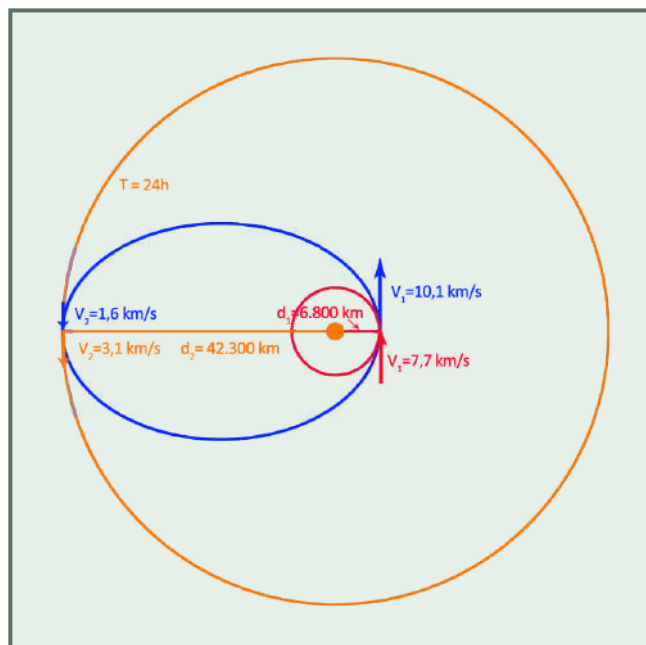


Fig. 7 Órbita de transferencia para colocar un satélite en órbita geostacionaria

(la altura sobre la superficie terrestre es de casi 36.000 km). Allí llega con una  $v = 1,6$  km/s y debe ser acelerado hasta los 3,1 km/s, que es la velocidad que corresponde a una órbita circular (**naranja**) a esa altura. Esa órbita tiene un periodo de 24 h, es decir, el satélite da una vuelta en el mismo tiempo que lo hace la Tierra. Por esa razón siempre está encima del mismo punto del ecuador, y si está en la posición adecuada, es muy útil para las comunicaciones desde un país o para la observación de una zona de la Tierra.

### VIAJE A LA LUNA

Las órbitas de transferencia se usaron en el histórico viaje del Apolo XI en 1969. Los astronautas llegaron a las inmediaciones de la Luna (Fig. 8) a una velocidad<sup>2</sup> de más de 2.500 m/s, y tuvieron que frenar hasta los 1.672 m/s que necesitaban para ponerse en el punto más bajo de una órbita elíptica (**azul**), que variaba entre los 111 km y los 315 km de altura sobre la

superficie lunar. En ese mismo punto de su tercera órbita encendieron los motores durante 17 segundos para reducir ligeramente su velocidad hasta 1.630 m/s, con lo que se colocaron en una órbita circular (**rojo**) en la que tardaban 2 horas casi justas en dar una vuelta a la Luna. Al día siguiente, mientras Michael Collins se quedaba en esa órbita en el Módulo de Mando Columbia, Neil Armstrong y Edwin Aldrin entraron en el Módulo Lunar Eagle, se

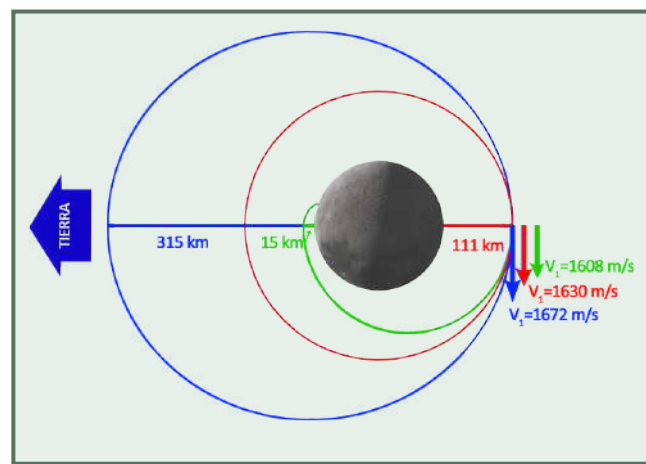


Fig. 8 Los cambios de órbitas se debían hacer siempre en la cara oculta (la Luna no está a escala)

separaron de la nave principal y frenaron con los cohetes hasta ponerse a 1.608 m/s. Con esto se colocaron en el punto más alejado de una órbita elíptica (**verde**) que les llevó en el otro extremo a sólo 15 km de la superficie de la Luna. En esa media circunvalación tardaron 57 minutos, y aumentaron su velocidad hasta los 1.697 m/s. A partir de ahí volvieron a encender el motor, dejaron la órbita y el descenso fue continuamente propulsado, frenando y recorriendo en doce minutos los 480 km que les separaban del punto de alunizaje.

Como aterrizaron en la cara visible de la Luna, los encendidos de los motores para cambiar de órbita se debían hacer siempre en la cara oculta (Fig. 8), cuando no tenían contacto por radio con la Tierra, lo que aumentaba el dramatismo de la operación.

<sup>2</sup> En este caso se dan las velocidades en m/s, pues las variaciones son pequeñas. También se da el dato de la altura  $h$  sobre la superficie de la Luna, que es relevante en el texto. Los datos están tomados del artículo de Eduardo G<sup>a</sup> Llama en Investigación y Ciencia, VII-2019.



Fig. 9 El módulo Eagle en su ascenso desde la superficie lunar

### VIAJE A MARTE

Las órbitas de transferencia se usan también para viajar a otros planetas, por ejemplo, para ir desde la Tierra a Marte (Fig. 10). En ese caso el cuerpo central es el Sol, la órbita inicial es la de la Tierra<sup>3</sup>, casi circular (en **rojo**) con un radio de  $1,5 \cdot 10^8$  km, una velocidad de 29,1 km/s, y la órbita final es la de Marte (en **naranja**), aproximadamente circular con un radio de  $2,3 \cdot 10^8$  km y una velocidad de 23,6 km/s. Necesitamos poner a la nave a 32,0 km/s, para que, movida sólo por su inercia y la atracción del Sol, vaya en una órbita elíptica (en **azul**) hasta la órbita de Marte. Allí llegará con una velocidad de 20,9 km/s, por lo que necesitará

otro impulso de 2,7 km/s para llegar a los 23,6 km/s, que es la velocidad de Marte en su órbita. Para regresar, hará al revés: primero frenará para ponerse a 20,9 km/s, con lo que se pone en la órbita elíptica de transferencia. Al llegar a la órbita terrestre lo hará con una  $v = 32,0$  km/s, y deberá disminuirla con sus motores en 2,9 km/s hasta ponerse a los 29,1 km/s a los que va la

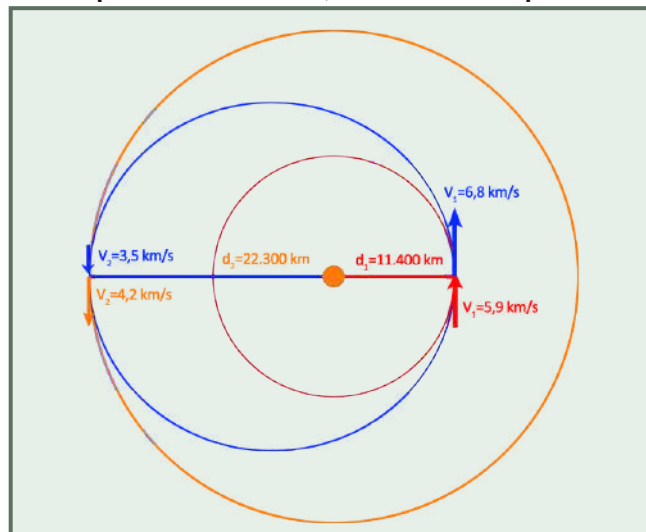


Fig. 10 El viaje de ida y vuelta a Marte tardaría año y medio.

Tierra en su órbita circular alrededor del Sol. Esta órbita elíptica de transferencia tiene un periodo de 531 días, por lo que en la ida a Marte se tardaría la mitad de ese tiempo (265,5 días= 8,9 meses), y otro tanto en la vuelta.

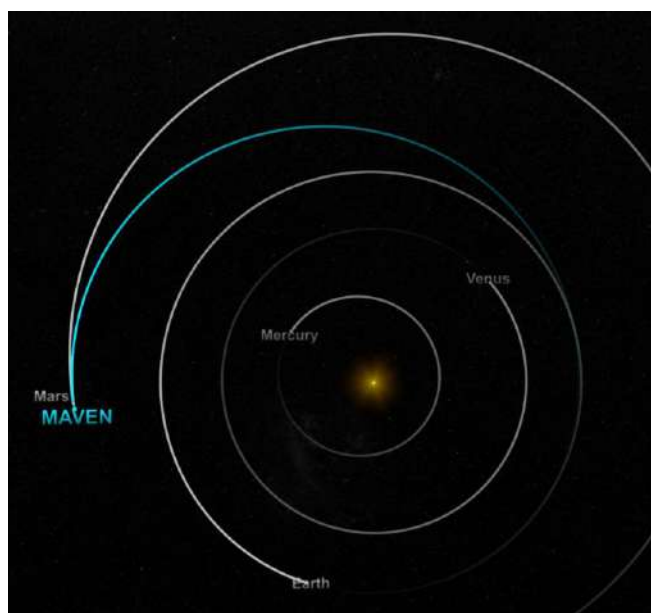


Fig. 11. Misión MAVEN: trayectoria y recreación de su llegada a Marte en 2014.

<sup>3</sup> Las órbitas de la Tierra y Marte se han aproximado a circunferencias de radio su distancia media al Sol.

## FÓRMULAS

Las fórmulas necesarias para obtener los datos que he manejado en el artículo se obtienen a partir de la ley de la gravitación universal y de las leyes de conservación de la energía y del momento angular. Como es sabido, aunque históricamente las leyes de Kepler precedieron a la ley de gravitación universal, se pueden deducir de ella.

La masa  $m$  del satélite nunca influye.  $M$  es la masa de la Tierra, la Luna o el Sol. En el primer caso he tomado de valor  $5,97 \cdot 10^{24}$  kg, en el caso de la Luna  $7,37 \cdot 10^{22}$  y en el caso del Sol, el valor que he tomado es  $1,9 \cdot 10^{30}$ .

Esas fórmulas son:

1ª En una órbita circular, identificando la fuerza centrípeta con la fuerza de atracción gravitatoria se obtiene:

$$m \frac{v^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

2ª En una órbita elíptica, la velocidad en cada punto varía, y también la altura sobre la Tierra. Por la conservación del momento angular, en el punto 1 más cerca a la Tierra (perigeo) y en el punto 2 más alejado (apogeo) se cumple que

$$mv_1 \cdot d_1 = mv_2 \cdot d_2 \rightarrow v_2 = \frac{v_1 \cdot d_1}{d_2}$$

3ª En cualquier punto de una órbita elíptica, la energía total, suma de la potencial y la cinética, es constante:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{d_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{d_2}$$

Por tanto, combinando esta fórmula con la anterior, en el apogeo y perigeo se cumplirá que:

Si tenemos un satélite en órbita circular de radio  $d_1$  y velocidad  $v$ , y ésta cambia al valor  $v_1$ , la órbita se convierte en elíptica, y con la expresión anterior podemos saber qué alejamiento  $d_2$  adquiere el satélite en el otro extremo de la nueva órbita elíptica. Si el satélite en órbita circular acelera ( $v_1 > v$ ), se usa el signo menos delante de la raíz, y si frena ( $v_1 < v$ ), se usa el signo más.

$$d_2 = \frac{-GM \pm \sqrt{G^2 M^2 + v_1^2 d_1^2 (v_1^2 - \frac{2GM}{d_1})}}{(v_1^2 - \frac{2GM}{d_1})}$$

4ª El tiempo  $T$  que tarda un satélite en dar una vuelta alrededor de la Tierra (o del Sol si fuera el caso), viene dado por la tercera ley de Kepler, que, siendo  $a$  el semieje mayor, podemos expresar por:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} a^3}$$

5ª Por la primera ley de Kepler, las órbitas de los satélites son elipses. Siguiendo con la misma notación que en los puntos anteriores, los parámetros de esas elipses son ( $a$ = semieje mayor,  $b$ = semieje menor,  $e$ = excentricidad):

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} \rightarrow e = \frac{d_2 - d_1}{d_2 + d_1} \rightarrow b = a\sqrt{1 - e^2}$$

## TABLAS DE DATOS

TABLA 1

| DATOS DE LAS ÓRBITAS TERRESTRES USADAS |               |                 |               |                 |      |             |             |            |
|----------------------------------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|------|-------------|-------------|------------|
| Tipo de órbita                         | $d_1$<br>(km) | $v_1$<br>(km/s) | $d_2$<br>(km) | $v_2$<br>(km/s) | $e$  | $a$<br>(km) | $b$<br>(km) | $T$<br>(h) |
| CIRCULAR                               | 11.400        | 5,9             | 11.400        | 5,9             | 0,00 | 11.400      | 11.400      | 3,4        |
| ELÍPTICA                               | 11.400        | 6,8             | 22.321        | 3,5             | 0,32 | 16.860      | 15.952      | 6,1        |
| ELÍPTICA                               | 11.400        | 5,1             | 6.763         | 8,6             | 0,26 | 9.081       | 8.780       | 2,4        |
| CIRCULAR                               | 6.800         | 7,7             | 6.800         | 7,7             | 0,00 | 6.800       | 6.800       | 1,6        |
| CIRCULAR                               | 22.321        | 4,2             | 22.321        | 4,2             | 0,00 | 22.321      | 22.321      | 9,2        |
| CIRCULAR                               | 6.779         | 7,7             | 6.779         | 7,7             | 0,00 | 6.779       | 6.779       | 1,5        |
| ELÍPTICA                               | 6.779         | 10,1            | 42.397        | 1,6             | 0,72 | 24.588      | 16.953      | 10,7       |
| CIRCULAR                               | 42.279        | 3,1             | 42.279        | 3,1             | 0,00 | 42.279      | 42.279      | 24,0       |

TABLA 2

| DATOS DE LAS ÓRBITAS LUNARES |                    |               |               |                |               |               |                |            |
|------------------------------|--------------------|---------------|---------------|----------------|---------------|---------------|----------------|------------|
| Tipo de órbita               | $R_{LUNA}$<br>(km) | $h_1$<br>(km) | $d_1$<br>(km) | $v_1$<br>(m/s) | $h_2$<br>(km) | $d_2$<br>(km) | $v_2$<br>(m/s) | $T$<br>(h) |
| ELÍPTICA                     | 1.738              | 111           | 1.849         | 1.672          | 315           | 2.052         | 1.507          | 2,1        |
| CIRCULAR                     | 1.738              | 111           | 1.849         | 1.630          | 111           | 1.849         | 1.630          | 2,0        |
| ELÍPTICA                     | 1.738              | 111           | 1.849         | 1.608          | 15            | 1.753         | 1.697          | 1,9        |

TABLA 3

| DATOS DE LAS ÓRBITAS DE PLANETAS |                    |                               |                 |                               |                 |      |                             |                             |               |
|----------------------------------|--------------------|-------------------------------|-----------------|-------------------------------|-----------------|------|-----------------------------|-----------------------------|---------------|
| Tipo de órbita                   | Órbita del planeta | $d_1$<br>(10 <sup>6</sup> km) | $v_1$<br>(km/s) | $d_2$<br>(10 <sup>6</sup> km) | $v_2$<br>(km/s) | $e$  | $a$<br>(10 <sup>6</sup> km) | $b$<br>(10 <sup>6</sup> km) | $T$<br>(días) |
| CIRCULAR                         | Tierra             | 1,5                           | 29,1            | 1,5                           | 29,1            | 0,00 | 1,5                         | 1,5                         | 365           |
| CIRCULAR                         | Marte              | 2,3                           | 23,6            | 2,3                           | 23,6            | 0,00 | 2,3                         | 2,3                         | 687           |
| ELÍPTICA                         | Transferencia      | 1.5                           | 32.0            | 2.3                           | 20.9            | 0.21 | 1.9                         | 1.8                         | 531           |

# DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA OBLICUIDAD DE LA ECLÍPTICA

Anicet Cosialls, Clara Preixens Vidal, David Beberide Sabarich, Anna Alonso Giró



Se describe un procedimiento experimental para determinar la oblicuidad de la eclíptica de una manera sencilla y al alcance de todos, a partir del seguimiento de la altura del Sol durante un período largo de tiempo. Este trabajo fue realizado por tres alumnos de 4 de ESO del Institut Guindàvols de Lleida, y recibió un galardón en el concurso Catch a Star, como se ve en la fotografía.

## OBJETIVOS

Conocer los antecedentes históricos en la determinación experimental de la oblicuidad de la eclíptica.

Estudiar la relación matemática existente

entre la máxima altura del Sol, la latitud del lugar y la declinación del Sol.

Estudiar experimentalmente la evolución de la declinación del Sol durante un período largo de tiempo.

Hacer una estimación de la oblicuidad de la eclíptica.

## MARCO TEÓRICO

Uno de los grandes descubrimientos realizados por el hombre a lo largo de la historia, y al que quizás no se le da demasiada importancia, ha sido el gnomon. Nuestros antepasados observaron que la sombra de un palo vertical clavado sobre el suelo de una superficie horizontal cambiaba de longitud y de posición desde la salida del Sol hasta su puesta, y que su longitud era mínima al mediodía solar.

El siguiente paso fue observar la evolución de la longitud y la dirección de la sombra del gnomon durante períodos largos de tiempo. Las sombras eran más cortas en el verano y más largas en el invierno, pero la dirección de la sombra al mediodía solar siempre era la misma: la que hoy en día se conoce como línea meridiana y que coincide con la dirección Norte-Sur. Un simple gnomon proporcionaba una valiosa información sobre la época del año en la que se estaba.

Si se siguen diariamente las puntas de las sombras del gnomon durante un año se obtienen curvas que van cambiando de forma pero que tenían tres formas singulares (Fig. 1, 2 y 3):

Línea recta, en los equinoccios



Fig. 1: Evolución de la sombra del gnomon durante el equinoccio de primavera de 2014. Patio del INS Guindàvols (Lleida).

Hipérbola convexa, en el solsticio de verano



Fig. 2. Evolución de la sombra del gnomon durante el solsticio de verano de 2014. Patio del INS Guindàvols.

Hipérbola cóncava, en el solsticio de invierno

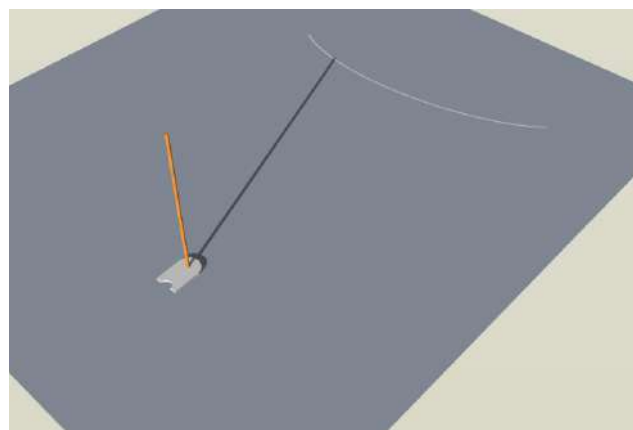


Fig. 3. Evolución de la sombra del gnomon durante el solsticio de invierno.

Parece que los egipcios, alrededor del año 3550 a.C., ya conocían la forma que seguía la sombra de un obelisco a lo largo de un día en las diferentes estaciones. El obelisco hacía las funciones de reloj solar y de calendario. (Fig. 4)

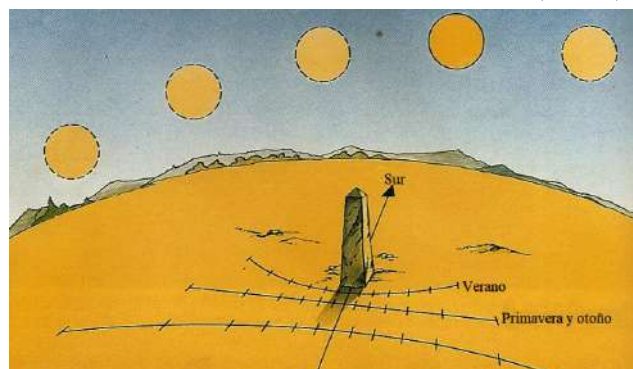


Fig. 4. Obelisco egipcio. La posición de la sombra daba información sobre la parte del día en la que se estaba y sobre la estación

Es de suponer que una de los grandes retos de la ciencia en la antigüedad fue conocer el origen de la regularidad observada en las sombras del gnomon en las diferentes estaciones.

Según Ptolomeo en el *Almagesto*<sup>[1]</sup>, Aristarco de Samos explica el origen de los equinoccios y solsticios afirmando que el eje de rotación de la Tierra estaba inclinado respecto la recta perpendicular al plano de su órbita (oblicuidad de la eclíptica, Fig. 5).

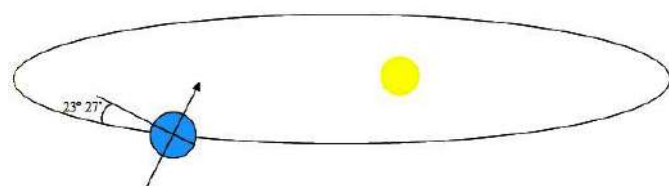


Fig 5. El plano del ecuador no es el mismo que el plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, sino que está inclinado respecto de ella un ángulo de  $23^{\circ} 27'$  (oblicuidad de la eclíptica).

De esta manera conseguía explicar, según el modelo heliocéntrico, los cambios de estaciones. Pero, ¿cómo se pudo medir el ángulo de inclinación?

Para conocer el método usado, conviene recordar los conocimientos astronómicos sobre el movimiento aparente del Sol en la Grecia antigua.

### Movimiento aparente del Sol

Con un modelo geocéntrico del universo, se conocían las trayectorias del Sol sobre la esfera celeste (Fig. 6). El Sol traza cada día un arco en su

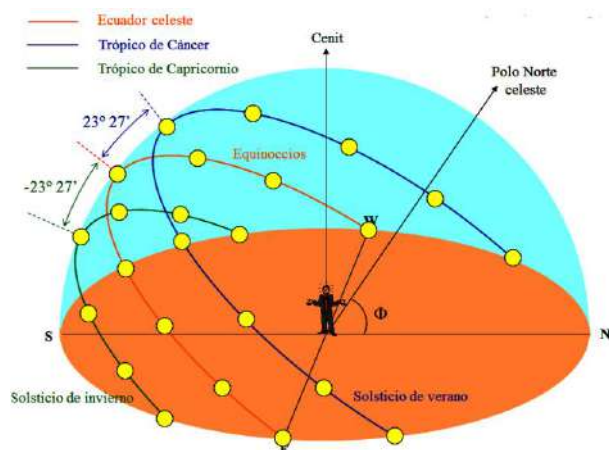


Fig. 6. Trayectorias aparentes del Sol en el cielo del hemisferio norte <sup>[2]</sup>

movimiento aparente sobre el cielo, de Este a Oeste, pasando por un punto orientado siempre hacia el Sur al mediodía solar (momento en que el Sol está en lo más alto del cielo). Ese arco alcanza su longitud mínima (paralelo de Capricornio) en el solsticio de invierno, sobre el 21 de diciembre. Ese día, el Sol sale por el Sureste (orto) y se oculta por el Suroeste (ocaso). A medida que el año astronómico va avanzando, la longitud de dicho arco se hace cada día mayor, de manera que en cada amanecer el Sol sale por un punto más cercano al Este y se oculta por otro más cercano al Oeste. Alcanza exactamente esos puntos en la salida y puesta en el equinoccio de primavera. Ese día sí podemos decir con propiedad que el Sol sale por el Este y se oculta por el Oeste. La trayectoria del Sol en los equinoccios coincide con el arco que se conocía como "Ecuador celeste". A medida que avanza el año astronómico, la longitud del arco vuelve a aumentar, y alcanza el valor máximo (paralelo de Cáncer) en el solsticio de verano, saliendo el Sol por el Noreste y poniéndose por el Noreste. Llegados a este momento, el arco comienza a acortarse, hasta volver a su extensión mínima, en el solsticio de invierno.

Plutarco<sup>[3]</sup> describe que Thales de Mileto en el año 558 a.C. hizo la primera estimación de la

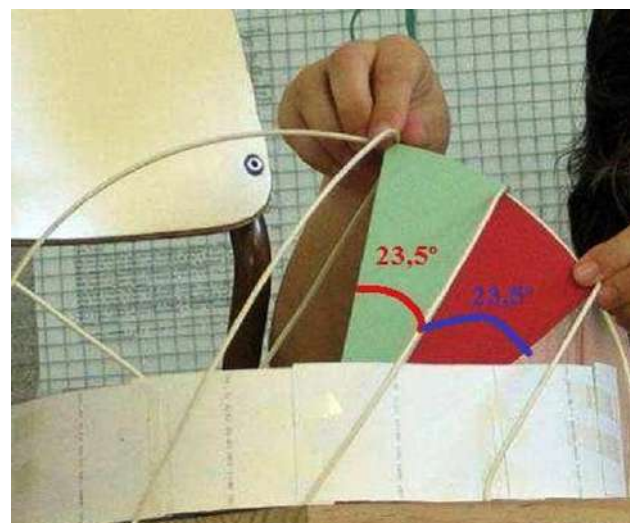


Fig. 7 Modelo para visualizar la trayectoria aparente del Sol en el primer día de cada estación<sup>[4]</sup>. El ángulo entre dos trayectorias del día de inicio de dos estaciones consecutivas es aproximadamente de  $23,5^{\circ}$ .

oblicuidad de la eclíptica. Para ello encontró que el arco de circunferencia comprendido entre dos trópicos era equivalente a 8/60 partes de la circunferencia, o lo que es lo mismo,  $48^\circ$ . Por tanto, el ángulo de inclinación de la Tierra (oblicuidad) era  $24^\circ$  (Fig. 7).

Eratóstenes encontró que la mitad del arco meridiano entre los dos trópicos era 11/83 del círculo completo (corresponde a  $23^\circ 51' 18''$ ).

### Relación entre la máxima altura del Sol, la latitud del lugar y la declinación del Sol

La Tierra no sólo gira sobre su propio eje originando los días y las noches, sino que también tiene un movimiento de translación describiendo una órbita muy poco excéntrica alrededor del Sol, el cual está situado sobre uno de sus focos. El eje de rotación de la Tierra está inclinado  $23,5^\circ$  respecto a la línea perpendicular al plano de la eclíptica (plano que contiene a la órbita de la Tierra).

La combinación del movimiento de translación de la Tierra, con el hecho que su eje esté inclinado, origina las estaciones. (Fig. 8).

Si estudiamos el movimiento aparente del Sol a lo largo de un año desde el interior de la esfera celeste veremos que éste se ha ido desplazando sobre el fondo estrellado siguiendo una trayectoria curva imaginaria que llamamos eclíptica. Esta trayectoria en la esfera celeste es

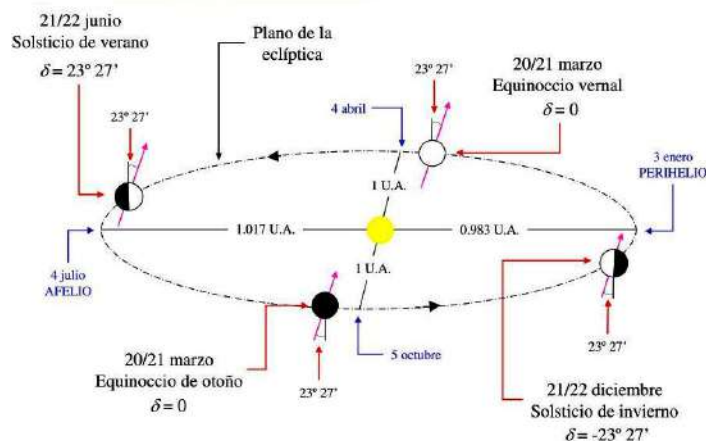


Fig. 8 Órbita de la Tierra. Las estaciones [2]

un círculo máximo que forma con el ecuador celeste un ángulo de  $23^\circ 27'$  que es la oblicuidad de la Eclíptica. El ángulo formado por los rayos de Sol que inciden en la Tierra y el ecuador celeste se llama ángulo de declinación solar  $\delta$ .

La eclíptica intercepta el ecuador celeste en dos puntos: el equinoccio vernal y el equinoccio de otoño, en los cuales la declinación del Sol, es cero grados. La declinación del Sol va variando a lo largo del año: en el solsticio de verano la declinación del Sol es máxima ( $23,5^\circ$ ) y en el solsticio de invierno, mínima ( $-23,5^\circ$ ).

Cabe resaltar que la oblicuidad de la eclíptica coincide con la declinación solar máxima ( $23,5^\circ$ ).

Si un observador (Fig. 9) situado sobre el

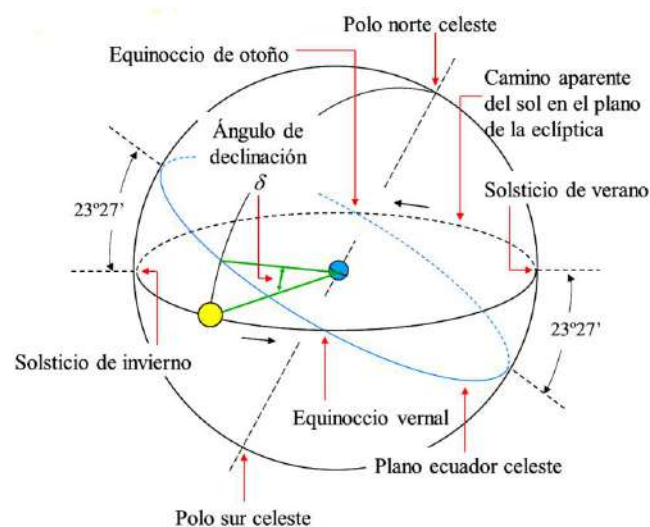


Fig. 9 Movimiento anual del Sol en la esfera celeste. Ángulo de declinación solar.

horizonte de un lugar geográfico del hemisferio norte y de latitud  $\Phi$ , estudia el movimiento aparente del Sol un día de primavera o verano, observará que justo después de la salida, irá ascendiendo describiendo un círculo paralelo al ecuador celeste, alcanza su altura máxima  $\alpha_{\max}$  en el momento en que cruza el meridiano del lugar (mediodía solar). La declinación solar  $\delta$  es el ángulo que verifica:

$$\alpha_{max} - \delta + \Phi = 90^\circ$$

Despejando  $\delta$ :

$$\delta = \alpha_{max} + \Phi - 90^\circ \quad \text{ECUACIÓN 1}$$

Conociendo la latitud de Lleida  $\Phi = 41,6^\circ$ , y calculando la altura del Sol al mediodía solar  $\alpha_{max}$ , se puede determinar la declinación del Sol  $\delta$ . Si estas mediciones se realizan diariamente a lo largo de un año conoceremos la evolución de la declinación del Sol. El valor máximo de la declinación solar nos dará la oblicuidad de la eclíptica.

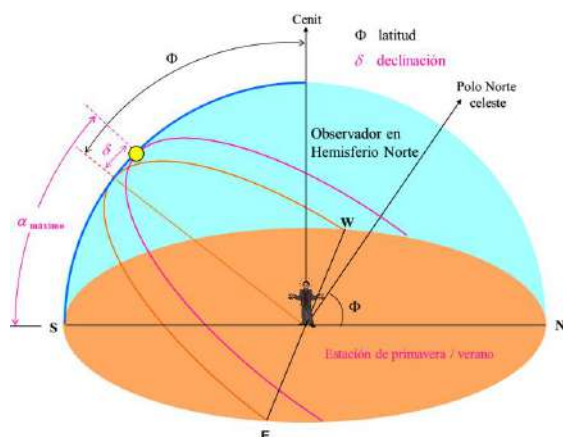


Fig. 10 Altura máxima del Sol al mediodía solar

## Mediodía solar

El mediodía solar ocurre cada día cuando el Sol está en su punto más alto en el cielo. Esto sucede (Fig. 10) cuando cruza el Meridiano Celeste. Al mediodía durante los equinoccios, en los puntos situados en el Ecuador el Sol está en el cenit (arriba, en la vertical). En el hemisferio norte el Sol está hacia el Sur, y hacia el Norte en el hemisferio sur. En los solsticios, el Sol al mediodía está verticalmente en los lugares situados en los Trópicos.

Las sombras producidas por la luz del Sol tienen su menor longitud cuando el Sol está en el lugar más alto en el cielo, o sea, en el mediodía solar. La longitud de la sombra más corta nos

permite saber el ángulo que forman los rayos del Sol con la recta vertical (en cada lugar geográfico donde se realice esta medición). Comparando estos ángulos determinados en dos lugares distintos, es posible estimar la circunferencia y el radio de la Tierra.

¿De qué modos podemos calcular el mediodía solar?

Necesitamos conocer la salida y la puesta del Sol del día en el que queremos calcular el mediodía solar. Esta información se puede obtener consultando el sitio web, tutiempo<sup>[5]</sup>. El mediodía solar es el valor intermedio entre la hora de salida y la de puesta del Sol.

También podemos consultar el programa Stellarium<sup>[6]</sup>. El mediodía solar es el instante en el que el Sol cruza el meridiano local (ver Fig. 11).

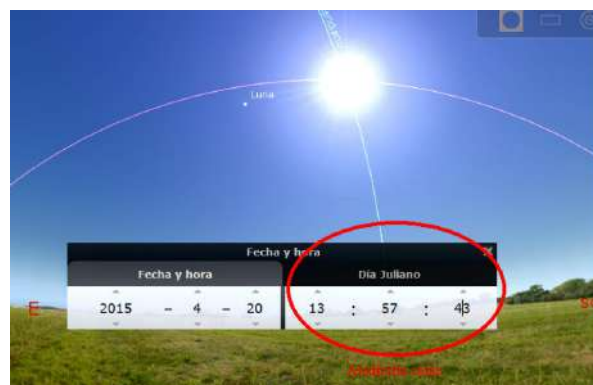


Fig. 11 Determinación del mediodía solar con el programa Stellarium

## DISEÑO EXPERIMENTAL

Para medir la oblicuidad de la eclíptica determinaremos la evolución de la declinación del Sol durante un periodo largo de tiempo (6 meses). Para ello, medimos cada día la altura del Sol al mediodía solar con la ayuda de un gnomon. Midiendo la longitud del gnomon  $L_{GNOMON}$ , y la longitud

de la sombra al mediodía solar,  $L_{\text{SOMBRA}}$ , calculamos el ángulo  $\alpha_{\text{máx}}$  de la altura máxima del Sol (Fig. 12).

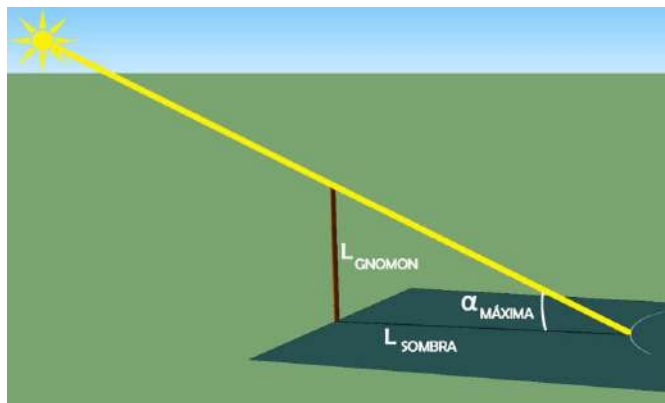


Fig. 12

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{máx}} = \frac{L_{\text{gnomon}}}{L_{\text{sombra}}} \quad \alpha_{\text{máx}} = \operatorname{arctg} \left( \frac{L_{\text{gnomon}}}{L_{\text{sombra}}} \right)$$

Una vez medido el ángulo  $\alpha_{\text{máx}}$ , si conocemos también la latitud del lugar  $\Phi$ , se puede determinar cada día la declinación del Sol  $\delta$ , utilizando la Ecuación 1.

$$\delta = \alpha_{\text{máx}} + \Phi - 90^\circ$$

El valor máximo obtenido de la declinación del Sol (solsticio de verano), coincidirá con la

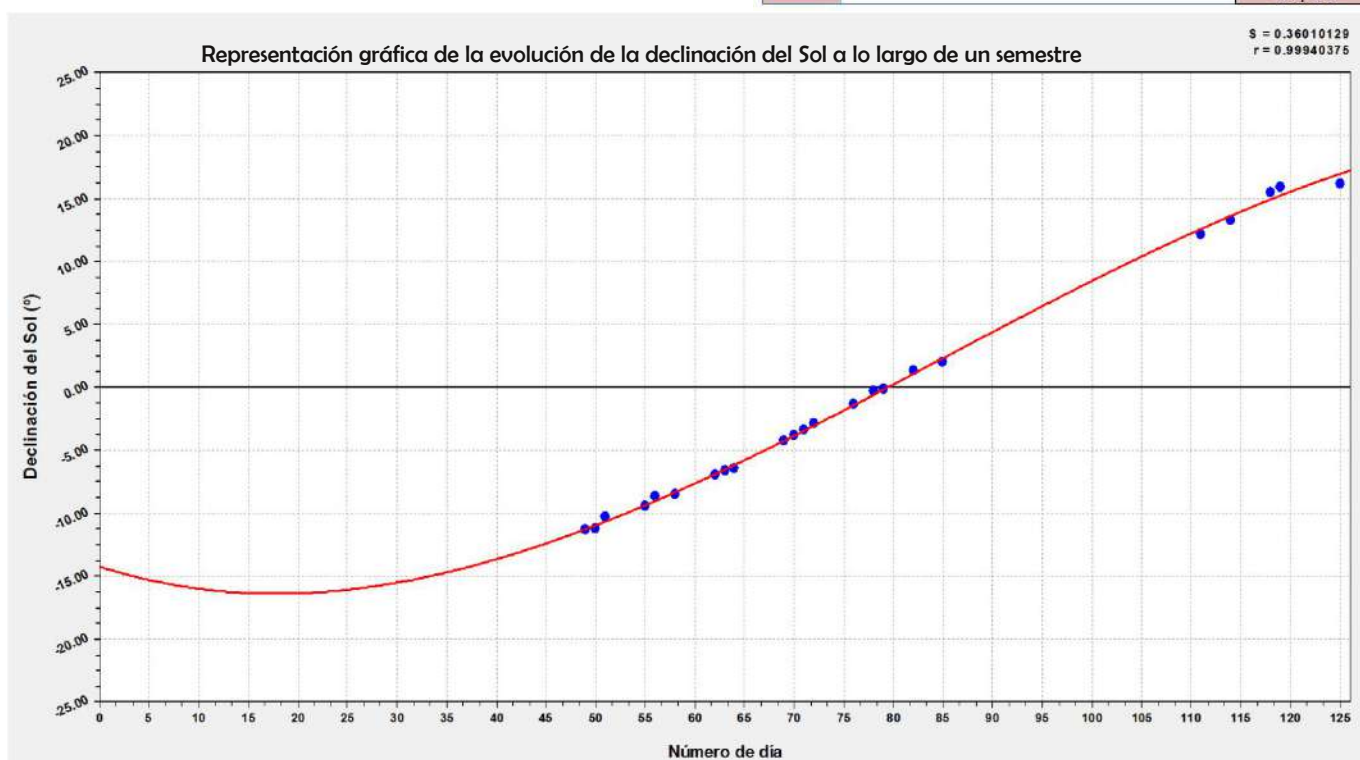
oblicuidad de la eclíptica (el ángulo de inclinación del eje de rotación de la Tierra respecto a la recta perpendicular al plano de la eclíptica).

## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Hemos usado el programa gratuito Curve expert<sup>[7]</sup> para representar los datos obtenidos de la declinación del Sol, en función de los días del año:

Tabla de la evolución de la declinación del Sol

| FECHA   | Nº DÍA | SALIDA DEL SOL (h:min) | PUESTA DEL SOL (h:min) | MEDIODÍA SOLAR (h:min) | ALTURA MÁXIMA DEL SOL $\theta_{\text{max}}$ (°) | DECLINACIÓN DEL SOL $\delta$ (°) |
|---------|--------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------|
| 18/2/15 | 49     | 7.52                   | 18.32                  | 13.12                  | 37.10                                           | -11.30                           |
| 19/2/15 | 50     | 7.51                   | 18.33                  | 13.12                  | 37.20                                           | -11.20                           |
| 20/2/15 | 51     | 7.49                   | 18.34                  | 13.11                  | 38.11                                           | -10.29                           |
| 24/2/15 | 55     | 7.44                   | 18.39                  | 13.11                  | 38.99                                           | -9.41                            |
| 25/2/15 | 56     | 7.42                   | 18.40                  | 13.11                  | 39.78                                           | -8.62                            |
| 27/2/15 | 58     | 7.39                   | 18.43                  | 13.11                  | 40.13                                           | -8.50                            |
| 3/3/15  | 62     | 7.33                   | 18.48                  | 13.10                  | 41.70                                           | -6.95                            |
| 4/3/15  | 63     | 7.32                   | 18.49                  | 13.10                  | 42.07                                           | -6.58                            |
| 5/3/15  | 64     | 7.30                   | 18.50                  | 13.10                  | 42.07                                           | -6.45                            |
| 10/3/15 | 69     | 7.22                   | 18.56                  | 13.09                  | 44.17                                           | -4.23                            |
| 11/3/15 | 70     | 7.20                   | 18.57                  | 13.08                  | 44.58                                           | -3.82                            |
| 12/3/15 | 71     | 7.19                   | 18.58                  | 13.08                  | 45.00                                           | -3.40                            |
| 13/3/15 | 72     | 7.17                   | 18.59                  | 13.08                  | 45.57                                           | -2.83                            |
| 17/3/15 | 76     | 7.10                   | 19.04                  | 13.07                  | 47.04                                           | -1.36                            |
| 19/3/15 | 78     | 7.07                   | 19.06                  | 13.06                  | 48.42                                           | -0.29                            |
| 20/3/15 | 79     | 7.05                   | 19.07                  | 13.06                  | 48.42                                           | -0.14                            |
| 23/3/15 | 82     | 7.00                   | 19.10                  | 13.05                  | 49.70                                           | 1.30                             |
| 26/3/15 | 85     | 6.55                   | 19.14                  | 13.04                  | 50.86                                           | 2.00                             |
| 21/4/15 | 111    | 7.12                   | 20.42                  | 13.57                  | 60.59                                           | 12.19                            |
| 24/4/15 | 114    | 7.08                   | 20.45                  | 13.56                  | 61.67                                           | 13.27                            |
| 28/4/15 | 118    | 7.02                   | 20.50                  | 13.54                  | 63.89                                           | 15.49                            |
| 29/4/15 | 119    | 7.00                   | 20.51                  | 13.55                  | 64.34                                           | 15.94                            |
| 5/5/15  | 125    | 6.52                   | 20.57                  | 13.54                  | 64.57                                           | 16.17                            |
| 6/5/15  | 126    | 6.51                   | 20.58                  | 13.54                  | 65.96                                           | 17.56                            |
| 21/6/15 |        |                        |                        |                        |                                                 | Oblicuidad de la eclíptica       |



Se observa que la declinación del Sol ha ido aumentando desde el primer día de observación (18/2/15) pasando de  $-11,30^\circ$  a  $0,14^\circ$  (20/03/15, equinoccio de primavera), y luego hasta  $17,56^\circ$  (6/5/15). Es de suponer que la declinación del Sol irá aumentando hasta alcanzar un valor máximo en el solsticio de verano (21/06/15) y este valor será máximo y coincidirá con la oblicuidad de la eclíptica.

Desgraciadamente no se pudo determinar por razones climáticas la declinación del Sol en el solsticio de invierno, y se tuvo que entregar el trabajo antes del solsticio de verano, pero el procedimiento es el descrito.

## CONCLUSIONES

La oblicuidad de la eclíptica fue determinada ya en épocas antiguas por Aristarco de Samos.

Se puede determinar la declinación del Sol midiendo su altura en el mediodía solar, y conociendo la latitud del lugar de observación a partir de esta expresión matemática:

La oblicuidad de la eclíptica coincide con la declinación del Sol el día de los solsticios. Se ha determinado la declinación del Sol durante un período de tiempo largo, pero no lo suficientemente largo para llegar al solsticio de verano (21 junio) porque el trabajo fue entregado antes de esta fecha.

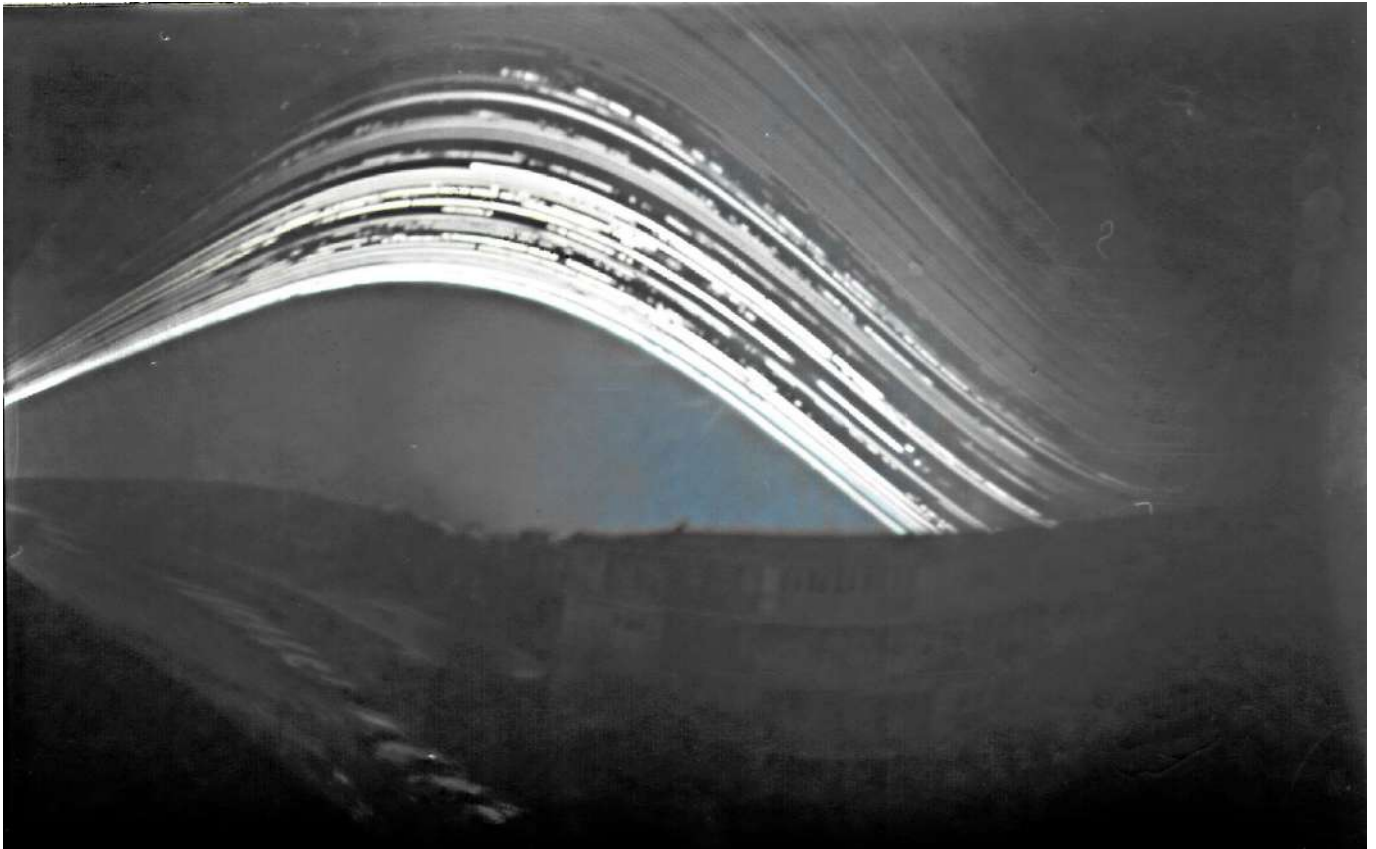
## Referencias

- [1] Danny R. Faulkner. An Analysis of the Dodwell Hypothesis.  
<https://assets.answersingenesis.org/doc/articles/pdf-versions/arj/v6/analysis-dodwell-hypothesis.pdf>
- [2] Alfonso Calera, Antonio J. Barbero. Movimientos de la Tierra. Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <https://previa.uclm.es/profesorado/ajbarbero/FAA/FAAO708%20Tema01%20Mov%20Tierra.ppt>
- [3] Eratosthenes, Hipparchus, and the obliquity of the ecliptic. Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <http://adsabs.harvard.edu/full/2002JHA....33...15J>
- [4] J. Fabregat, R.M. Ros, "Sobre l' horitzó". Consultado el 30/03/2020. Disponible en: [https://es.unawe.org/static/archives/books/pdf/horitzo\\_catala.pdf](https://es.unawe.org/static/archives/books/pdf/horitzo_catala.pdf)
- [5] Horas de sol y luna e Lleida. Consultado el 30/03/2020. Disponible en:  
<http://www.tutiempo.net/Calendario-Lleida-E25001.html>
- [6] Stellarium. Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <http://www.stellarium.org/es/>
- [7] Curve expert: Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <http://www.stellarium.org/es/>
- [8] Ederlinda Viñuales. (2018). Una actividad para medir la inclinación del eje terrestre en los solsticios. LEO, Asociación leonesa de astronomía, (Nº 128), (Pág. 14-15).

# SOLARIGRAFÍA

## Arte, Ciencia y Paciencia

Ángel Pérez Navarro, Grupo Kepler, Madrid.



Una solarigrafía es una imagen de muy larga exposición (típicamente 6 meses, entre solsticios) que registra el movimiento aparente del Sol desde un determinado lugar. Se realiza con cámaras estenopeicas: cámaras oscuras con un pequeño orificio (estenopo) por el que entra la luz. Las cámaras son de construcción casera. El sensor es un papel fotográfico clásico para copias en blanco y negro, que, como veremos más adelante, no necesita revelado. La fotografía superior es una solarigrafía desde Madrid, con una cámara como las descritas en el artículo, orientada al suroeste. La técnica fue desarrollada alrededor del año 2.000 por los fotógrafos Diego López Calvín, Sławomir Decyk y Paweł Kula, creadores del "Proyecto Solaris".

### 1. Cámaras para solarigrafía

La cámara solarigráfica ideal debe cumplir varios requisitos:

1. Campo de visión amplio, para registrar convenientemente las posiciones del Sol.

2. Resistencia a la intemperie, completamente opaca para impedir la entrada de luz no deseada y hermética, salvo por el estenopo, para impedir la entrada de humedad.

3. Fácil de construir.

4. Barata.

Todos estos requisitos se cumplen construyendo las cámaras con latas de bebida, como hace el fotógrafo británico Justin Quinnell, que tiene publicados varios tutoriales en Internet, tanto en vídeo como escritos, todos ellos en inglés.

Mr. Quinnell utiliza latas de 44 cl<sup>[1]</sup> que tienen el tamaño ideal para albergar una hoja de papel fotográfico estándar de 13 x 18 cm. El problema es que esas latas solo se utilizan para envasar cerveza o bebidas “energéticas”, y no queremos que nadie nos acuse de promover desde las aulas el consumo de esas sustancias.



Fig. 1 Justin Quinnell en uno de sus talleres de Solarigrafía

Se pueden usar latas de refresco estándar de 33 cl<sup>[1]</sup>, pero en ese caso será necesario recortar el papel fotográfico.

Para construir una cámara se necesitan dos latas: una será para la cámara en sí y de la otra solo se usa el fondo y un par de centímetros del cilindro para hacer la tapa.

Una alternativa a las latas de 44 cl<sup>[1]</sup> es la cámara solarigráfica de PVC que desarrollada y probada por el autor en los últimos años.

Las cámaras de PVC cumplen todos los requisitos de la cámara ideal, y además se pueden construir en distintos tamaños, incluso para usar papel de 13 x 18 cm, y otras medidas



Fig. 2 Cámaras de PVC, de 70 mm y 40 mm

variables según las necesidades, son reutilizables y se pueden pintar para que resulten menos llamativas.

Como inconveniente, su precio, que sin ser alto, es mas elevado que el de una lata que se considera gratis.

## 2. Construcción de una cámara solarigráfica de PVC

Necesitamos tres piezas de PVC, que se pueden adquirir en grandes superficies de bricolaje y construcción o en tiendas de suministro de material de fontanería:

- Un tapón roscado
- Un manguito (pieza cilíndrica)
- Un tapón ciego

Opcionalmente, podemos usar un soporte para tubo de PVC para fijar la cámara.



Fig. 3 Piezas de PVC para construir la cámara

[1] Usamos cl (centilitros) en lugar de cm<sup>3</sup> porque es la nomenclatura que se usa en las latas de bebidas.

Para usar papel de 13 x 18 cm el diámetro del manguito y los tapones es de 70 mm.

Necesitaremos también un trozo de chapa de aluminio procedente de una lata de refresco para realizar el estenopo, cola especial para PVC y un pegamento de otro tipo, como describo más adelante.

Antes de ensamblar las tres piezas de PVC es necesario hacer un orificio de unos 8 ó 10 mm de diámetro en el manguito, que cubriremos con la chapa de aluminio del estenopo. En primera aproximación, el orificio estará equidistante de los bordes del manguito. En el apartado donde se habla de la altura del Sol y la colocación de la cámara se explica el efecto de la posición del estenopo.

El PVC es un material relativamente duro. Para hacer este orificio preferentemente usaremos una taladradora eléctrica o si no disponemos de ella, una barrena manual. En ambos casos, es necesario sujetar bien el manguito en una mordaza sin dañarlo. No es recomendable taladrar el manguito con una herramienta caliente, como un soldador porque se desprenden gases nocivos. Los bordes del orificio se repasan con una lima para eliminar restos de material.



Fig. 4 Cámara de PVC ensamblada

Los alumnos mayores necesitarán supervisión y los más pequeños es posible que no puedan hacerlo ellos mismos.

Las tres piezas se pegan con cola especial para PVC. Es importante seguir las instrucciones del pegamento para que las juntas queden estancas. El pegamento fragua casi de inmediato, no hay margen para recolocar las piezas, aunque es realmente difícil colocarlas mal.

El orificio de 8 - 10 mm que habíamos hecho antes se cubre con una lámina de aluminio en la que hemos hecho el estenopo (más adelante veremos cómo), que debe quedar centrado en el orificio grande.

La lámina se debe pegar bien al manguito. He probado tres tipos de pegamento:

1. Epoxi rápido (secado en 5'). Es una resina de dos componentes que se mezclan a partes iguales. El más conocido y seguramente más fácil de encontrar en tiendas de bricolaje es el Araldit. La unión puede sujetarse con cinta aislante mientras seca, y si no se quiere pintar la cámara, la cinta puede dejarse. Los restos de pegamento se limpian con alcohol antes de que seque.

2. Cianocrilato. Más conocido como "superglue". Seca en segundos, es muy resistente si se aplica bien, pero parece haber sido diseñado para pegar firmemente los dedos, motivo por el cual, no aconsejo su uso por menores.

3. Silicona caliente. Es el que peor aguanta la humedad, pero puede usarse si se protege la unión con cinta americana. No es muy elegante, pero funciona.

Mi preferencia personal es, sin duda, el epoxi. En todos los casos hay que lijar un poco la superficie del manguito y la chapa de aluminio y aplicar la cantidad justa de pegamento para sellar bien la unión pero sin tapar el estenopo.

## 3. Construcción del estenopo

Necesitaremos un trozo de lámina de aluminio de unos 3 x 3 cm, procedente de una lata de refresco, una aguja de coser, la más fina que tengamos a mano, y lija para metales muy fina.



Fig. 5 Chapa de aluminio de lata de refresco con estenopo

El estenopo es el elemento óptico de la cámara, y merece la pena dedicarle un poco de tiempo para que quede bien.

Realmente, el estenopo no es ni mucho menos tan grande como parece en la foto, pero se aprecia muy bien su forma circular.

Hay dos formas de hacer el estenopo, la primera es muy rápida pero produce una calidad baja, la segunda lleva algo más de tiempo pero produce una calidad muy alta.



El rectángulo azul representa la sección transversal de la lámina de aluminio.

Método 1. Consiste sencillamente en atravesar la lámina de aluminio con la aguja.



El resultado es un estenopo más grueso que la lámina sobre la que está realizado.

A pesar de la apariencia, funciona. Es el método usado en las cámaras construidas con latas de bebida.

Método 2. En un primer paso, pinchamos la lámina de aluminio sin atravesar. Para ello la colocamos sobre una superficie no muy dura, como un periódico, y presionamos con la aguja.



Lijamos la protuberancia hasta que aparezca un pequeño orificio y después lijamos por el otro lado. Puede ser necesario pinchar otra vez en el mismo punto.



Obtenemos un estenopo muy delgado y más pequeño que el que se consigue con el Método 1.

Es importante que el estenopo sea delgado para no limitar el campo que ve la cámara. En cuanto al diámetro, hay infinidad de fórmulas, todas aproximadas, que lo relacionan con la distancia focal de la cámara, pero como veremos a continuación, la distancia focal de una cámara cilíndrica no es constante. En general, cuanto más pequeño es el estenopo mejor es la resolución de la cámara, pero hasta un cierto límite en el que la difracción empeora la imagen. En nuestro caso, conviene que sea más pequeño que el diámetro de la aguja, por eso, se use el método que se use, la aguja no debe pasar por completo por el estenopo.

## 4. El papel fotográfico.

El sensor de la cámara es papel fotográfico clásico para copias en blanco y negro. Debe usarse papel con acabado satinado o mate, nunca brillante porque produce reflejos en el interior de la cámara. Puede encontrarse en algunas tiendas de fotografía y en esa gran tienda on-line en la que estás pensando.

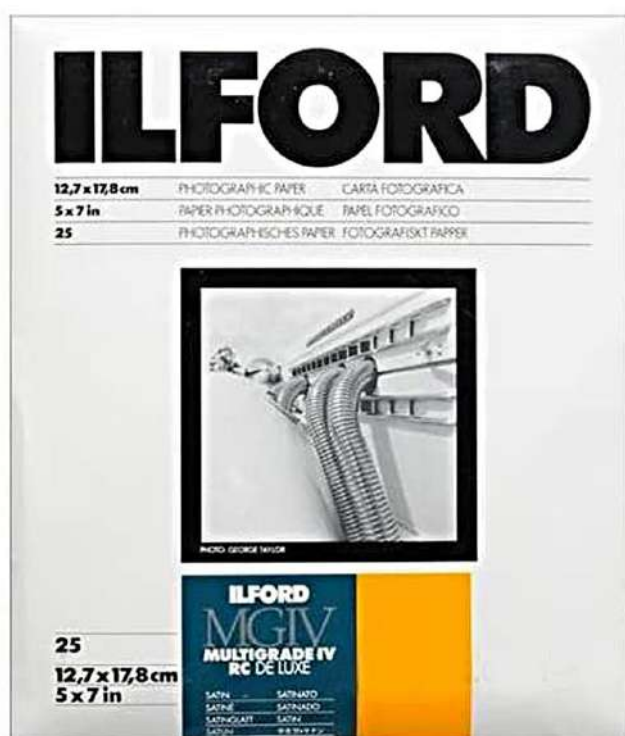


Fig. 6 Un sobre de 25 hojas de papel fotográfico de 13x18 cm

El papel no es sensible a la luz roja, por lo que puede manipularse en una estancia iluminada con una linterna roja no muy intensa.

Para cargar la cámara, se tapa el estenopo con un trozo de cinta aislante que tiene un extremo doblado sobre sí mismo para poderlo retirar después con facilidad, se abre el tapón roscado y se introduce el papel con la cara sensible frente al estenopo. La cara de la emulsión fotográfica se distingue de la otra cara porque tiene un tacto más suave y es ligeramente más brillante cuando se ilumina con la luz roja.

La hoja de 13 x 18 cm se ajusta bien a una cámara hecha con piezas de PVC de 70 mm.

Para cámaras de 50 – 40 – 32 mm, el papel se debe cortar de tal manera que al introducirlo en la cámara los bordes queden separados aproximadamente 1 cm.



Fig. 7 Cámara de PVC de 32 mm de diámetro iluminada por una linterna roja de 6 LED. El papel no es fotográfico.

Solo queda cerrar la cámara, teniendo cuidado de que la junta de goma del tapón roscado quede en su sitio.

## 5. Imagen en una cámara estenopeica cilíndrica

La imagen que produce una cámara estenopeica se caracteriza por:

### 1. Una profundidad de campo infinita.

La profundidad de campo es un concepto que todo fotógrafo conoce bien: cuando se enfoca a un objeto situado a una cierta distancia, objetos un poco por delante y un poco por detrás también quedan enfocados, mientras que otros situados más cerca o más lejos de la cámara quedan desenfocados. Ese rango de distancia en que los objetos aparecen enfocados es la profundidad de campo.

En general, la profundidad de campo disminuye al aumentar la distancia focal y aumenta al disminuir el tamaño del diafragma. En una cámara estenopeica el diafragma es el estenopo, muy pequeño, como hemos visto, por lo que todo lo que hay delante de la cámara queda enfocado a cualquier distancia.

2. Deformaciones debidas a la proyección, en este caso sobre una superficie cilíndrica.

En un instrumento óptico, la distancia focal se define como la distancia del elemento óptico principal al lugar en el que se forma la imagen, generalmente un plano. La distancia focal determina el tamaño de la imagen en el plano focal. Cuanto mayor es la distancia focal, más grande es la imagen.

En nuestro caso el elemento óptico es el estenopo, y la imagen se forma sobre la superficie del cilindro. Resulta evidente que la distancia del estenopo a cada punto de la pared del cilindro es diferente, por lo que la distancia focal es distinta en cada punto y el tamaño de la imagen también lo es.

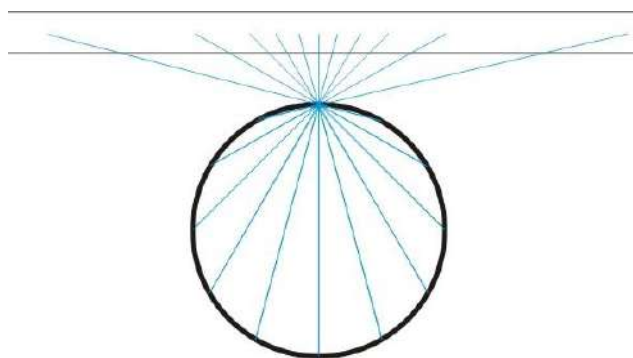


Fig. 8 Distancia focal en una cámara cilíndrica

Como consecuencia de esto, la imagen tiene una característica forma de ojo, con las esquinas oscuras y las líneas horizontales curvadas. La imagen se genera invertida en el interior de la cámara.

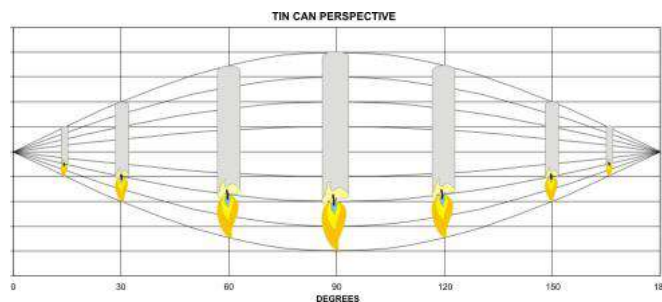


Fig. 9 Tamaño de la imagen en distintas posiciones de la pared del cilindro. Las velas están todas a la misma distancia del plano tangente al cilindro por el estenopo. La imagen se genera invertida.



Fig. 10 Imagen tomada con cámara estenopeica cilíndrica. Esquinas sin iluminar, líneas horizontales curvadas y todo enfocado.

## 6. La altura del Sol, la posición del estenopo y la colocación de la cámara

Supongamos primero la cámara colocada con la base del cilindro horizontal. El Sol más alto que puede registrar apuntando al Sur viene dado por el ángulo definido por la altura del estenopo y el diámetro del cilindro.

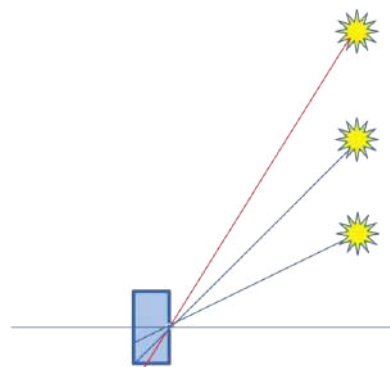


Fig. 11 Cámara en posición horizontal

En la figura, el Sol más alto que se puede registrar es el de abajo, la proyección de la posición más alta cae sobre la base del cilindro, no sobre la pared.

Para una cámara construida con piezas de 70 mm, la altura del estenopo es de 6,5 cm y el diámetro interior de la cámara es también de 6,5 cm aproximadamente. El Sol más alto que se puede registrar con la cámara en horizontal es de  $45^\circ$  (arcotangente de  $6,5 / 6,5$ ).

En Madrid (latitud  $40^\circ$  N) la máxima altura del Sol en el mediodía del solsticio de verano es  $90^\circ - 40^\circ + 23,5^\circ = 73,5^\circ$  (colatitud más la inclinación de la eclíptica)

Si en horizontal la cámara solo registra el Sol como máximo a  $45^\circ$ , tenemos que inclinarla  $73,5^\circ - 45^\circ = 28,5^\circ$  para registrar la posición más alta del Sol.

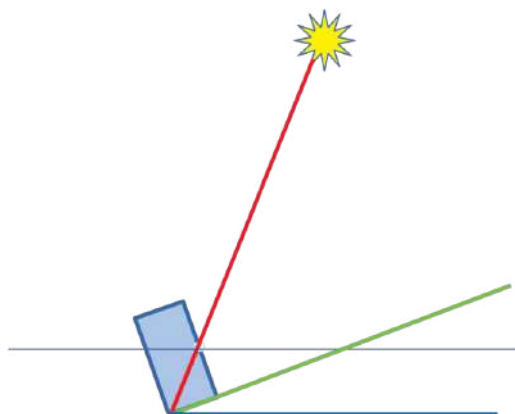


Fig. 12 Cámara inclinada

En la figura, el ángulo que forman la línea verde y la roja es la máxima altura del Sol que puede registrar la cámara en horizontal. El que forma la línea azul con la roja es la máxima altura que alcanza el Sol en el lugar. El ángulo que forma la línea azul con la verde es la inclinación necesaria para registrar la máxima altura del Sol en ese lugar con esa cámara.

Si por algún motivo no queremos o no podemos inclinar la cámara, podemos registrar una posición más alta del sol colocando el estenopo más separado de la base del cilindro, o bien construyendo una cámara más alargada, aunque en este caso estamos limitados por los materiales disponibles.

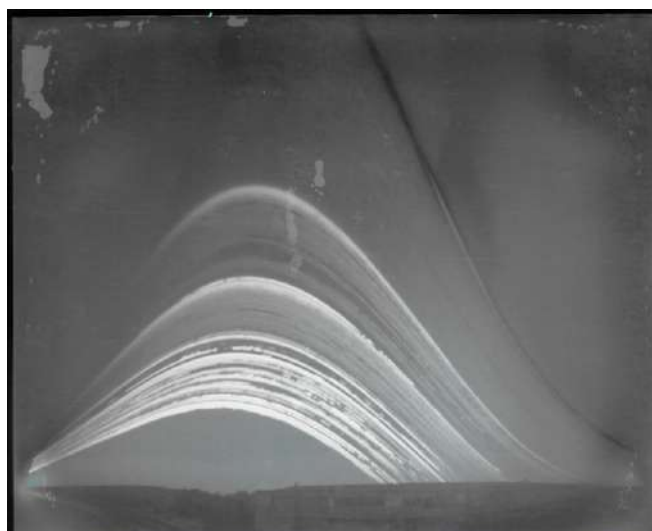
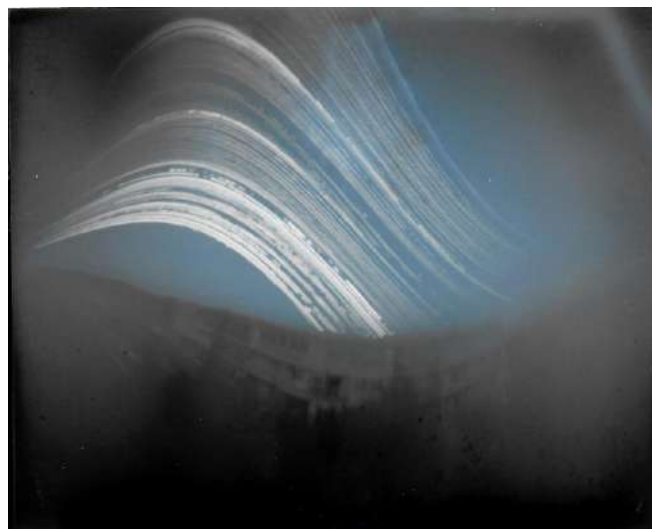


Fig.13 Dos solarigrafías tomadas en el mismo periodo desde el mismo lugar. Ambas orientación suroeste. Arriba: cámara con estenopo en posición central, inclinada. Abajo: cámara con estenopo en posición elevada, horizontal

Otro aspecto que debemos decidir al colocar la cámara es su orientación acimutal. Si lo que deseamos es registrar los cambios de altura máxima del Sol en el periodo de observación, la cámara deberá apuntar al sur, pero es muy interesante comprobar cómo cambia el acimut de la salida y la puesta del Sol entre solsticios, para lo cual hay que apuntar la cámara al este o al oeste respectivamente.

Una situación particular es la de una cámara con el estenopo en el centro, la base inclinada

un ángulo igual a la colatitud del lugar ( $90^\circ$  - latitud) y orientada al sur. En esta posición, el Sol del día del equinoccio aparecerá como una línea horizontal en la imagen. En los días entre el equinoccio y el solsticio de verano el Sol dibujará curvas hacia arriba y en los días entre el equinoccio y el solsticio de invierno las curvas serán hacia abajo.

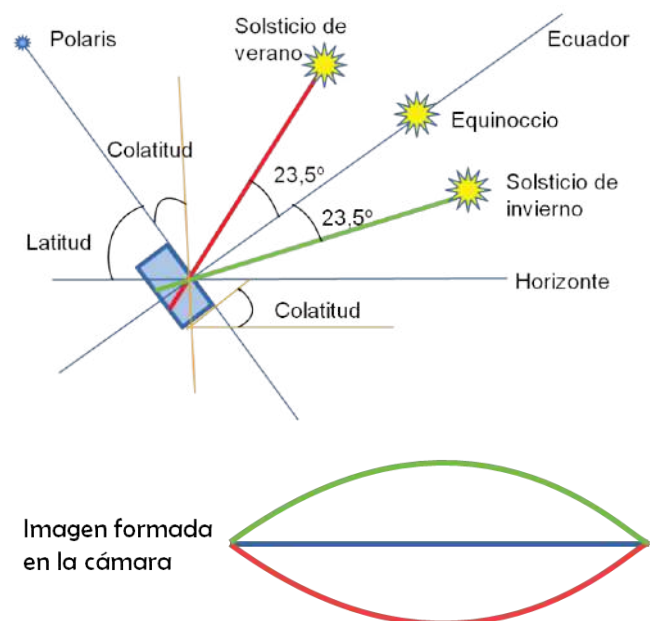


Fig. 14 Cámara inclinada un ángulo igual a la colatitud del lugar. Recuérdese que la imagen se forma invertida.

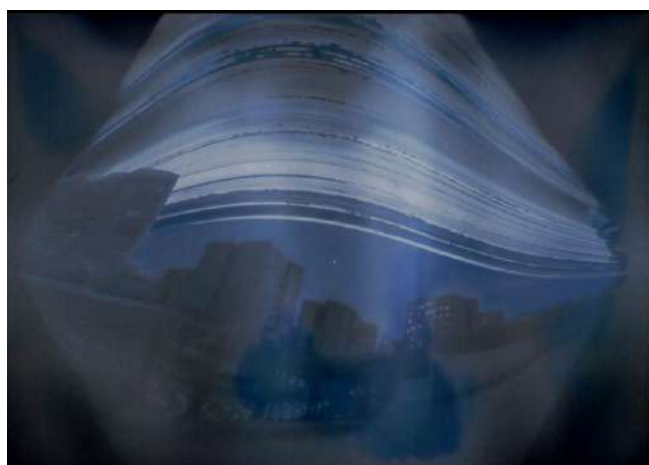
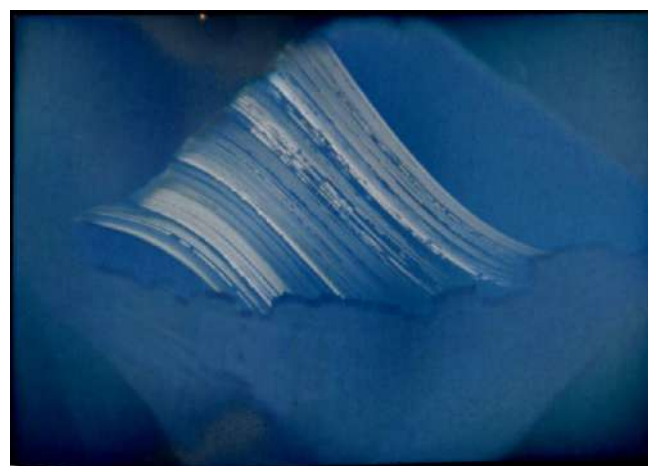


Fig. 15 Dos solarigrafías tomadas entre el solsticio de invierno de 2018 y el solsticio de verano de 2019 desde el aula de Astronomía de Fuenlabrada. Arriba: orientación sur, en la foto siguiente: orientación oeste



## 7. Consejos para colocar la cámara

La cámara debe sujetarse firmemente a una estructura en la que pueda permanecer inmóvil durante los 6 meses que dura la exposición. Se pueden utilizar bridas de nylon, cinta americana, cinta de doble cara, soportes de PVC atornillados a paredes, pegamento, cuñas de madera para darle inclinación, o una combinación de ellos. Es mejor colocarlas en lugares privados que podamos controlar, preferentemente poco transitados. El PVC se puede pintar para que la cámara resulte menos llamativa. Hay que pensarlo dos veces antes de colocar una cámara en un lugar público a la vista de todo el mundo, especialmente si es de gran formato. En más de una ocasión una cámara estenopeica ha causado un incidente serio al ser confundida con un artefacto explosivo.

### Bomb Squad Called to Bridge to Deal with a Solargraphy Pinhole Camera

APRIL 11, 2013 BY MICHAEL ZIMMO

Share 1 Tweet

61 COMMENTS



Fig. 16 <https://petapixel.com/2013/04/08/bomb-squad-called-to-bridge-to-deal-with-a-solargraphy-pinhole-camera/>

Si finalmente decidimos colocar la cámara en un lugar público, debe ser pequeña, discreta, y debemos asumir que puede ser movida o desaparecer.

Una vez fijada la cámara, se destapa el estenopo, y ya solo queda esperar. Seguramente no hará falta, pero no está demás poner un aviso en el calendario para retirarla.

Cuando llegue el momento, taparemos el estenopo con otro trozo de cinta aislante y la llevaremos a casa para recuperar la imagen.



Fig. 17 La cámara que se ve en esta imagen fue movida, seguramente por el personal de mantenimiento del parque.

## 8. Retirada del papel y procesado de la imagen.

Una vez en casa, en una habitación poco iluminada abriremos la cámara. El tapón roscado puede estar muy duro después de 6 meses expuesto al frío y el Sol.

El papel puede estar húmedo, y es posible que en el fondo de la cámara se haya condensado algo de agua. Solo debemos tocar el papel por las esquinas, que como vimos antes, no están expuestas, y si se nota húmedo conviene dejarlo secar en un lugar totalmente oscuro antes de sacarlo de la cámara. Al sacarlo estará totalmente curvado y degradado,

tendrá un tacto muy diferente del que tenía hace 6 meses. Lo mismo le ocurre a la emulsión fotográfica, que será muy frágil si está húmeda, tanto que se puede desprender con solo tocarla con los dedos.

La imagen del papel es un negativo: las zonas expuestas a la luz aparecerán oscuras y las zonas que no han sido iluminadas seguirán blancas.

La luz del Sol es tan intensa que oscurece el papel de inmediato, los otros elementos del paisaje van acumulando luz a lo largo del tiempo y también forman una imagen visible sin necesidad de usar los reveladores químicos que se usan en el procesado normal del papel fotográfico.

El papel no ha sido diseñado para exposiciones tan largas ni para soportar cambios de temperatura y humedad durante periodos largos, por lo que la emulsión al degradarse puede adquirir un tono anaranjado o sepia en algunas zonas. No es raro que aparezcan también otros colores.

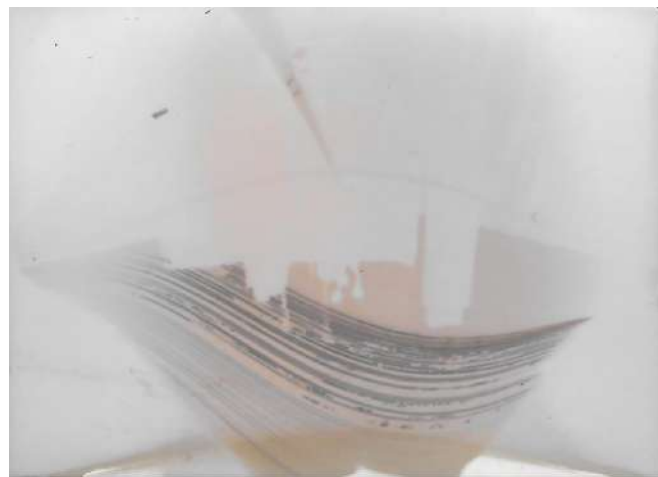


Fig. 18 Papel al salir de la cámara

El siguiente paso es escanear el negativo. Usaremos una resolución de 400 – 600 dpi. Es muy importante realizar el escaneado sin previsualizar, para no exponer el papel dos veces a la luz del escáner. El papel sigue siendo

sensible a la luz, y después del escaneado ennegrecerá un poco.

La imagen escaneada se debe guardar en algún formato sin compresión, como bmp, png o tiff. No se recomienda usar jpg porque pierde información.

Si no se dispone de un escáner, se puede utilizar una cámara fotográfica digital o la cámara de un móvil.

Si queremos conservar el papel, es mejor que esté plano y siempre en un lugar protegido de la luz. No se recomienda fijar la imagen porque pierde más nitidez.

Ya tenemos un archivo digital que tenemos que procesar con nuestro programa favorito de tratamiento de imágenes. Si no manejamos ninguno de manera habitual, recomiendo usar GIMP: es un software gratuito, relativamente sencillo de usar y disponible para sistemas operativos Windows, Linux y Mac OS.



Fig. 19 <https://www.gimp.org/>

Hay numerosos tutoriales y recursos en la red con los que podemos aprender a usar GIMP, dejo aquí varios enlaces a recursos en español:

Un tutorial web muy completo:

<https://sites.google.com/site/tutorialdegimp/home>

Un videotutorial largo (más de 4 horas):

<https://www.youtube.com/watch?v=uX3QieANqxc>

Y un videotutorial corto (26 minutos):

<https://www.youtube.com/watch?v=X61yReOfUok>

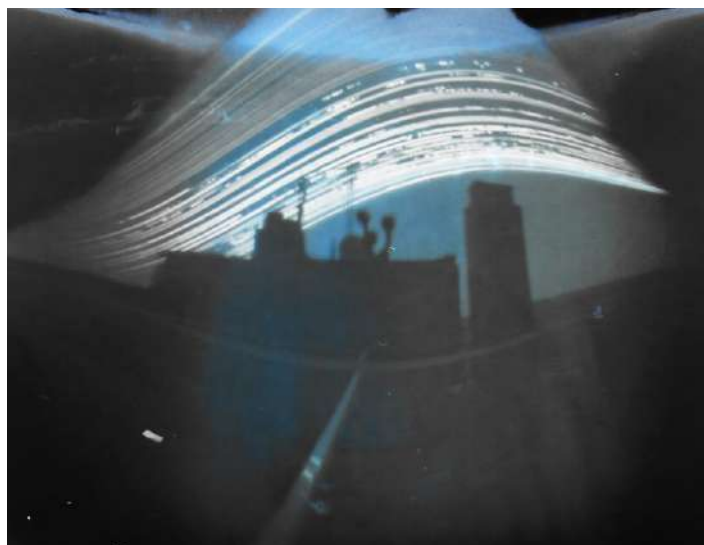
Aunque GIMP es muy potente y cuenta con muchas funcionalidades, el procesado de una solarigrafía es muy básico. Solo necesitamos hacer tres cosas:

1. Invertir los colores. Ya hemos visto que nuestra imagen es un negativo, para obtener una imagen en positivo hay que invertir los colores. En este momento los tonos naranja o sepia del negativo se convierten en azules, por eso en las solarigrafías predomina una tonalidad azul, a pesar de que para obtenerlas se usa papel fotográfico en blanco y negro.

2. Ajustar la orientación. Ya vimos que la cámara produce una imagen invertida, en función de cómo la coloquemos en el escáner será necesario girarla o reflejarla de una manera u otra hasta que quede en posición correcta (arriba – abajo, izquierda – derecha).

3. Ajustar brillo, contraste y saturación. Este paso es muy subjetivo, y depende del gusto personal del autor. Hay que tener paciencia y probar, porque pequeños ajustes pueden mejorar mucho la imagen.

Fig. 20 Solarigrafía procesada con GIMP



## 9. Cuándo realizar un proyecto de Solarigrafía.

Durante el primer trimestre, el docente explicará los conceptos que quiere trabajar con la realización de la solarigrafía.

Dado que el tiempo óptimo de exposición es de 6 meses entre solsticios, conviene preparar y colocar las cámaras antes del solsticio de invierno, que se produce muy cerca del comienzo de las vacaciones de Navidad, para recogerlas y procesar las solarigrafías en los últimos días del curso, lo más cerca posible del solsticio de verano.

## 10. Temas relacionados

Además de los conceptos puramente astronómicos relativos a la posición y los movimientos aparentes del Sol, las solarigrafías pueden servir para ilustrar otros conceptos, por ejemplo:

- Química: las reacciones de las sales de plata que hay en la emulsión fotográfica del papel.

- Física: presión atmosférica, tensión superficial, humedad relativa, condensación. Si una gota de agua no se cuela con facilidad por el estenopo, ¿por qué el papel está húmedo, o incluso hay agua dentro de la cámara?

- Matemáticas: Trigonometría en el diseño de la cámara y su colocación.

- Plástica: La composición de la imagen. Los grandes fotógrafos buscan lugares especiales para colocar sus cámaras y en ocasiones colocan objetos en primer término para obtener el efecto deseado.

- Para los apasionados de los relojes de Sol: ¿Qué relación hay entre la imagen de las trazas del Sol en la solarigrafía y las líneas de un reloj de Sol cilíndrico, también conocido como reloj de pilar o reloj de pastor? Se pueden consultar los enlaces siguientes.

[https://www.mysundial.ca/tsp/cylinder\\_sundial.html](https://www.mysundial.ca/tsp/cylinder_sundial.html)

<https://www.shadowspro.com/en/cylindrical-sundial.html>

Espero ver vuestras solarigrafías en alguno de los medios de comunicación de ApEA.



ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados. También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente revista.

Más información en [www.apea.es](http://www.apea.es)

