

revista **NaDiR**

Nº 47

VI-2021

**PROYECTO ARISS:
CONTACTANDO CON LA
ESTACIÓN ESPACIAL
INTERNACIONAL**

**MODELOS PARA ENSEÑAR
ASTRONOMÍA FUERA DE LO
VISIBLE Y ASTROBIOLOGÍA**

**LA ISS EN SESIÓN
CONTINUA**

**CÓMO DETERMINAR Y
TRATAR LOS ERRORES EN LAS
MEDIDAS EN UN TRABAJO
EXPERIMENTAL**

**CONCURSO FOTOGRÁFICO
ApEA SOBRE EL ECLIPSE DE
SOL DEL 10-6-2021**

**REVISTA DE LA ASOCIACIÓN PARA LA
ENSEÑANZA DE LA ASTRONOMÍA (ApEA)**



ASOCIACIÓN
PARA LA ENSEÑANZA
DE LA ASTRONOMÍA

ApEA

NADIR es una revista de la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía (ApEA)
www.apea.es

Presidente:

Carolina Clavijo Aumont

Vicepresidente:

Sebastián Cardenete García

Secretario:

Fernando Sánchez Gil

Tesorero:

Xavier Benlliure i Perales

Vocal de Publicaciones:

Ricardo Moreno Luquero

Vocal página web:

Eva Dominique Ibarra

Vocal FAAE:

Ángel Gómez Roldán

Vocales de Encuentros:

M. Carmen Botella

Fernando Ordóñez

Vocales:

Esteban Esteban Peñalba

Sensi Pastor Rodríguez

Manu Arregi Biziola

Edición de la revista Nadir:

Ricardo Moreno Luquero

rmluquero@gmail.com

Comité de Redacción:

Manu Arregi y Joaquín Álvaro

Depósito Legal: Z-2513-98

ISSN: 1575-7528

Junio 2021

Foto de portada: La ISS. (c) ESA

SUMARIO

ACTIVIDADES

PROYECTO ARISS: CONTACTANDO CON LA ESTACIÓN ESPACIAL INTERNACIONAL

Manu Arregi Biziola 3

MATERIALES

MODELOS PARA ENSEÑAR ASTRONOMÍA FUERA DE LO VISIBLE Y ASTROBIOLOGÍA

Ricardo Moreno Luquero 10

DIDÁCTICA

LA ISS EN SESIÓN CONTINUA

Esteban Esteban Peñalba 15

TRABAJO EXPERIMENTAL

CÓMO TRATAR LOS ERRORES EN LAS MEDIDAS EN UN TRABAJO EXPERIMENTAL

Joaquín Álvaro 25

CONCURSO ApEA

CONCURSO FOTOGRÁFICO DEL ECLIPSE DEL 10-6-2021. BASES Y GANADORES

Sebastián Cardenete 34

Nadir no se hace responsable de las opiniones expresadas en los artículos. Si no se indica otra cosa, las imágenes son propiedad de los autores de los artículos.

La distribución de **Nadir** es gratuita entre los socios de **ApEA**, y se puede descargar de su web.

Se autoriza la difusión del contenido de la revista, citando la fuente.

PROYECTO ARISS: CONTACTANDO CON LA ESTACIÓN ESPACIAL INTERNACIONAL

Manu Arregi Biziola



Los alumnos de la Ikastola Aranzadi realizan, por turnos, sus preguntas al astronauta Nick Hague. Crédito: KB Photostudio.

Viernes, 17 de mayo de 2019. Son las 9 de la mañana y la ilusión flota en el ambiente. Si todo sucede según lo previsto, a las 10:51 hora local, 8:51 UTC, 20 alumnos de la Ikastola Aranzadi de Bergara (Guipúzcoa) tendrán la oportunidad de realizar cada uno de ellos una pregunta a Nick Hague, astronauta estadounidense miembro de la tripulación de la Estación Espacial Internacional. Han sido muchos meses de eventos y preparativos. Meses de trabajo e ilusión. Me preguntan varias veces si estoy nervioso. Nada de nervios. El equipo humano con el que hemos contado lo tiene todo bien atado. Y si surge cualquier imprevisto, ya lo solucionaremos. Confianza total. Y resulta gratificante ver las caras de alumnos, padres y profesores. Emociones a flor de piel.

Todo comenzó más de un año atrás. En diciembre de 2017 el colegio Summa Aldapeta de Donostia contactaba con el astronauta estadounidense de origen puertorriqueño Joe Acaba. La noticia tuvo bastante repercusión a nivel del País Vasco. ¡No todos los días unos estudiantes de la provincia hablan con un astronauta que orbita la Tierra dentro de una

auténtica nave espacial! La verdad es que, por mi parte, dejé pasar la noticia. Pero a la vuelta de las vacaciones navideñas, una alumna, Maider Jorge, a quien la noticia le llamó mucho la atención, me lanzaba la propuesta: “¿Por qué no lo hacemos nosotros desde nuestra Ikastola?”. Como uno se apunta a cualquier bombardeo, sin pensármelo dos veces, le

contesté: “Vale, pero el trabajo lo tienes que iniciar tú. Busca en la red qué requisitos hacen falta, qué papeles hay que presentar, cual es el procedimiento...”. Y así, sin darnos cuenta, nos metimos de cabeza en uno de los proyectos más maravillosos que hayamos llevado jamás adelante en nuestro centro.

Al principio todo cuesta. Pero nos encontramos pronto con algo que tanto valoro y tan habitual en nuestro mundo de la Astronomía: ayuda desinteresada. De las primeras cosas que hicimos fue contactar con Agustín Capellán, el profesor responsable del proyecto donostiarra Summa Aldapeta. Él nos puso en el camino y nos prestó una ayuda impagable para arrancar con nuestro proyecto. En aquellos primeros días también apareció en nuestras vidas un personaje clave en toda esta historia: el radioaficionado donostiarra Jon Sistiaga. Había participado en el proyecto de Summa y, casualidades de la vida, trabaja en temas de seguridad para nuestra Ikastola. Si a eso le sumamos un conocido mío de hace tiempo, Alex Escartín, radioaficionado y miembro de la Agrupación Astronómica Vizcaína, y a Felipe Uriarte, radioaficionado e Ingeniero de Telecomunicación, ya tienes equipo para jugar la Champions.



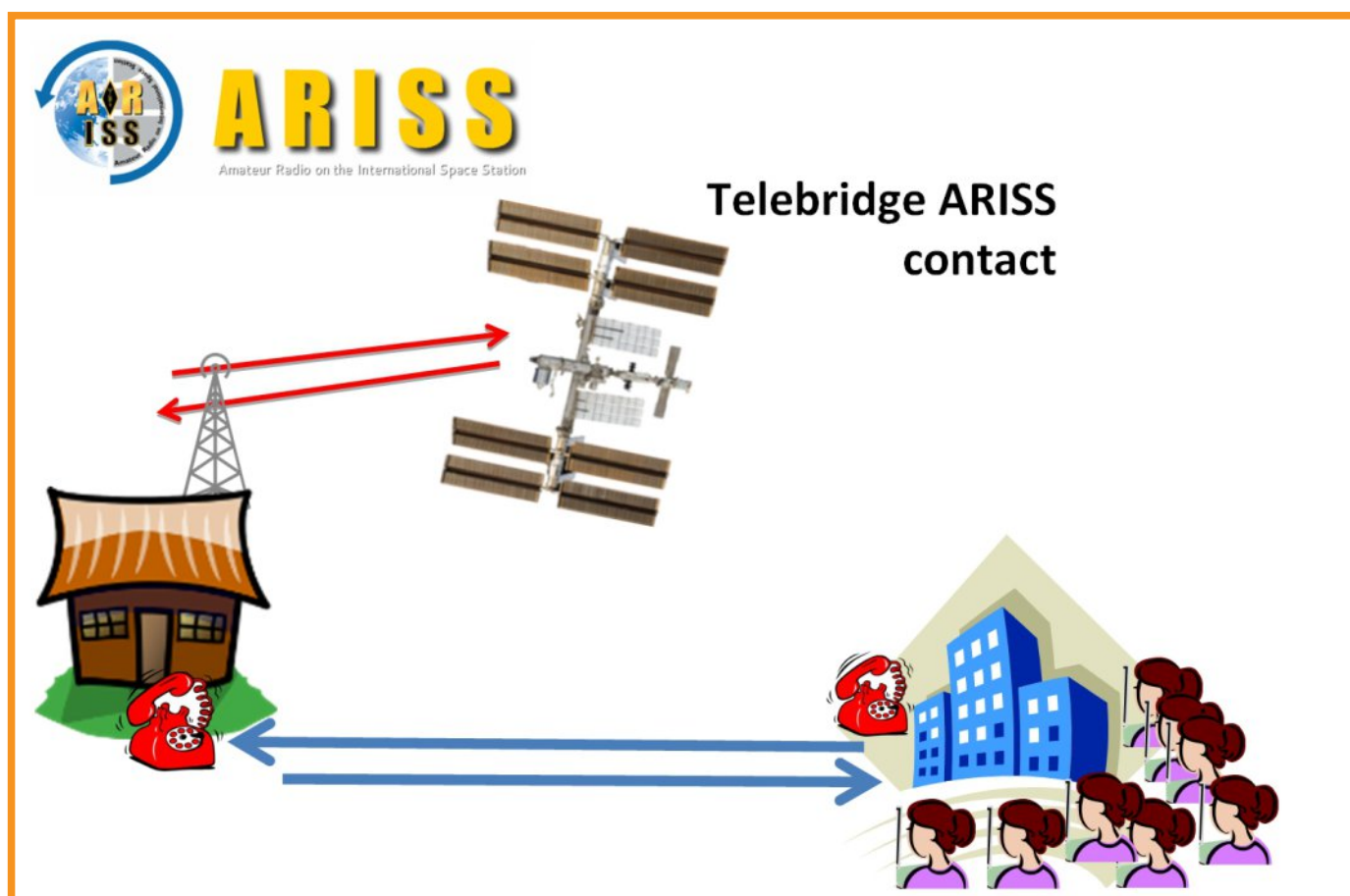
Logo ARISS.

¿Qué es ARISS?

ARRIS (Amateur Radio ISS) es un programa de las agencias espaciales en colaboración con una red de radioaficionados de todo el mundo. Está coordinada principalmente por la NASA, y posibilita que estudiantes de diversas partes del mundo se pongan en contacto con uno de los astronautas de la ISS, vía radio. Se puede hacer en dos modalidades: Direct o Telebridge. Antes de pasar a detallar cómo es cada modalidad, conviene subrayar que esta es una actividad de radioafición y que es requisito básico contar con radioaficionados de la zona que dispongan de código y que controlen bastante los temas técnicos.

Direct: es la modalidad más compleja, pero a la vez más atractiva. El colegio seleccionado, con la ayuda de radioaficionados de la zona, tiene que montar su propia estación de seguimiento. Hay que montar un complejo sistema de comunicación, ya establecido, para contactar vía radio directamente con la Estación Espacial Internacional (ISS). Antes de optar por ella, hay que tener en cuenta que los requisitos de la NASA son realmente estrictos. El sistema de comunicación tiene que ser duplicado (por si falla uno) y nos podemos encontrar con situaciones como que para tal o cual enlace nos exigen un tipo de cable en concreto y solo ese, aun sabiendo que con otro más sencillo (y económico) sería suficiente.

Nuestra idea inicial era optar por el contacto directo, pero tuvimos que desistir debido a las limitaciones orográficas que presenta Bergara. El contacto dura el tiempo que tienes a la ISS sobre tu horizonte; en un lugar ideal, con horizonte plano, desde que surge por el horizonte hasta que se pone. Dependiendo de la órbita, se pueden llegar a unos 11 minutos de contacto. Bergara se sitúa en pleno valle del río Deba. Poco tiempo con la ISS a la vista, lo que limita excesivamente el tiempo de contacto. Además, tampoco disponíamos de una terraza para realizar el



Sistema de contacto telebridge. Crédito: Jon Sistiaga.

montaje del sistema de antenas. No vale con hacer el montaje el mismo día. El sistema tiene que estar listo y probado (en coordinación con miembros de AIRSS) en fechas previas. Una pena, porque en contacto directo te aseguras de que la estación espacial está pasando sobre tu cielo en el momento del contacto. De lo contrario, puede resultar que, como fue en nuestro caso, la ISS “sobrevolaba” tierras australianas mientras hablábamos con ellos.

Telebridge: en este caso, el contacto se realiza con la intermediación de alguno de los radioaficionados de la red mundial que facilita estos contactos. En nuestro caso, el radioaficionado australiano Martin Diggins (indicativo de radioaficionado VK6MJ). Para esta modalidad, los requisitos son menores, aunque siempre tiene su aquel. Por ejemplo, hay que disponer de línea telefónica analógica, es decir, que no pase a través de ningún tipo de sistema informático que genere el más mínimo retardo

en la señal. 24 horas antes hay que tenerlo todo listo para llevar a cabo las pruebas directamente con gente que trabaja para la ARISS. Cualquier contratiempo puede significar aplazar el contacto.

Proceso de solicitud

Antes de animarse a solicitar un contacto, hay que tener en cuenta que los plazos son largos. Cada año hay dos ventanas para enviar la solicitud. La primera en febrero-marzo, y en septiembre-octubre la segunda. Si hacemos la solicitud, por ejemplo, en septiembre-octubre de 2021, a final de año tendríamos la resolución, y el contacto tendría lugar en el segundo semestre de 2022. Solicitándolo en febrero-marzo de 2022, antes de verano sabríamos si hemos sido seleccionados, y el contacto tendría lugar a lo largo del primer semestre de 2023. Una vez seleccionados, ARISS nos asignará un mentor que nos guiará y asesorará en el proceso, sobre todo de cara al contacto en sí. En nuestro caso, el

mentor asignado fue el radioaficionado argentino y miembro de ARISS Marcelo Teruel (IK0USO). Toda la relación con ARISS se realiza en principio en inglés, aunque al ser argentino el mentor, las conversaciones con él fueron en castellano, sobre todo a través de llamadas vía washap.

Conviene subrayar que el programa ARISS no se limita a realizar el contacto con la ISS. Se trata de realizar múltiples actividades alrededor del evento que lleguen a la mayor cantidad de gente posible, tanto del centro educativo como de fuera de él. En la solicitud, hay que presentar un proyecto alrededor del evento principal. Por nuestra experiencia, basta básicamente con elaborar un programa lo más completo posible. Es decir, no nos pedirán demasiados detalles como unidades didácticas que vayamos a trabajar y demás. También es importante asegurar la máxima difusión posible del contacto ARISS a nivel de medios, tanto escritos como de radio y televisión. Lo valoran mucho. Todo ello debe ir detallado, grosso modo, en la solicitud.

¿Qué tipo de actividades se pueden realizar?

Resumidamente: todas las que se nos puedan ocurrir y que impliquen a la mayor cantidad de gente posible. Los compañeros del CEIP Nuestra Señora del Carmen de Torre de la Reina (Sevilla) llegaron a sacar una carroza en el carnaval de este año. No hay límites. De manera orientativa, lo habitual es hacer posters, maquetas de naves espaciales, observaciones astronómicas, charlas, trabajos alrededor del tema que realizan algunos alumnos y los presentan al resto, concurso de diseño de la insignia de la misión, diseño de la tarjeta QSL (algo usual en el mundillo radioaficionado como confirmación del contacto).

De entre las que realizamos nosotros, destacaría dos. Por una parte, un taller de radio en el que participaron alumnos interesados de los últimos cursos, impartido por nuestro equipo de radioaficionados. Además de la parte teórica, lo más entretenido fue la construcción de varias



Lanzamiento de la sonda Katxi porreta II. Crédito: Aranzadi Ikastola.

antenas, y la prueba de su funcionamiento.

La segunda de las actividades curiosas que realizamos fue el lanzamiento de una sonda meteorológica. En esta actividad, pudimos aplicar, además, los conocimientos adquiridos en el taller de radio. No era la primera vez que lanzábamos una. Alex Escartín lleva ya unos cuantos sobre sus espaldas. Quisimos darle otro toque en esta ocasión. En este tipo de lanzamientos, no tienes noticia de la aventura hasta su recuperación, y se nos ocurrió que sería interesante emitir datos en radio desde la sonda. Tanto imágenes, como datos, posición incluida. Todo ello fue posible gracias a la pericia de nuestro equipo técnico.

Pero, claro, todo sale según lo previsto. Nos pareció apropiado subir en la sonda unos muñecos que atrajeran la atención de los más pequeños. El día del lanzamiento, el patio de la Ikastola estaba a rebosar de gente, sobre todo niños y niñas. Y resultó que, en el último momento, el globo de helio se nos escurrió. Un “ooohhhh” de incredulidad se escuchó por todo el patio. A pesar del inicial disgusto, supimos darle la vuelta. Aquello sirvió para aprender una lección: este tipo de lanzamientos tienen su



El contacto con la ISS finaliza con éxito. Crédito: KB Photostudio

complicación. Parecen sencillos si los ves hacer, pero hay mil cosas que pueden fallar. Y a veces fallan. Supimos rehacernos y unas pocas semanas después, la misión Katxiporreta II resultó todo un éxito. Para delicia de niños y mayores, recogimos unas preciosas imágenes de nuestros payasos tripulantes y una gran cantidad de datos que habrá que trabajar. Temperatura, presión, altitud, rayos cósmicos... Sí, sí, habéis leído bien. En el lanzamiento contamos con la colaboración de la Agrupación Astronómica Vizcaína y subimos en la sonda un detector de rayos cósmicos.

Desde el 2001, año en que se iniciaron los contactos, por lo que a Europa respecta, y a fecha de finales de 2019, se habían producido 526 contactos. 135 contactos fueron con colegios italianos. Francia y Alemania se apuntaban más de 40 cada uno. España apenas 14 contactos, 3 de los cuales tuvieron lugar en 2019. El 5 de marzo de 2019, los estudiantes del CEIP Nuestra Señora del Carmen de Torre de la Reina en Sevilla hablaban, vía radio, con el astronauta canadiense David Saint-Jacques. El 29 de abril del mismo año tomaban el relevo los estudiantes de los colegios mallorquines San Jose Obrero y Luis Vives, que entrevistaron al astronauta estadounidense Nick Hague. Finalmente, el 17 de mayo se producía nuestro contacto, con el mismo astronauta, Hague.



Imagen recibida por radio desde la sonda Katxiporreta II. Crédito: Aranzadi Ikastola



Foto de familia tras el contacto exitoso. Crédito: KB Photostudio

Llegó 2020 y con el la pandemia. A pesar de todo, este año se han realizado, hasta el momento, dos contactos más. El 16 de junio el I.E.S. Pedro de Valdivia de Villanueva de la Serena (Badajoz) hablaba en la modalidad telebridge (multi-point) con el astronauta Chris Cassidy. Esta nueva modalidad, puesta en marcha durante el confinamiento, se denomina multi-point porque los estudiantes no se encontraban juntos en el centro si no que cada uno hacía la pregunta desde su casa. Finalmente el 18 de septiembre de 2020 alumnos y alumnas de Avellaneda Ikastetxea de Sodupe (Bizkaia) contactaban también con Chris Cassidy. En este caso el contacto se realizó por el método clásico de telebridge, con todos los alumnos en el centro guardando las pertinentes medidas de seguridad.

A día de hoy, por tanto, son 16 los centros del estado que han participado en este fascinante programa. Muy pocos. Hay que elevar ese número.

¿Merece la pena embarcarse en un proyecto así? A pesar de todo el trabajo que ha supuesto, disfrutamos mucho del viaje. Gracias a este proyecto común, padres, alumnos y profesores estamos ahora más unidos. Podría dar mil razones para explicar que todo a merecido la pena, pero las puedo resumir en una anécdota. Hace un par de meses, se me acercó la madre de un alumno por la calle para agradecerme lo que estábamos haciendo. Me contó que, como tantos, su hijo quería ser futbolista. Hasta ahora. ¡Resulta que ahora quiere ser científico!

No puedo cerrar el artículo sin expresar mi más sincero agradecimiento a tres radioaficionados ajenos a la Ikastola que formarán para siempre parte de nuestra familia. Nunca podremos agradecerles como se han volcado en todo el proyecto: Alex Escartín, Jon Sistiaga y Felipe Uriarte. También a Marcelo Teruel, el mentor asignado y que nos hizo más sencilla la tarea.

¡Gracias! Gràcies! Mila esker!

WEBS:

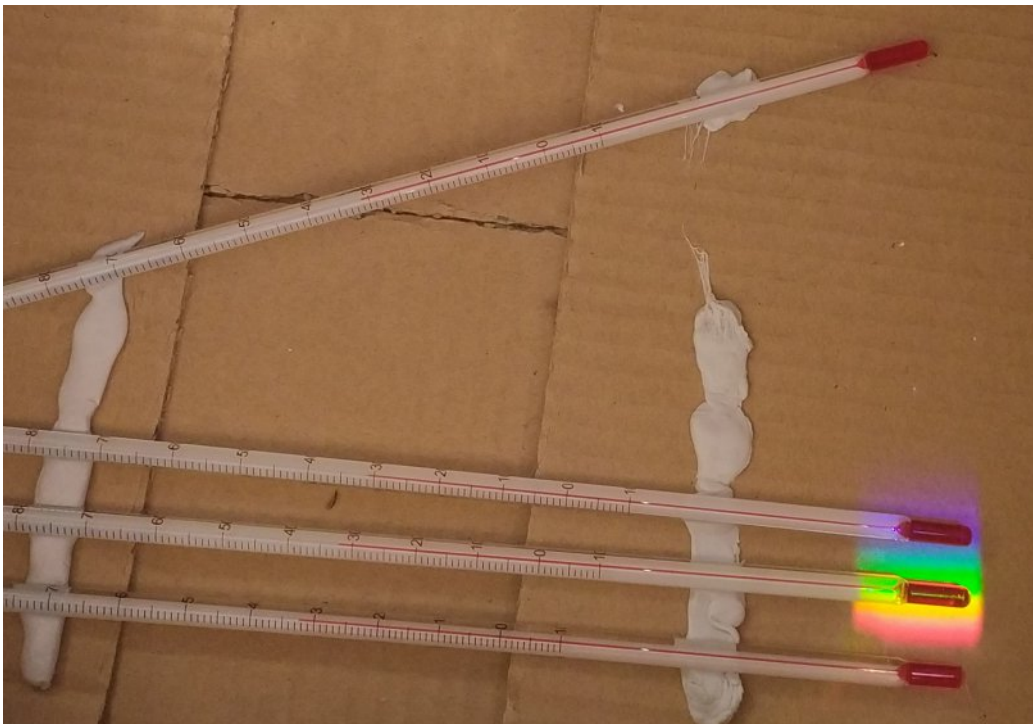
- ARISS Europa: <http://www.ariss-eu.org/school-contacts>
- Página Naukas con los contactos subtítulados:
<https://naukas.com/2019/10/16/cuatro-contactos-con-la-iss-subtitulados/>
- Contacto del I.E.S. Pedro de Valdivia de Villanueva de la Serena (Badajoz)
Video de/en la escuela: <https://youtu.be/xpvSU3-t2CQ>
Video ARISS: <https://youtu.be/PyNqsTMqAoQ>
- Video del contacto de Avellaneda Ikastetxea de Sodupe (Bizkaia) <https://youtu.be/crk8l2XlKIE>



Equipo de alumnos de la Ikastola Aranzadi elegidos para realizar las preguntas al Astronauta Nick Hague. Crédito: Aranzadi Ikastola

MODELOS PARA ENSEÑAR ON LINE LA ASTRONOMÍA FUERA DE LO VISIBLE Y ASTROBIOLOGÍA

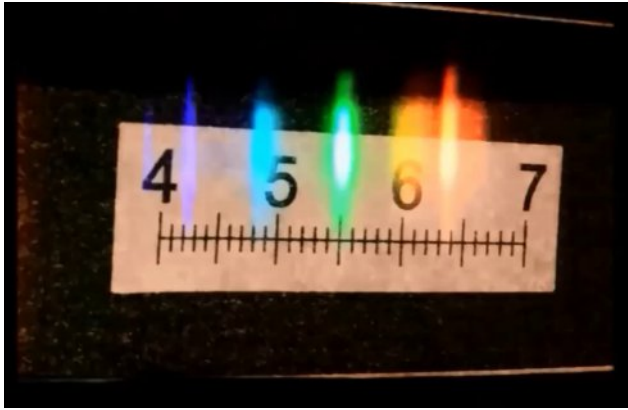
Ricardo Moreno Luquero (NASE)



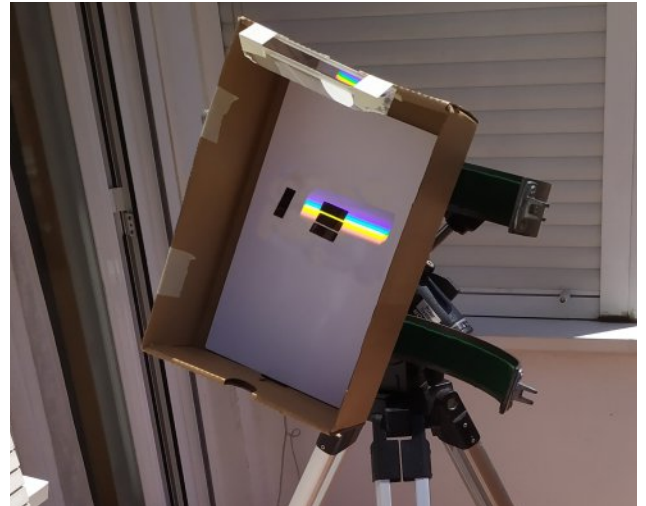
El contenido completo de los Talleres están en el libro [14 pasos hacia el Universo](#), disponible en la web de NASE. Al explicar los conceptos, se proponen varios modelos sencillos. En este artículo se presentan los videos cortos (1 a 3 minutos) en los que se muestran los modelos. Están hechos sin audio, para que el que lo presenta en el curso on line haga las explicaciones que vea oportunas. El Taller nº 7 trata sobre la Astronomía fuera de lo visible: cómo se usa todo el espectro electromagnético. Se generan y se usan algunas de esas radiaciones en modelos sencillos. El Taller nº 10 es sobre Astrobiología, con algunos modelos muy sencillos que pueden ser útiles en la enseñanza de la Astronomía y de otras materias.

Empecemos con el Taller 7. En el primer [video](#) se explica cómo hacer un espectroscopio con el que poder medir las longitudes de onda de la luz. Se usa un CD como red de difracción.

Para alumnos más pequeños, se muestra en este otro [video](#) cómo descomponer la luz solar (se forma un arco iris) con una manguera con difusor en la salida.



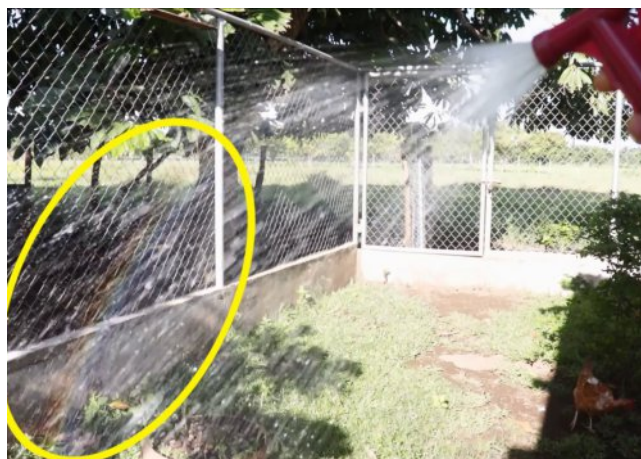
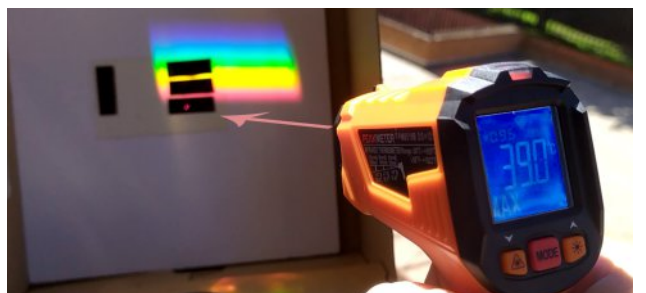
Midiendo con el espectroscopio la emisión de la luz de una bombilla de mercurio



Experimento de Herchel para detectar la radiación infrarroja, con un termómetro digital.



El espectroscopio recién construido



La luz se puede descomponer en un arco iris, con la ayuda de una manguera

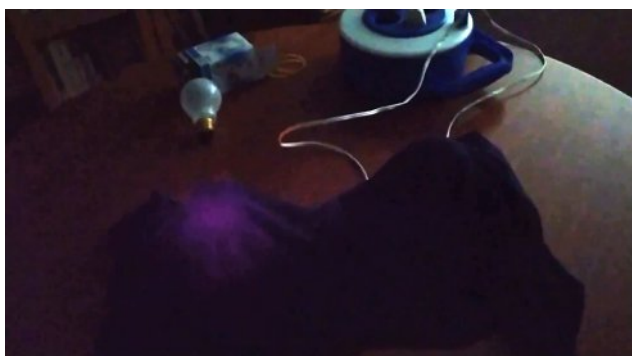
En el siguiente [vídeo](#) se hace, con termómetros tradicionales, el experimento con el que Herchel descubrió la radiación infrarroja. En este otro [vídeo](#) se hace con un termómetro digital, más preciso y de forma más sencilla.

Esa radiación es la que emite la mayoría de los mandos a distancia que tenemos en casa, que se puede detectar con las cámaras de nuestros teléfonos, como se ve en este [video](#).



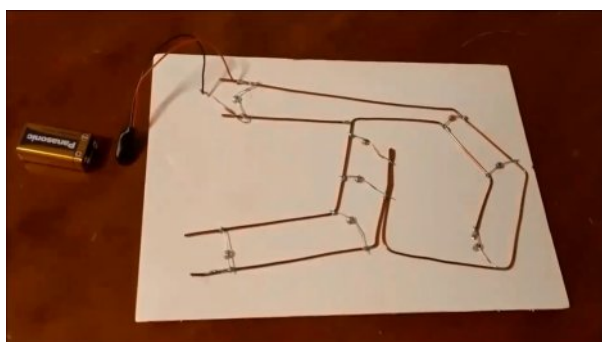
Radiación infrarroja de un mando a distancia

La radiación infrarroja tiene un poder de penetración mayor que la luz visible, y se usa para estudiar zonas con mucho polvo, por ejemplo el centro de nuestra galaxia. Ese poder de penetración se muestra en este [video](#) con unas bombillas y una tela.



Una bombilla de filamento incandescente emite mucha más radiación infrarroja que otra de led. Atraviesa una tela, y la detectamos con la cámara de fotos de nuestro móvil

Se puede hacer una constelación con leds infrarrojos, o bien con varios mandos de control remoto, como se ve en este [video](#).



Parte de atrás de la constelación Orión hecha con leds infrarrojos

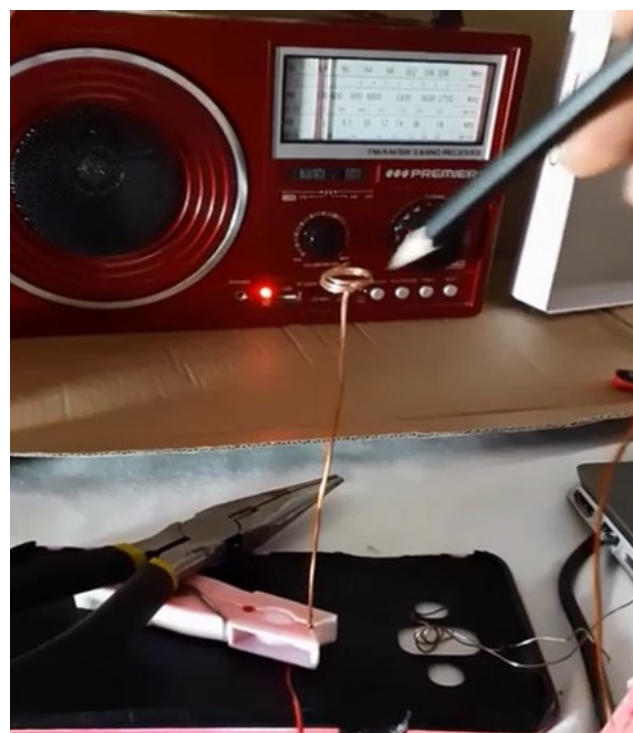


Esa constelación se visualiza con la cámara del móvil.



Constelación Cruz del Sur hecha con mandos a distancia. En la oscuridad, sólo se ve con el detector infrarrojo de nuestra cámara

La radioastronomía es hoy fundamental. En este [video](#) se explica cómo generar y detectar ondas de radio.



Produciendo y detectando ondas de radio

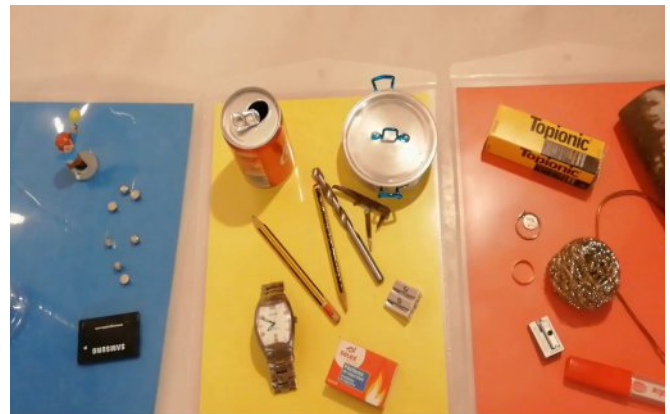
Con la radiación ultravioleta se pueden estudiar muchos fenómenos de alta energía, aunque tiene el inconveniente de ser absorbida por la atmósfera. Pero hay telescopios en órbita con detectores de esta radiación, con los que se puede observar el cielo en estas longitudes de onda. En este [video](#) se usa la radiación UV de un detector de billetes falsos (también existen en jardinería bombillas UV, llamadas de luz negra), para ver cosas que con luz visible no se ven.



Con la luz UV de un detector de billetes falsos se ven cosas que normalmente no se ven

Faltaría por mostrar otras radiaciones, como los rayos X o los rayos gamma, que se usan en medicina.

El Taller nº 10 del curso de NASE trata sobre **Astrobiología**, con varios modelos sencillos. El primer modelo del Taller se ve en un [video](#) que ayuda a explicar los aspectos químicos de la evolución estelar. El objetivo es clasificar los objetos según sean producidos sus átomos: en el Big-Bang o poco después, en el interior de las estrellas durante su evolución o en la explosión de supernovas.



Materiales clasificados según su origen: en el Big Bang, en las estrellas o en las supernovas.

El segundo [video](#) sirve para ver por qué no hay agua líquida en Marte: al bajar la presión en una jeringuilla, el agua caliente de su interior empieza a hervir.



Disminuyendo la presión, hierve el agua.

El tercer **video** muestra un ejemplo de producción de oxígeno por fotosíntesis. En una solución de bicarbonato de sodio se introducen pequeñas porciones de vegetales y se aplica luz con filtro azul y/o rojo, y se comparan los resultados.



El cuarto **video** muestra un modelo que considera la vida en situaciones extremas. Basta mostrar qué pasa con una solución donde se

introduce levadura y después se añaden diferentes situaciones para ver en qué condiciones evolucionan mejor el micro organismo que es la levadura.

En el quinto **video** se explica cómo obtener el ADN de un tomate. Esperamos que estos videos os den ideas para la enseñanza de la Astronomía y de otras ciencias.



Extracción del ADN de un tomate.



Levadura sometida a distintas condiciones externas: frío, radiación UV, ácidos, etc.

Referencias:

Web de NASE: <http://sac.csic.es/astrosecundaria/es/Presentacion.php>

Canal de YouTube de NASE: https://www.youtube.com/channel/UCIhE_31rV-895n_fm069PgA/

LA ISS EN SESIÓN CONTINUA

Esteban Esteban Peñalba



En las noches entre el 12 y el 17 del mes de julio de 2021, desde prácticamente toda la península Ibérica se podrá observar la ISS con al menos 4 pasos durante cada noche, desde muchos lugares serán 5 pasos, con un intervalo de poco más de 90 minutos entre uno y otro, e incluso desde una amplia zona de levante, la noche del 14 al 15 se verán nada menos que 6 pasos. Este fenómeno se repite todos los años, veamos porqué podemos ver a la ISS en "sesión continua".

A quienes solemos mirar el cielo nos ha sorprendido en alguna ocasión el paso de la Estación Espacial Internacional: un punto muy brillante que puede alcanzar la magnitud -4 y que se mueve apreciablemente entre las constelaciones.

En otras ocasiones puede que estuviéramos esperándola para mostrársela a alguna persona que nos acompañara porque es algo muy llamativo, y la posibilidad de su visualización es uno de los aspectos que siempre he valorado cuando había que elegir la fecha de una

observación astronómica. A gran parte del alumnado será lo que más les llamará la atención y supondrá posiblemente una motivación para seguir observando el cielo.

En fechas próximas, las noches entre el 12 y el 17 de este mes de julio de 2021, desde prácticamente toda la península Ibérica tendremos una gran oportunidad para observarla repetidamente con al menos 4 pasos durante cada noche, que desde muchos lugares serán 5 consecutivos, con el intervalo de poco más de 90 minutos de diferencia de uno a otro, e incluso desde una amplia zona de levante la noche del 14 al 15 se verán nada menos que 6 pasos.

La Estación Espacial no tiene luces en su exterior, por lo que siempre que la observemos estaremos viendo la luz que refleja del Sol. Por consiguiente, para que pueda ser visualizada tiene que ocurrir que pase por la porción de cielo que se ve desde el lugar en que esté el observador de noche lógicamente, pero de manera que a la altura en que orbita le siga dando el Sol y pueda así reflejar luz, tal como se recoge en la Figura 1.

En ese gráfico se representa la posición de la ISS cuando todavía no ha entrado en la sombra de la Tierra y es visible tanto desde los puntos de la superficie terrestre B, C o D, cuando está a

punto de eclipsarse, y su visión desde el punto C con el eclipse en un punto muy alto de su trayectoria cuando alcanza el máximo brillo puede ser espectacular, como se ha recogido en la imagen de la Figura 2, que con una exposición de varios segundos ha dejado marcada su trayectoria entre las estrellas hasta desaparecer.



Fig. 2.

Lo habitual es que la ISS pueda observarse solo al principio o al final de la noche, ya que en las horas centrales de la misma (para el observador), cuando pase sobre la zona normalmente estará en la sombra de la Tierra. Además lógicamente de día, no puede verse.

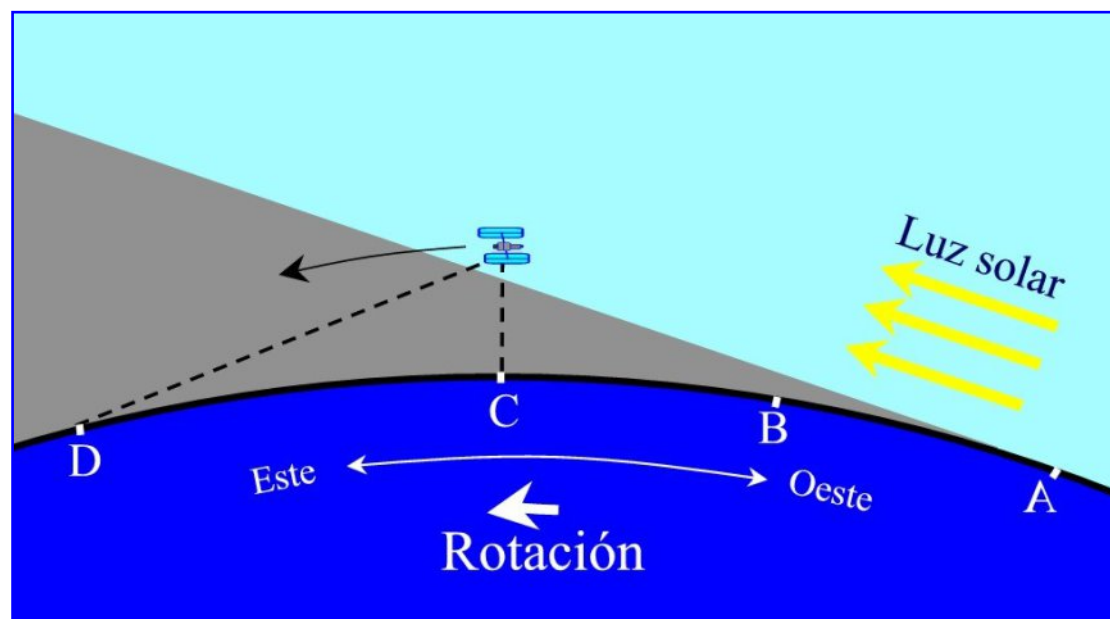


Fig. 1: Tanto en el punto B, como en C o D ya se ha puesto el Sol y en ese momento se ve la ISS, aunque en B con cierta dificultad por ser aún el crepúsculo. En el punto A no se verá porque es de día. Desde el punto C se la verá en el cenit en ese momento.

Debido a su movimiento de Oeste hacia el Este, mucho más rápido que la rotación de la Tierra, en los pasos vespertinos puede eclipsarse al entrar en la sombra terrestre y dejará de verse, mientras que en los matutinos puede acabar el eclipse estando sobre nuestro cielo con lo que se vería como “apareciendo de la nada” y luego seguiría su trayectoria hasta ocultarse por el horizonte.

Precisamente una de las claves para que estos próximos días del mes de julio se vean tantos pasos es que se dan ciertas condiciones para que no llegue a eclipsarse durante el recorrido de su órbita, incluso a medianoche.

En cada paso de la ISS la magnitud con la que la vemos varía mucho según la altura que vaya alcanzando. Además del fenómeno de la extinción en lugares cercanos al horizonte por el efecto del mayor espesor de la capa de atmósfera que debe atravesar la luz y su consecuente debilitamiento, la distancia a la que se encuentra del observador varía enormemente desde poco más de 400 kilómetros si pasa por el cenit (Punto C de la Figura 1), hasta más de mil kilómetros cuando la vemos cerca del horizonte (punto D).

Por ello suele considerarse visible solo si al

menos parte de su trayectoria se sitúa por encima de los 10° de altura sobre el horizonte, lo que da un campo de visibilidad en un círculo de radio ligeramente superior a los 1300 kilómetros alrededor del punto de la Tierra que en ese momento tiene a la ISS en su vertical, tal como se deduce en la Figura 3.

Esto da un círculo de visibilidad de más de 2600 km de diámetro que, para hacerse una idea de su tamaño, incluiría toda la península Ibérica y la Gran Bretaña, de manera que podría verse simultáneamente tanto desde el punto más meridional de la península como desde la costa norte de Escocia en el momento en que sobrevolara el punto medio entre ambos lugares.

Además, aunque el Sol esté bajo el horizonte, en la fase del crepúsculo en que el cielo está suficientemente brillante tampoco se verá. Suelen considerarse visibles los pasos que ocurren cuando el Sol está por lo menos 6° por debajo del horizonte, que corresponde con el límite del crepúsculo civil.

Aunque estos criterios pueden ser relativos, son los que actualmente maneja de manera rigurosa el programa Heavens-Above, que es la referencia más utilizada en estos temas.

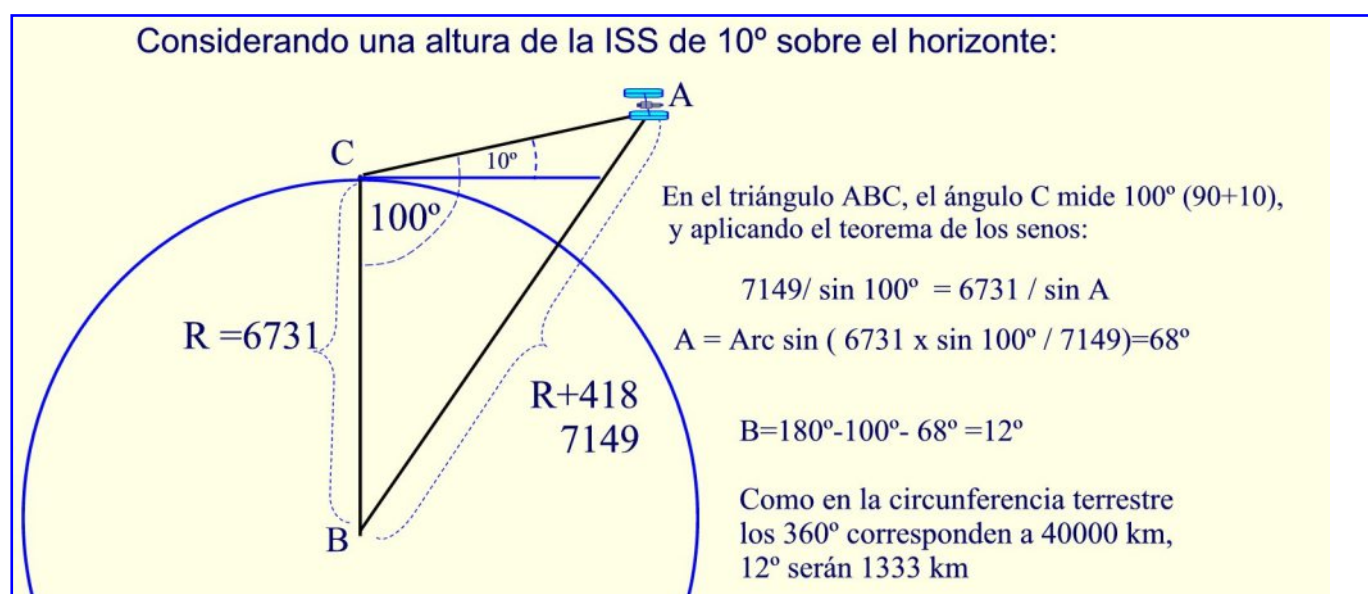


Fig. 3



Fig. 4. La ISS está a punto de sobrevolar la zona terrestre donde ya es de noche. La forma de la línea día-noche varía mucho según la estación. Aquí corresponde a mediados de agosto o finales de abril. También su posición relativa respecto a la órbita de la ISS va cambiando, y ambos factores son la clave para la situación excepcional que se producirá en las mencionadas fechas. Por ejemplo, en la situación del gráfico, a pesar de que Irlanda está dentro de la zona en que la ISS aparecería por encima del horizonte, en ningún lugar de esa la isla será visible, porque es de día o el comienzo del crepúsculo, y el cielo está aún muy brillante. Sí sería visible desde el Noroeste de la península Ibérica, porque allí ya es noche cerrada.

Diferentes situaciones según la latitud

Como la órbita de la ISS tiene una inclinación de 51.6° nunca se verá en latitudes superiores a 63.64° tanto Sur como Norte, ya que los citados 1333 km corresponden a 12° .

Las zonas de no visibilidad son ligeramente mayores que los círculos polares (solo 3° más) pero no tienen nada que ver con ellos, y cuando hace años el brillo de la ISS era menor antes de completarse su montaje, se consideraban estas zonas de diferente amplitud ya que se tomaba una altura mínima de 20° .

Por la misma razón, cuando la ISS sobrevuele el punto de máxima latitud (51.4°) no será visible desde latitudes inferiores a la zona más meridional de la península Ibérica, y esta circunstancia influye en las condiciones especiales que se darán este mes de julio.

Aún dentro de la amplia zona donde puede ser visible en alguna ocasión, las condiciones son muy variables y dependen de la proximidad al solsticio o equinoccio y de la latitud.

Una situación habitual (pero no siempre) para latitudes medias de la península sería ver uno o dos pasos al principio de la noche durante unos 20 o 25 días seguidos, luego unos días en que no es visible y posteriormente otro periodo similar en que se ve de madrugada.

Pero según se acerca el solsticio de verano los pasos pueden hacerse más numerosos, y es frecuente ver 3, 4, o incluso hasta 5 o 6, como ahora en que cubren toda la noche.

De todas formas, como luego se explica, esta época fructífera con 5 o 6 pasos seguidos no tiene por qué producirse exactamente en el solsticio de verano, sino en fechas relativamente próximas a él con algo más de un mes de margen, como ocurre este año.

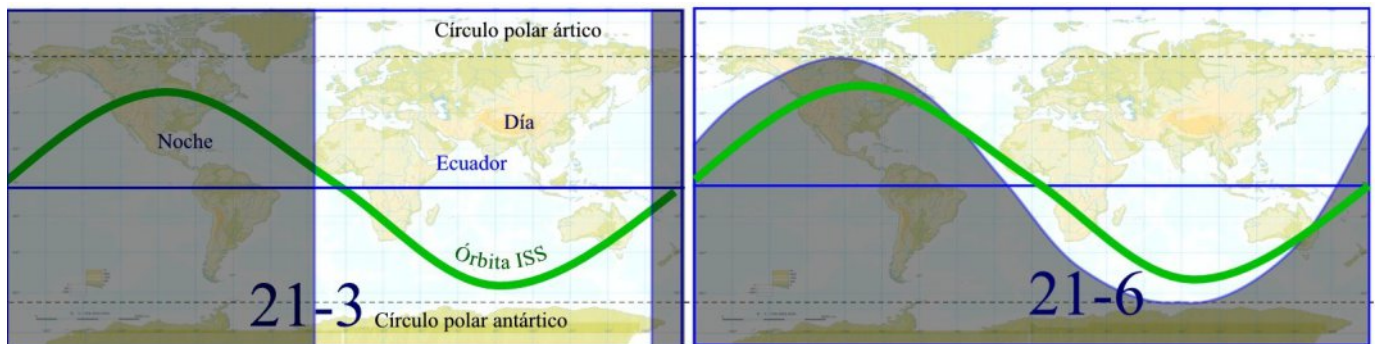


Fig. 5: La órbita de la ISS y la línea día-noche en equinoccio y en el solsticio de verano del hemisferio norte. La posición relativa entre ambas se ha tomado al azar, y va cambiando tal como se explica luego.

Todos los pasos nocturnos visibles

El motivo de que estos próximos días se produzca una situación excepcional, tal como se dijo antes, siendo visibles todos los pasos durante la noche, se debe a que la ISS no entra en la sombra de la Tierra durante toda su órbita. Para ello deben coincidir dos circunstancias y en ambas la clave está en las posiciones de la órbita de la ISS y la línea día-noche.

1- Sombra de la Tierra de altura inferior a la de la ISS por donde ésta transita, durante toda su órbita.

Dibujando ambas líneas proyectadas en un mapamundi, la órbita de la estación espacial siempre tiene la misma forma: una senoide centrada en el ecuador con valor máximo 51.6° que es la inclinación de su plano orbital y su periodo es de 93 minutos. Pero la línea día-noche cambia mucho con las estaciones:

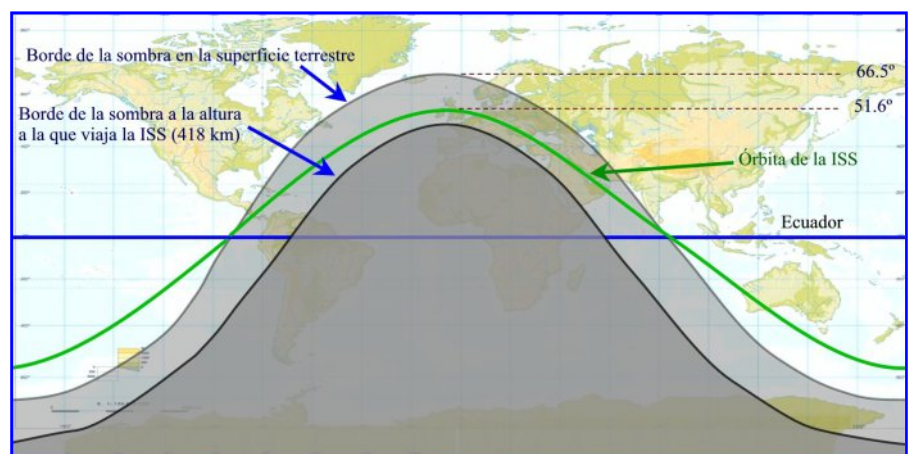
En los equinoccios la zona en que es de día o de noche está limitada por dos rectas verticales (dos meridianos) y evidentemente en cada órbita la ISS la atraviesa, dos veces entrando y saliendo de la sombra.

Pero en primavera y verano en el hemisferio correspondiente es una curva, similar a un arco de senoide, dejando la zona polar por encima del máximo de la senoide por ser día perpetuo, mientras que en el otro hemisferio las zonas próximas al polo permanecen en sombra las 24 horas, porque allí será noche perpetua.

En el solsticio el máximo de la línea día-noche alcanza su valor más pequeño (66.5°) y llega justo al límite del círculo polar. En esas fechas es cuando la ISS tiene la mayor posibilidad de no entrar en la sombra.

En superficie esto parece imposible porque su máximo (51.6°) es menor, pero a la altura de unos 400 km a la que viaja, la situación es diferente, como se representa en la Figura 6.

Fig. 6. Situación en el solsticio de Verano con la órbita de la ISS en posición simétrica (acoplada) con la línea día-noche. En todos los casos la representación corresponde a una proyección perpendicular a la superficie terrestre.



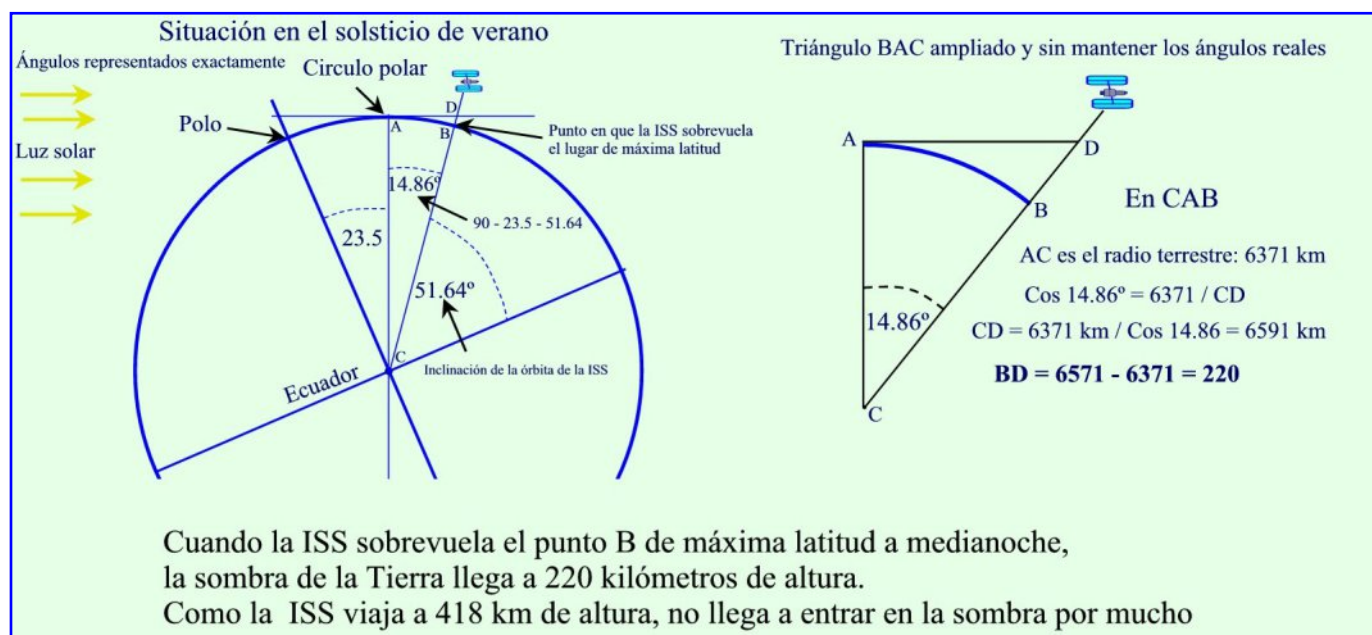


Fig. 7.

En el gráfico de la Figura 7 se recoge el cálculo de la altura de la sombra en esa situación, en el momento en que la ISS está sobre el punto de máxima latitud (51.64°).

Como la altura de la sombra en el máximo de la trayectoria de la ISS en el solsticio (220 km) es bastante menor que la altura del satélite (que actualmente es de poco más de 417 km en el perigeo) no es necesario que el acoplamiento de las dos líneas (que se explica en el apartado 2) ocurra precisamente en esa fecha, sino que sería suficiente con que la declinación del Sol fuese mayor de 18.15° porque a partir de ese valor, DB es superior a esos 417 km, (como se obtiene con los mismos cálculos en sentido inverso), y ello ocurre entre el 13 de mayo y el 31 de julio en el hemisferio norte, y en el sur del 15 de noviembre al 28 de enero. En esos intervalos de fechas podrá ocurrir que la ISS no entre en la sombra.

Estas fechas podrían variar un poco si cambia la altura de la ISS, que sufre continuas y lentas disminuciones por el rozamiento con la alta atmósfera y periódicamente encienden un

motor y la vuelven a subir. Hace 12 años la altura era bastante inferior, del orden de los 350 kilómetros con lo cual el intervalo de fechas era más reducido

2- Coincidencia del máximo de la curva de la trayectoria orbital con el máximo de la línea día-noche sobre una misma abscisa (tanto en el tramo ascendente como en el descendente ambas líneas se cortan en el ecuador), como en la Figura 6: Lo que he llamado "acople" porque alcanzan su valor máximo en un mismo meridiano.

La posición relativa de ambas líneas cambia muy poco de un paso a otro (La Tierra va rotando y respecto a un punto de la superficie terrestre ambas líneas se desplazarían casi a la vez).

Pero, además, de un día a otro la órbita se desplaza unos 6° hacia el Oeste respecto a la línea día-noche: Aproximadamente 1° por la traslación de la Tierra que desplazaría el plano que contiene la línea día-noche (360° en 365.25 días) y 5° porque la orientación del plano de la órbita de los satélites artificiales no se mantiene

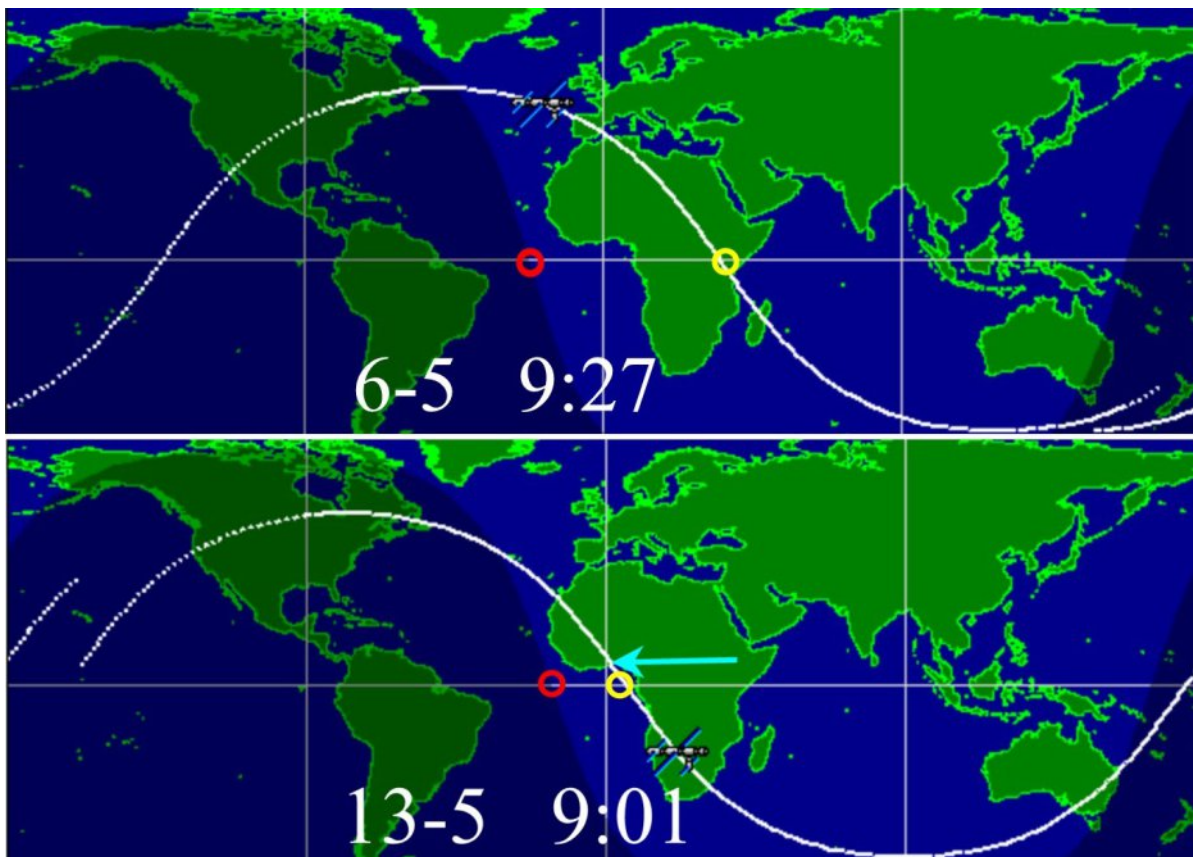


Fig. 8. Desplazamiento de la órbita de la ISS hacia el Oeste respecto a la línea día-noche, en una semana. Se han marcado como referencias los puntos de corte de ambas líneas con el ecuador. Elaborado con gráficos de Heavens-above.com

constante debido a que la Tierra no es totalmente esférica. En los satélites de órbitas altas esta “precesión nodal” es muy pequeña, pero en la ISS es casi exactamente de 5° cada día, como se he dicho, hacia el Oeste.

Esta precesión nodal es el elemento clave de todo este tema. Debido a ella las dos líneas se van desplazando poco a poco una respecto a otra y coinciden casi exactamente cada 2 meses ($6^\circ \times 60 \text{ días} = 360^\circ$).

El “acople” entre las órbitas, y con ello el cumplimiento de la condición 2, ocurrirá precisamente el 14 de julio de este año 2021, que está dentro del margen marcado por la condición anterior: del 13-5 al 31-7.

Como este intervalo es algo superior a dos meses, que es el periodo al cabo del cual se vuelve a producir el “acople” de las órbitas,

todos los años se dará esta circunstancia de no eclipsarse la ISS.

¡Pero precisamente este año ocurre dos veces! Concretamente la noche del 15 de mayo también se repitieron las funciones.

En la situación contraria a la actual, cuando las dos líneas (límite día-noche y órbita de la ISS) están muy desacopladas como en la siguiente Figura 9, es cuando se producen los periodos de varios días seguidos en que no se ve ningún paso, en latitudes no muy cercanas al ecuador.

Fig. 9.



La situación excepcional de estos días de julio

Lógicamente en cada lugar la posición en que se ve la ISS y su recorrido es ligeramente diferente, y los detalles pueden consultarse en heavens-above.com, pero a modo de ejemplo se recogen en la Figura 10 los pasos visibles desde Madrid, como centro geográfico de la península, durante estos días de julio.

¡Las noches del 12 al 17 de julio 5 pasos visibles desde Madrid! Se han remarcado los más destacados, en que alcanza mayor altura sobre el horizonte y mayor brillo, aunque desde cada localidad serán diferentes.

Fecha	Magnitud (mag)	Inicio			Punto más alto			Fin			Tipo de paso
		Hora	Alt.	Ac.	Hora	Alt.	Ac.	Hora	Alt.	Ac.	
12 jul	-1,0	5:14:19	10°	NNO	5:17:01	22°	NNE	5:19:42	10°	ENE	visible
12 jul	-3,7	23:33:28	10°	SO	23:36:46	51°	SE	23:40:04	10°	ENE	visible
13 jul	-1,4	1:10:53	10°	O	1:13:44	25°	NNO	1:16:36	10°	NE	visible
13 jul	-0,3	2:49:54	10°	NNO	2:51:27	13°	N	2:53:01	10°	NNE	visible
13 jul	-0,7	4:26:59	10°	NNO	4:29:20	17°	NNE	4:31:40	10°	ENE	visible
13 jul	-3,4	6:03:14	10°	NO	6:06:37	71°	NE	6:09:58	10°	ESE	visible
13 jul	-2,9	22:46:24	10°	SSO	22:49:22	29°	SE	22:52:21	10°	ENE	visible
14 jul	-2,0	0:22:58	10°	O	0:26:06	34°	NNO	0:29:15	10°	NE	visible
14 jul	-0,4	2:01:53	10°	NO	2:03:41	14°	N	2:05:29	10°	NNE	visible
14 jul	-0,4	3:39:37	10°	NNO	3:41:36	15°	NNE	3:43:34	10°	NE	visible
14 jul	-2,5	5:15:49	10°	NO	5:19:04	43°	NNE	5:22:18	10°	ESE	visible
14 jul	-3,0	23:35:13	10°	OSO	23:38:32	53°	NNO	23:41:52	10°	NE	visible
15 jul	-0,6	1:13:47	10°	NO	1:15:56	16°	NNO	1:18:05	10°	NNE	visible
15 jul	-0,3	2:52:09	10°	NNO	2:53:49	13°	N	2:55:30	10°	NE	visible
15 jul	-1,7	4:28:27	10°	NO	4:31:29	29°	NNE	4:34:29	10°	E	visible
15 jul	-3,2	6:05:10	10°	ONO	6:08:20	37°	SO	6:11:27	10°	SSE	visible
15 jul	-3,8	22:47:38	10°	SO	22:51:01	89°	NO	22:54:24	10°	NE	visible
16 jul	-0,8	0:25:41	10°	ONO	0:28:12	19°	NNO	0:30:44	10°	NNE	visible
16 jul	-0,3	2:04:32	10°	NNO	2:06:02	12°	N	2:07:33	10°	NNE	visible
16 jul	-1,1	3:41:06	10°	NNO	3:43:48	22°	NNE	3:46:31	10°	ENE	visible
16 jul	-3,9	5:17:32	10°	ONO	5:20:53	67°	SO	5:24:13	10°	SE	visible
16 jul	-1,3	23:37:40	10°	O	23:40:31	25°	NNO	23:43:23	10°	NE	visible
17 jul	-0,3	1:16:41	10°	NNO	1:18:15	13°	N	1:19:48	10°	NNE	visible
17 jul	-0,8	2:53:46	10°	NNO	2:56:07	17°	NNE	2:58:27	10°	ENE	visible
17 jul	-3,6	4:30:01	10°	NO	4:33:24	71°	NE	4:36:45	10°	ESE	visible
17 jul	-1,9	6:08:44	11°	OSO	6:09:47	13°	SO	6:11:20	10°	SSO	visible
17 jul	-1,9	22:49:45	10°	O	22:52:53	34°	NNO	22:56:02	10°	NE	visible

Fig. 10.

Conviene indicar que aunque el periodo orbital de la ISS es de 93 minutos, los momentos en que alcanza la mayor altura desde un determinado lugar están separados por unos 97 minutos debido a la rotación terrestre y a que no se produce en el mismo punto de la órbita.

La situación desde otros lugares de la península puede consultarse en la mencionada web heavens-above.com pero es relativamente similar en el sentido de que estos días pueden verse muchos más pasos de lo habitual. Únicamente conviene aclarar que en la zona sur de la península (aproximadamente al sur del paralelo 39º) no serán visibles los pasos en los que la ISS circule muy al norte por las razones señaladas al principio.

En esta ocasión la situación más destacada se produce en las provincias de Castellón y Valencia o sus cercanías, donde podrán verse hasta ¡6 pasos! en la noche del 14 al 15 de julio y que se recoge en la Fig. 11,

que incluye también las circunstancias de otros lugares de la península y Baleares.

- A la izquierda de la línea verde no se verá el primero de los 6 pasos porque el Sol se pone poco antes y aún no ha oscurecido.

- A la derecha de línea roja no se verá el último porque ocurrirá próximo al amanecer y el cielo estará ya brillante.

- Por debajo de la línea azul no es visible el tercer paso, porque está cercano a la medianoche, cuando la ISS está sobrevolando una zona de latitud muy alta, y desde aquí alcanza una altura inferior a 10º sobre el horizonte norte.

- Por debajo de la línea negra no se ve el cuarto paso, por motivo análogo al anterior.

- La zona de visibilidad de los 6 pasos es más estrecha cuanto más hacia el norte porque en estas fechas todavía relativamente cercanas al solsticio de verano, la noche es breve, más corta cuanto más al norte, y no hay tiempo de recoger tantos pasos.

Fig. 11



Lógicamente en algunos de estos 6 pasos la altura que alcanzará la ISS no será muy elevada, pero si las condiciones meteorológicas fuesen buenas no habría problema en observarlas.

En la Figura 12 se recogen las trayectorias de estos pasos observables desde Valencia la noche del 14 al 15 de julio, y teniendo en cuenta las fechas veraniegas y las costumbres de muchos de nuestros jóvenes alumnos, aunque las celebraciones festivas nocturnas estén restringidas por la pandemia, podrían lanzarse retos para ver quien ve un mayor número de veces el paso de la Estación Espacial Internacional en una sola noche.

Ya ha finalizado el curso, pero debido a las condiciones especiales de las actividades didácticas on line que hemos ido desarrollando en esos últimos tiempos hemos adquirido los medios para poder comunicarnos con nuestro alumnado y podríamos proponerles este tipo de retos, si les hemos motivado con otros aspectos de observación del cielo. Podrían suponer además un punto de partida para, en un futuro, plantear los desarrollos matemáticos que se han incluido en este artículo, que con una motivación ya adquirida por la observación estarían mucho más justificados.

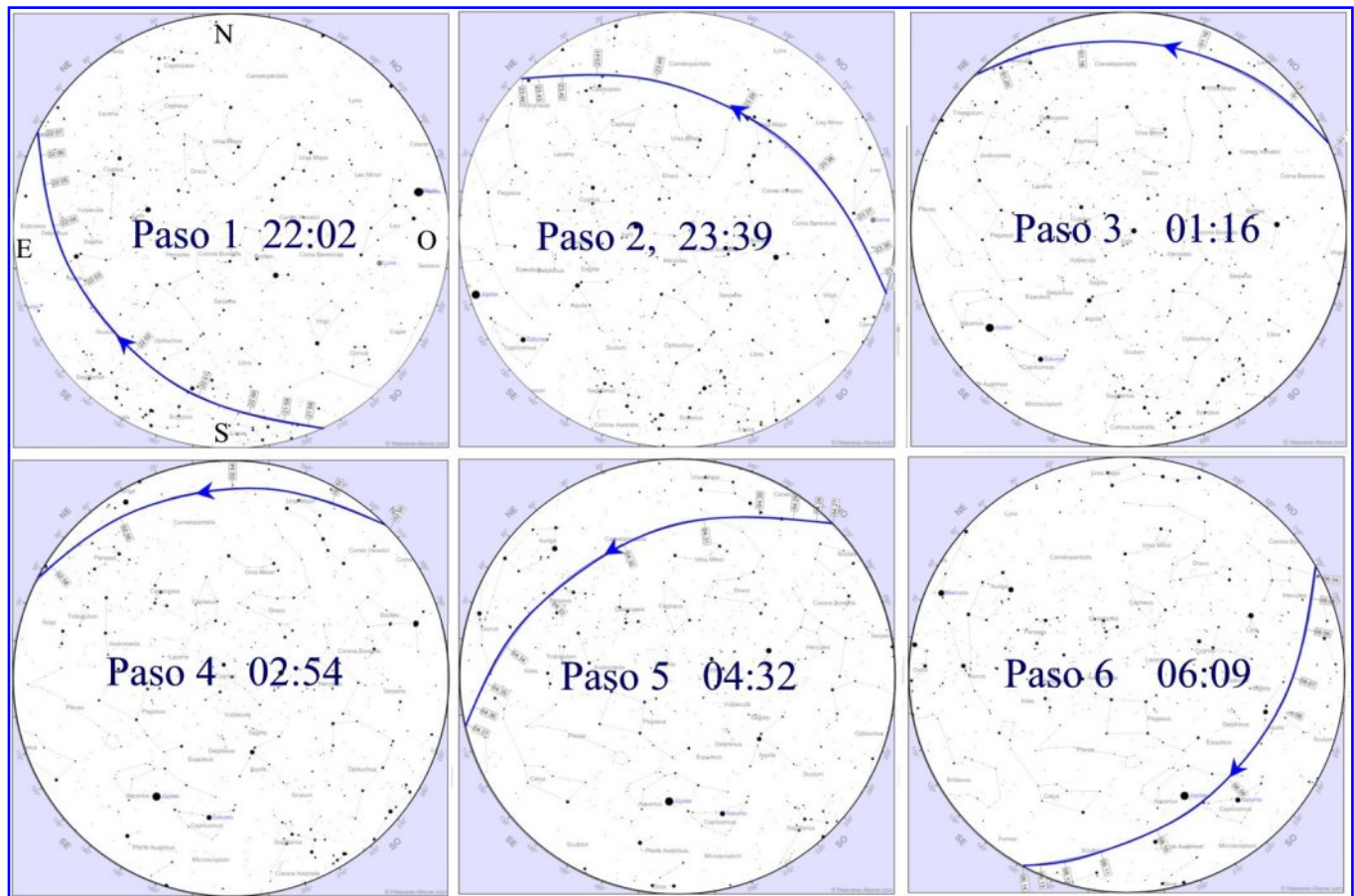
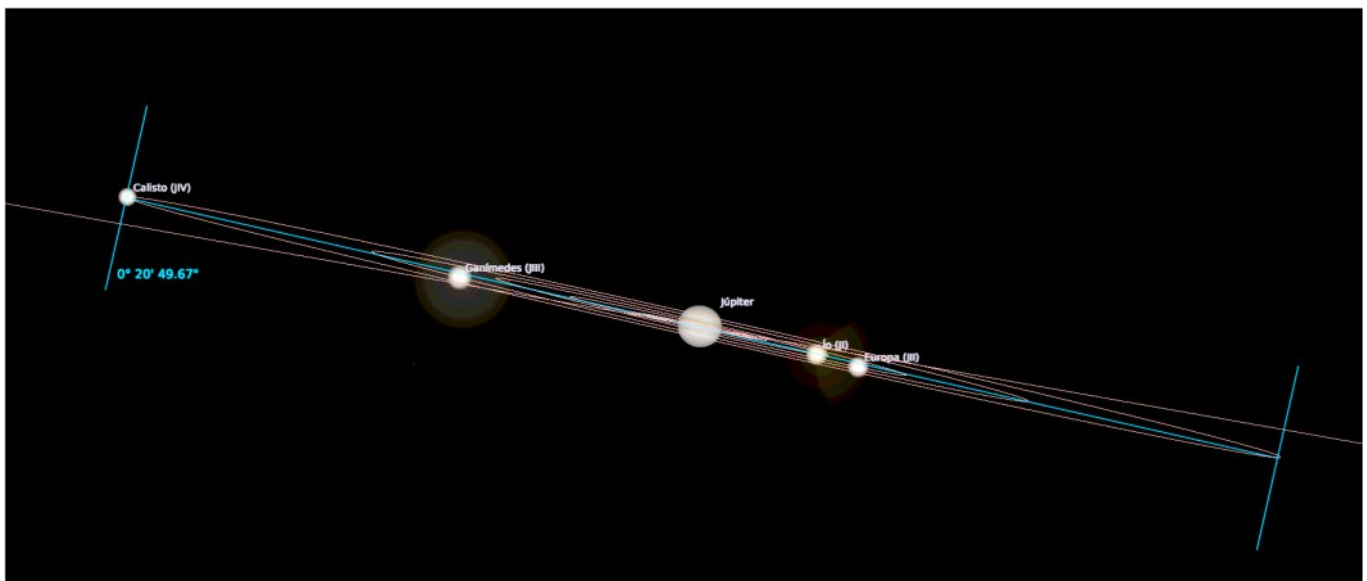


Fig. 12: Los 6 pasos en una sola noche, desde Valencia.

CÓMO DETERMINAR Y TRATAR LOS ERRORES EN LAS MEDIDAS EN UN TRABAJO EXPERIMENTAL

Joaquín Álvaro



En todo trabajo en el que intervienen medidas experimentales, sean de estimación directa por parte de un observador, o bien ofrecidas automáticamente por un aparato de medida adecuado, esas mediciones siempre están afectadas por un cierto grado de inexactitud o incertidumbre. Cuando las medidas son el soporte sobre el que se articulan las conclusiones del trabajo en cuestión, es necesario hacer una estimación de los márgenes de error en que estas medidas se mueven y también en cómo estos errores, debidamente ponderados, afectan a la precisión de las conclusiones, algo fundamental para considerar la validez y el grado de certeza de las mismas.

Así, en las ciencias experimentales la consideración de los errores se convierte en un capítulo importante y hay toda una Teoría de Errores que soporta el tratamiento que debe hacerse. Aquí no vamos a hacer una exposición exhaustiva de esta teoría, ni tampoco de la amplia casuística que en general puede presentarse. Sólo intentaremos dar unas líneas

básicas que sean de utilidad práctica, para los trabajos que pueden desarrollarse en el ámbito de los estudiantes de secundaria.

Inicialmente, en el proceso de medida hay que distinguir entre 'errores accidentales' y 'errores sistemáticos'. Los primeros son aquellos que se producen por circunstancias diversas, normalmente incontrollables, que

generan pequeñas variaciones entre medidas sucesivas realizadas por uno o varios observadores. Estos errores, en general de naturaleza aleatoria, son susceptibles de un tratamiento estadístico.

Los errores sistemáticos, que pueden ser más difíciles de detectar y corregir, afectan a todas las mediciones por igual y se mantienen constantes durante todo el proceso de medida. Pueden tener su origen en el aparato de medida, mal calibrado, en el propio observador, que incorpora al proceso algún tipo de vicio operativo, en la limitación instrumental, o incluso pueden derivarse de un método inadecuado para el experimento que se pretende. Una vez detectados, hay que intentar evitarlos, introduciendo las modificaciones necesarias: recalibrando el aparato de medida, eliminando la causa que los motiva, etc.

En general, eliminados o ponderados los posibles errores sistemáticos y/o instrumentales, siempre quedarán finalmente los errores accidentales.

Por último, antes de entrar en materia, siempre debe tenerse en cuenta la sensibilidad del aparato de medida. Si nuestra regla, por ejemplo, sólo tiene marcas que separan hasta los milímetros, no podemos pretender una exactitud en la medida de décimas de milímetro.

I. Error absoluto y error relativo

Sea x_0 el valor verdadero de una determinada magnitud, y x el valor medido. El **error absoluto** Δx cometido en el proceso de medida se define como

$$\Delta x = x - x_0$$

y la medida debe expresarse $x \pm |\Delta x|$, donde $|\Delta x|$ es el valor absoluto del error.

No se puede pretender expresar el valor de la medida con más cifras decimales que las que tenga el error absoluto, y ambas tampoco pueden rebasar el correspondiente al nivel de sensibilidad

del aparato de medida. Por ejemplo, una medida $x = 5.3278$ con un error $\Delta x = 0.002$, que implica que el aparato de medida tiene sensibilidad hasta la tercera cifra decimal, se expresaría así:

$$x = 5.328 \pm 0.002$$

donde se ha aplicado redondeo en la tercera cifra decimal de la medida. Si ésta hubiera sido $x=5.3274$ se escribiría: $x = 5.327 \pm 0.002$.

Si las medidas del proceso empírico son susceptibles de representación gráfica, lo normal es presentarlo en la forma (Fig. 1):

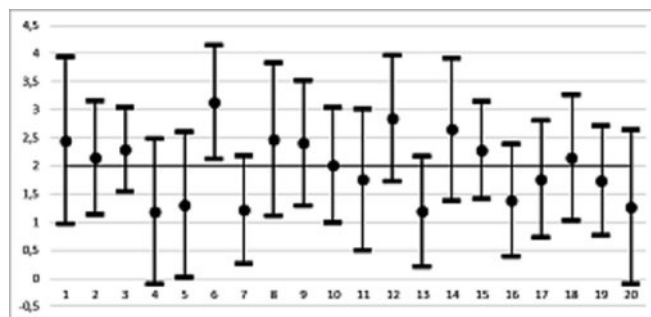


Fig. 1

donde el punto representa la posición de la medida x y las barras tienen por límites los extremos inferior y superior del error absoluto asociado a las respectivas medidas:

$$x - |\Delta x|, x + |\Delta x|$$

En general siempre es interesante considerar el **error relativo** $\varepsilon = |\Delta x|/|x_0|$, que suele expresarse en %:

$$\varepsilon (\%) = 100 \cdot \varepsilon$$

II - Propagación de errores

A veces un proceso de medida no se reduce a la determinación de un único parámetro, sino que la magnitud que se pretende evaluar es una combinación de varias variables (función), que pueden implicar incluso aparatos de medida específicos para cada una de ellas. En este caso el tratamiento particular de los errores, que seguiría

el esquema anterior, debe completarse con una estimación conjunta, global, de todos los factores que intervienen en el proceso. Es aquí cuando hablamos de **propagación de errores** y la necesidad de establecer una forma correcta de determinar el error absoluto asociado a la medida de la magnitud pretendida.

Por ejemplo, supongamos que la magnitud a medir es una combinación de varias variables, $y=f(ax_1, bx_2, \dots, mx_m)$, cada una de las cuales puede estar afectada por un peso no necesariamente igual, $(a, b, \dots, m)$.

En esta situación, en general, debería entenderse que:

$$(1) \quad |\Delta y| = a |\Delta x_1| + b |\Delta x_2| + \dots + m |\Delta x_m|$$

Aunque hay también otro criterio que puede aplicarse:

$$(2) \quad |\Delta y| = \sqrt{(a |\Delta x_1|)^2 + (b |\Delta x_2|)^2 + \dots + (m |\Delta x_m|)^2}$$

Cuando las variables $x_1, x_2, \dots$ son realmente independientes es bastante improbable que el error cometido en todas ellas sea máximo, por lo que la formulación de suma lineal expresada en (1) puede considerarse como una hipótesis **pesimista**. Lo normal es que los errores se cancelen parcialmente. Es por esto que, si las medidas son independientes, se formule una propagación cuadrática de errores, como se indica en (2).

De igual manera se procede con los errores relativos: $\varepsilon_y = \sqrt{\varepsilon_{x_1}^2 + \varepsilon_{x_2}^2}$

Ejemplos, (por simplicidad asumimos un peso igual para todas las variables):

$$y = x_1 \pm x_2 \rightarrow |\Delta y| = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \quad (\text{los errores siempre suman})$$

$$(3) \quad y = x_1 x_2 \rightarrow |\Delta y| = |x_2| |\Delta x_1| + |x_1| |\Delta x_2| \rightarrow \varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2}$$

$$(4) \quad y = \frac{x_1}{x_2} \rightarrow |\Delta y| = \frac{|\Delta x_1|}{|x_2|} + \frac{|x_1| |\Delta x_2|}{x_2^2} \rightarrow \varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2}^{[2]}$$

En la expresión algebraica de Δy en (3) y (4) se asume que $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2$ y Δx_2^2 son cantidades muy pequeñas comparadas con el resto de los términos en las respectivas expresiones, $(x_1, x_2, \Delta x_1, \Delta x_2)$, por lo que se los ignora.

En concreto, para determinar Δy en (4) se considera que este error absoluto será la mitad de la **distancia entre los valores extremos**, (máximo y mínimo), de los correspondientes a las variables que intervienen en el cociente:

$$|\Delta y| = \frac{1}{2} (y_{\max} - y_{\min}) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x_1 + \Delta x_1}{x_2 - \Delta x_2} \right) - \left(\frac{x_1 - \Delta x_1}{x_2 + \Delta x_2} \right) \right]$$

basta desarrollar algebraicamente esta expresión ignorando Δx_2^2 ($\ll$) para obtener (4).

Por otra parte, es fácil entender las expresiones referidas a los errores relativos a partir de la aplicación de logaritmos neperianos, siempre que se asuman los errores absolutos como desviaciones pequeñas sobre los valores reales de las variables, $\Delta x \approx dx$, y que éstas son independientes entre sí, lo que permitiría, utilizando derivadas parciales, expresiones generales del tipo, (para productos, cocientes o potencias):

$$y = x_1 \cdot x_2^n / x_3 \rightarrow \ln y = \ln x_1 + n \ln x_2 - \ln x_3$$

Si se toman derivadas:

$$\frac{\partial y}{|y|} = \frac{\partial x_1}{|x_1|} + n \frac{\partial x_2}{|x_2|} - \frac{\partial x_3}{|x_3|}$$

y teniendo en cuenta que se han identificado los respectivos dx_i con Δx_i :

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + n \frac{\Delta x_2}{x_2} + \frac{\Delta x_3}{x_3} \rightarrow \varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + n \varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}$$

donde se cambian de signo los que lo presenten negativo, (los errores 'siempre suman').

III. La estimación del error absoluto

Algo que ya debería habernos llamado la atención es que, en la definición del error absoluto $\Delta x = x - x_0$ el verdadero valor x_0 de la magnitud que se pretende medir nos es desconocido. Si no fuera así, no sería necesario medirlo. Por tanto, la determinación del error en la medida debe hacerse de alguna otra forma diferente a su propia definición para, a partir de ahí, poder expresar que lo que nos daría ya un valor verdadero aproximado con el rango de incertidumbre asociado a Δx .

Entonces, ¿cómo hacemos para establecer el valor de Δx ?

Como se ha comentado antes, los errores accidentales tienen un carácter aleatorio y son susceptibles de tratamiento estadístico. Lo normal, por tanto, es hacer un mínimo de tres observaciones o medidas. A partir de ellas se asume como valor más probable de la magnitud el valor medio de las medidas efectuadas:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

A partir de aquí se abre una cierta casuística, en la que se tienen en cuenta dos parámetros: la sensibilidad del aparato de medida s , y la dispersión de las medidas efectuadas D . La determinación de Δx se resuelve a partir de una norma establecida por convenio.

La **sensibilidad** del aparato de medida s es, como ya se ha comentado, inherente al mismo y representa la mayor precisión que puede lograrse con dicho aparato (regla, balanza, fotómetro, etc.).

La **dispersión** de las medidas se define como $D = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$, esto es, la diferencia entre las mediciones extremas efectuadas. Y se pondera con carácter relativo y porcentual respecto al valor medio de dichas medidas:

$$D(\%) = 100 \frac{D}{\bar{x}}$$

La norma comúnmente aceptada para establecer el error absoluto es la siguiente:

Si $D < s$ se consideran suficientes tres mediciones, ($n = 3$) y $\Delta x = s$.

Si $D > s$, entonces:

a. Si $D(\%) \leq 2\%$	$\rightarrow n = 3, \Delta x = s$
b. Si $2\% < D(\%) \leq 8\%$	$\rightarrow n = 6, \Delta x = \max\{D/4, s\}$
c. Si $8\% < D(\%) \leq 15\%$	$\rightarrow n = 15, \Delta x = \sigma_{n-1}$
d. Si $15\% < D(\%)$	$\rightarrow n > 30, \Delta x = \sigma_{n-1}$

Como se puede observar, dependiendo de la dispersión relativa de las medidas se hace escalar el número de las mismas con objeto de presentar una base estadística significativa con la que tratarlas. En el caso b, el valor del error absoluto se tomará como el mayor de los dos considerados, (la sensibilidad o la dispersión de las seis medidas dividida por 4). Mientras que para dispersiones relativas por encima del 8% se pasa a considerar Δx como la desviación estándar (o error cuadrático medio) de las medidas efectuadas.

$$\Delta x \equiv \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

Esto último parece complicado, pero en la práctica no lo es tanto. Al margen de que todo se reduce a un álgebra elemental, el propio Excel incorpora el cálculo de la desviación estándar para un conjunto de datos como una función inmediata, al igual que la media, etc.

IV. Presentación y gráficas

Una vez definida la base teórica estamos en condiciones de plantear cómo presentar e interpretar los datos de un determinado proceso empírico. Los datos, con sus respectivos márgenes de error, pueden ser presentados en un formato de tabla, pero siempre que se pueda es deseable hacerlo mediante una representación gráfica, eligiendo para ello el tipo de gráfico que mejor se adapte, tanto al carácter de los propios datos, como a la interpretación más intuitiva que de ellos pueda hacerse.

En ambos casos se debe buscar siempre la versión más sencilla posible, pero donde se encuentre disponible toda la información relevante. En el caso de las gráficas debe quedar bien patente la/s magnitud/es representadas, así como las unidades en que se miden, qué se representa en cada eje y sus respectivas escalas.

En general, los datos se representan por puntos y, si es posible o relevante, deben ir acompañados por las barras de error respectivas.

Lo normal en un trabajo que implique la toma de datos empíricos es intentar establecer una correlación con ellos para extraer algún tipo de conclusión. Se busca derivar un comportamiento que vincule las variables estudiadas. Esto es algo implícito en el propio experimento desde su principio. Por eso se hace.

Se trata por tanto de encontrar, a partir de los datos recogidos, una determinada función $y = f(x)$ que explique cómo se relacionan. Esta función puede ser sencilla, una simple recta $y = ax + b$, o más complicada, pero en general siempre será posible efectuar un 'ajuste', (si la base empírica es suficiente), que permita definir $y = f(x)$ y extraer las conclusiones oportunas.

Un método típico para el ajuste es el conocido como **ajuste por mínimos cuadrados**, cuyo objeto es obtener la función que minimice la suma de los cuadrados de las distancias entre los datos y sus correspondientes puntos en la posible función teórica buscada. En el caso de que se trate de una función lineal, es decir, una recta, estas distancias serían: $d_i = y_i - (ax_i + b)$, y la suma de sus cuadrados ajustaría los parámetros (a,b) para el mínimo de dicha suma. Esto en ocasiones requiere iteraciones sucesivas hasta encontrar el mejor ajuste, aunque en el caso de la recta hay expresiones algebraicas sencillas que dan los valores buscados^[1].

En cualquier caso, estos procedimientos de ajuste son algo que incorporan las diferentes

herramientas software que también ayudan a generar los gráficos, (Excel, por ejemplo), de manera que resulta así automático e inmediato.

Lo mejor del caso es que es fácil ajustar a una recta otras funciones sin más que hacer una transformación de los datos. Por ejemplo:

$y = (ax + b)^{-1}$, se representa $y^{-1} = ax + b$, y definiendo $\tilde{x}_i = x_i$ e $\tilde{y}_i = y_i^{-1}$ se ajusta $\tilde{y} = A\tilde{x} + B$, y $a = A$, $b = B$
$y = be^{ax}$, se representa $\ln y = \ln b + ax$, y definiendo $\tilde{x}_i = x_i$ e $\tilde{y}_i = \ln y_i$ se ajusta $\tilde{y} = A\tilde{x} + B$, y $a = A$, $B = \ln b$
$y = ba^x$, se representa $\ln y = \ln b + x \ln a$, y definiendo $\tilde{x}_i = x_i$ e $\tilde{y}_i = \ln y_i$ se ajusta $\tilde{y} = A\tilde{x} + B$, y $A = \ln a$, $B = \ln b$

Son sólo unos ejemplos, pero las herramientas comentadas pueden hacer ajustes más complejos, (funciones cuadráticas, polinómicas, trigonométricas, etc.). En algún caso puede ser necesario recurrir a programación propia o a utilizar librerías existentes al efecto, (por ejemplo, en *Python*).

Por último, resulta conveniente tener una estimación de la **bondad del ajuste**. Para ello se pueden emplear distintos parámetros, dependiendo fundamentalmente de la base estadística utilizada. El más común es el coeficiente de correlación R^2 que puede tomar valores entre 0 y 1. Cuanto más próximo a 1 se encuentre este coeficiente, mayor será la confianza en la dependencia funcional encontrada en el ajuste.

V. Un ejemplo práctico

Vamos a hacer un caso práctico adaptado al entorno que se planteaba al principio, con sus limitaciones y las simplificaciones necesarias debidas a los condicionantes del ejemplo. Para ello nos remitimos al trabajo publicado en el número 46 de la revista NADIR sobre las lunas galileanas de Júpiter. En concreto nos centraremos en la determinación del radio orbital y el periodo de Europa a partir de un conjunto de datos simulados, tal como se hizo con Ganimedes en el citado artículo.

^[1] $a = \frac{n \sum_i x_i y_i - \sum_i x_i \sum_i y_i}{n \sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2}$, $b = \frac{\sum_i y_i \sum_i x_i^2 - \sum_i x_i \sum_i x_i y_i}{n \sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2}$

Como ya se comentó entonces, la fase de planificación de todo el proceso es clave para que su desarrollo conduzca finalmente al cumplimiento de los objetivos iniciales. Esta fase debe contemplar, además de un análisis cuidadoso y crítico del método a desarrollar, un estudio detenido del escenario en el que se pueden mover las variables a medir, cuántas mediciones serán necesarias, etc., así como las posibles fuentes de error, la hipótesis en la que basar el modelo, (clave para la toma de datos y el ajuste a realizar con ellos), y los condicionantes que imponen, tanto el método/modelo en sí, como las circunstancias propias del experimento y/o experimentadores.

Tras esta etapa, hay que intentar minimizar el impacto de los posibles errores sistemáticos. Hay que establecer los límites de sensibilidad de las diferentes partes del dispositivo experimental, hacer pruebas para encontrar la mejor manera de tomar las medidas, calibrar debidamente los aparatos de medida, alertar y adiestrar sobre los puntos críticos del proceso a los experimentadores, etc. De manera que finalmente sea razonable pensar que para obtener los objetivos perseguidos es viable el proceso, incluyendo los posibles errores de naturaleza accidental o propias del carácter aleatorio inherente a cualquier toma de muestras.

Dando por obvios algunos de los puntos ya comentados, (y también los expuestos en el artículo referenciado del número 46 de la revista NADIR), pasamos directamente a lo que tiene que ver con lo tratado aquí.

1. El escenario que debemos esperar encontrar en el problema tratado, asumiendo las simplificaciones ya comentadas en su momento sobre excentricidad e inclinación de la órbita de Europa alrededor de Júpiter, que permiten modelizar su comportamiento como un movimiento armónico simple, sería inicialmente algo del siguiente tipo (Fig. 2):

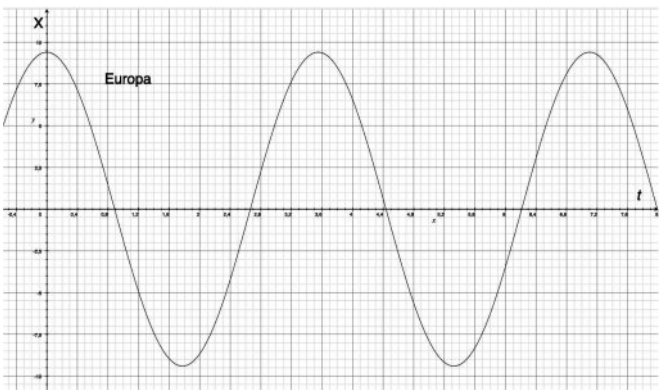


Fig. 2

Puesto que esperamos un comportamiento periódico, debería distribuirse la toma de datos durante al menos dos o tres periodos. En este caso, una primera aproximación razonable, teniendo en cuenta que las observaciones deben hacerse por la noche y en un tiempo no demasiado exigente para los observadores (escolares), puede plantearse hacer dos o tres observaciones por noche durante un mínimo de 7 u 8 días consecutivos.

2. El conjunto de datos (simulados, en Tabla 1) se ajusta a este patrón: 3 observaciones diarias separadas por 72 minutos, (1.2 h), durante 7 días:

día (x)	elongación (y)	día (x)	elongación (y)	día (x)	elongación (y)
0.375	7.40	2.425	-9.50	4.475	8.50
0.425	7.60	2.475	-9.20	5.375	-1.00
0.475	6.50	3.375	-1.00	5.425	-3.00
1.375	4.25	3.425	-0.50	5.475	-2.50
1.425	4.80	3.475	-2.00	6.375	-8.00
1.475	3.90	4.375	9.00	6.425	-9.00
2.375	-8.25	4.425	9.50	6.475	-8.50

Tabla 1

Como se observa, las medidas del tiempo (día) están expresadas en unidades decimales de día y, en principio, pueden estar referidas a un origen arbitrario (12 de la noche, 12 del medio día), o cualquier otro que se estime oportuno, pero que debe mantenerse invariante durante toda la serie. Las relativas a la elongación

(distancia aparente del satélite respecto al centro del planeta expresadas en radios de Júpiter), debieran tener en cuenta una medida de este último hecha a priori sobre una imagen no saturada, que seguramente no tendrá trazas de los satélites, como ya se advirtió en el artículo referenciado. El resto de condiciones instrumentales, (salvo el tiempo de exposición), se deben mantener lo más uniformes posibles.

3. Estas medidas deben tener asociado el valor del error absoluto que en cada caso sea procedente. Aquí, no sólo habrá un error específico para la variable 'elongación' sino también para la variable tiempo (dia=x). Lo normal, si se es cuidadoso en la realización de la observación, es que este error venga determinado por la sensibilidad del 'reloj' empleado en dicha observación. Como se emplearía una cámara controlada a través de un PC, la sensibilidad en la variable tiempo normalmente estará en torno al segundo y, aunque un tiempo de exposición típico para capturar los satélites galileanos puede oscilar entre 2 y 4 segundos, considerar una incertidumbre en la medida del tiempo del orden de 1 minuto es poco menos que irrelevante, ya que $1/1440 \cong 0.0007 \text{ días}$, (1440 son los minutos de un día), y tendrá un impacto absolutamente despreciable.

Por lo que respecta a la variable elongación, como se expresa en unidades del radio de Júpiter, se tiene que:

$$y = \frac{\text{elongación medida}}{\text{radio de júpiter medido}}$$

lo que, de manera fácil nos lleva, teniendo en cuenta que en una relación de este tipo

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2}, \text{ a } \Delta y = \varepsilon_{x_1} \cdot x_1, \text{ asumiendo que}$$

$$x_1 \equiv \text{elongación medida} \text{ y } x_2 \equiv \text{radio medido de Júpiter}$$

y también que para la determinación de ε_{x_2} se ha sido especialmente riguroso.

Pero la limitación con que nos encontramos aquí es que en cada momento temporal hemos

hecho una única medida/observación, por lo que en la valoración del error en elongación no se puede echar mano de la **dispersión** en las medidas y la consiguiente regla presentada en el epígrafe III. Una manera de resolver este inesperado problema puede pasar por hacer que la medida correspondiente a una misma observación sea repetida n veces por diferentes experimentadores (alumnos) y considerar que se trata de medidas diferentes para un mismo valor de t. Otra opción, posible al utilizar una cámara CCD que seguramente será capaz de grabar vídeo, es utilizar diferentes fotogramas y tomarlos como medidas diferentes, que lo son, siempre que la diferencia temporal entre ellos sea inferior al minuto que nos hemos dado de margen como irrelevante en el procedimiento.

Pero, hay también otra opción que puede aplicarse, algo más grosera pero válida igualmente si el experimento no requiere una precisión elevada. Se trata de considerar el **error estándar**. En este caso se asignaría un mismo error absoluto a toda la serie de medidas realizadas y este error se calcula a partir de todas ellas de manera sencilla:

Error Estándar $\equiv \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ esto es: la desviación estándar de la muestra dividida por la raíz cuadrada del número de medidas que la componen. El error estándar sólo tiene sentido cuando se considera que las variables son independientes y las posibles fuentes de error son accidentales con un comportamiento aleatorio. En este caso los posibles valores de los errores asumirán una distribución descrita por la campana de Gauss y, dependiendo del intervalo de confianza en que necesitemos movernos, podemos asumir que el 68.2 % de los valores medidos estarán en el intervalo $\bar{x} \pm 1 \sigma_{\bar{x}}$, el 95.4 % en el intervalo $\bar{x} \pm 2 \sigma_{\bar{x}}$, etc.

Este último criterio $\bar{x} \pm 1 \sigma_{\bar{x}}$ es el que hemos adoptado en este ejemplo, dadas las circunstancias. Así, la representación de los datos (simulados) de la Tabla, queda como la Fig. 3, y en la que el error estándar es $\Delta y = 1.49$:

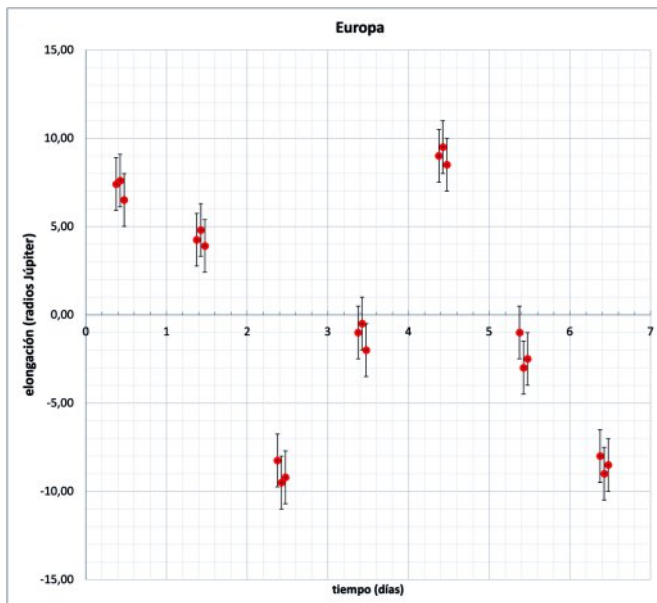


Fig. 3

4. Correlación de datos con un ajuste a una función del tipo $y(x) = a \cos(bx + c)$ que correspondería al modelo de un movimiento armónico simple para el movimiento orbital de Europa: $R_{orb} = a \cos(\omega t + \phi)$.

Para el cálculo del ajuste se ha utilizado mathematica de Wolfram que, con unas pocas líneas de código [2], nos da una posible solución con un $R^2 = 0.989095$, bastante aceptable (ver Fig. 4), donde $y(x) = 9.19 \cos(1.75x - 1.40)$.

[2]:

```
path = "...";
file = "europa.csv";
size = 600;

(* Importing Data... *)
data = Drop[Import[path <> file, "Data"], 1];
dim = Dimensions[data];
dia = data[[All, 1]];
elongacion = data[[All, 2]];

(* Model and Fit *)
XY1 = Transpose[{dia, elongacion}];

model1 = a*Cos[b*x + c];

fit1 = NonlinearModelFit[XY1, model1, {a, b, c}, x];
par1 = fit1[{"RSquared", "ParameterTable", "BestFit"}];
fit1 = fit1["BestFitParameters"];
```

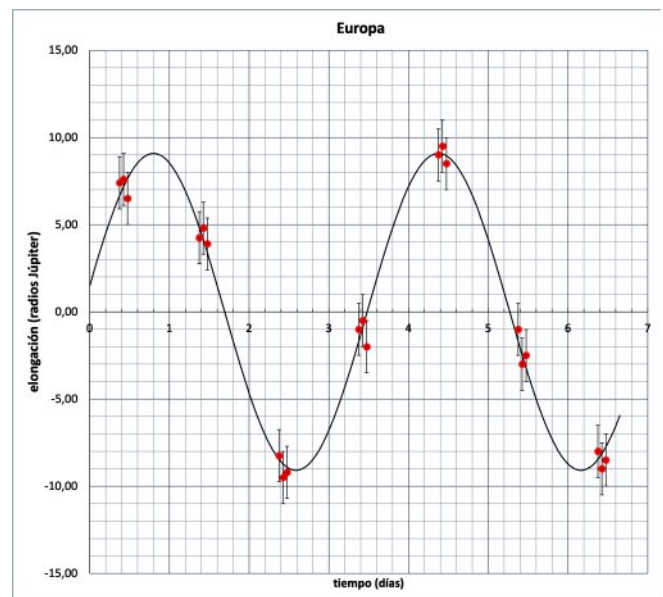


Fig. 4

	Estimate	Standard Error	t-Statistic	P-Value
Error table: a	9.18934	0.234472	39.1917	6.99797×10^{-19}
b	1.74873	0.0141898	123.239	8.47012×10^{-28}
c	-1.40337	0.0535826	-26.1907	8.76757×10^{-16}

5. Y ya sólo quedaría interpretar los resultados y aceptar las conclusiones ponderadas con los márgenes de error derivados del proceso experimental.

Como hemos optado por asumir el error estándar en el desarrollo del proceso, continuaremos con el mismo criterio hasta el final, (según la tabla que sigue a la Fig. 4):

$$R_{orb} \equiv a = 9.19 \pm 0.23 R_j$$

Para el periodo orbital:

$$T = 2\pi/\omega \rightarrow T = 3.59, \text{ ya que } \omega \equiv b = 1.75$$

Ahora bien, el error estándar de la velocidad angular es: $\Delta\omega = 0.01$, y como hemos visto en el apartado II (propagación de errores):

$$y = \frac{x_1}{x_2} \rightarrow |\Delta y| = \frac{|\Delta x_1|}{|x_2|} + \frac{|x_1| |\Delta x_2|}{x_2^2}$$

aquí $x_1 = 2\pi = \text{constante}$, por tanto $\Delta x_1 = 0$ y $\Delta T = (x_1 \Delta \omega) / \omega^2 = (2\pi \cdot 0.01) / 1.75^2 = 0.02$, con lo que finalmente, **$T = 3.59 \pm 0.02$ días.**

Para terminar sólo dos cosas más. La primera, que en el ejemplo desarrollado no se ha pretendido extraer unos valores significativos para T y R_{orb} de Europa, sino sólo poner en práctica el procedimiento que podría haberse seguido con datos reales, en vez de los datos simulados utilizados aquí exclusivamente para este propósito.

La segunda consideración está referida a la posible pregunta sobre la discrepancia,

evidente, entre el valor $\Delta y = 1.49$, (Fig. 3), y el aceptado al final, $\Delta R_{orb} = 0.23$, que en ambos casos está referido a la misma magnitud y que, en buena lógica, debiera haber sido el mayor de ambos. La razón es sencilla: al utilizar el error estándar para las medidas, la dispersión entre éstas es muy grande ya que recorre todo el espectro de valores medidos, $\sim [-9, 9]$, mientras que el error estándar asumido al final se está refiriendo a la dispersión entre los valores medidos y los correspondientes a la función del ajuste, que es realmente la que importa en este caso.

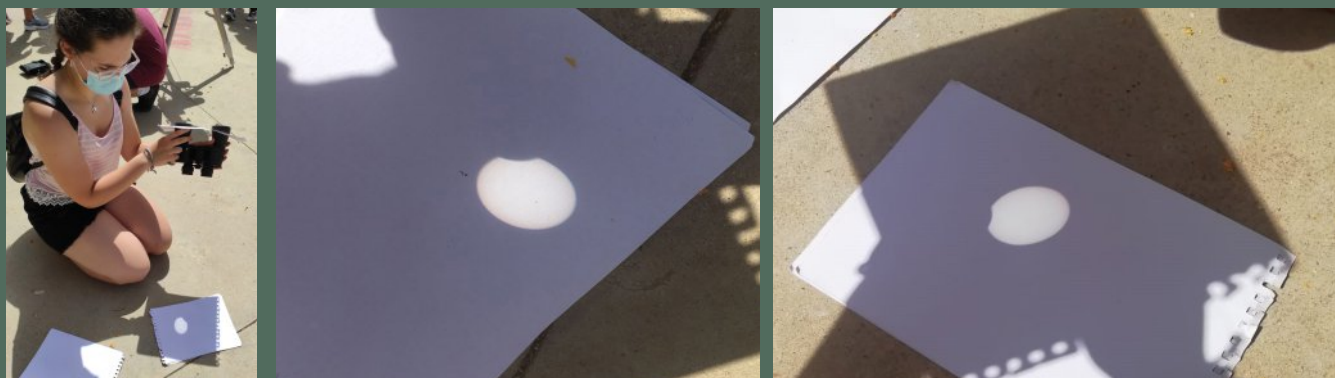
GANADORES DEL CONCURSO FOTOGRÁFICO DE ApEA DEL ECLIPSE DE SOL DEL 10-6-2021

Sebastián Cardenete

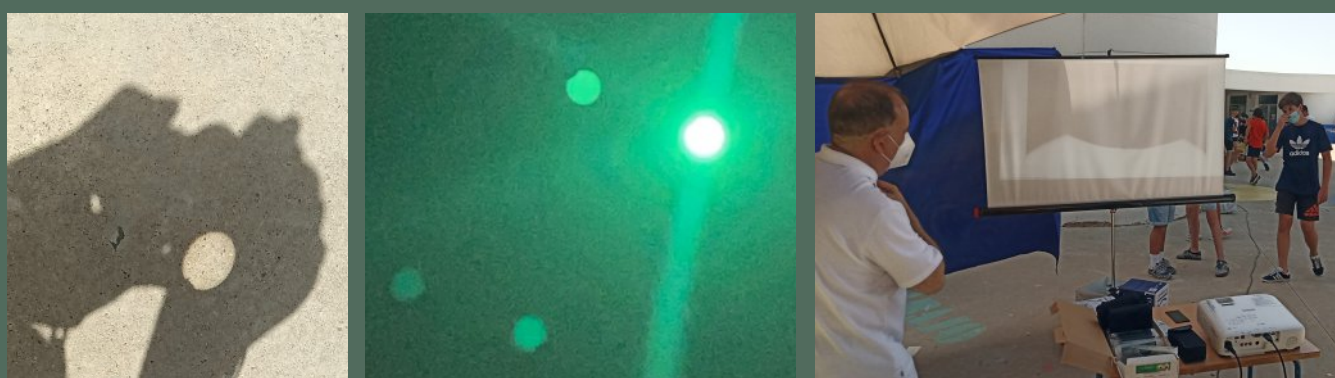
1er PREMIO: Felipe Garrido Perea, de 4º ESO del IES Ítaca (Sevilla)



2º PREMIO: Blanca Garrido Barroso, de 4º ESO del IES Ítaca (Sevilla)



3er PREMIO: Carlos Huelva Crespo, de 4º ESO del IES Ítaca (Sevilla)





ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados.

También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente revista.

Más información en www.apea.es

