

revista  
**NaDiR**

**Nº 58      III - 2024**

**DISTANCIAS Y TIEMPOS EN EL COSMOS**

**RELOJES DE SOL EN LA CIUDAD DE MADRID**

**¿CÓMO DE FUERTE ES EL CAMPO  
MAGNÉTICO TERRESTRE?**

**CÚMULOS ESTELARES ABIERTOS (3ª PARTE)**



**REVISTA DE LA ASOCIACIÓN PARA LA  
ENSEÑANZA DE LA ASTRONOMÍA (ApEA )**



**ASOCIACIÓN  
PARA LA ENSEÑANZA  
DE LA ASTRONOMÍA**



## ApEA

NaDiR es una revista de la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía (ApEA) [www.apea.es](http://www.apea.es)

Presidente:

Carolina Clavijo Aumont

Vicepresidente:

Sebastián Cardenete García

Secretario:

Fernando Sánchez Gil

Tesorero:

Xavier Benlliure i Perales

Vocal de Publicaciones:

Ricardo Moreno Luquero

Vocal página web:

Eva Dominique Ibarra

Vocal FAAE:

Ángel Gómez Roldán

Vocales de Encuentros:

Antonio González Hernández

Fernando Ordóñez Monteagudo

Vocales:

Sensi Pastor Rodríguez

Joaquín Álvaro Contreras

Edición de la revista Nadir:

Ricardo Moreno Luquero

[rmluquero@gmail.com](mailto:rmluquero@gmail.com)

Comité de Redacción:

Joaquín Álvaro Contreras

Sebastián Cardenete García

Eduardo Zabala

Depósito Legal: Z-2513-98

ISSN: 1575-7528

Marzo 2024

Foto de portada: Reloj en el Paseo de Recoletos de Madrid. ©Antonio Arribas.

## SUMARIO

### COSMOLOGÍA

#### DISTANCIAS Y TIEMPOS EN EL COSMOS

José Ignacio Illana

3

### RELOJES DE SOL

#### RELOJES DE SOL EN LA CIUDAD DE MADRID

Antonio Arribas da Costa

22

### MODELOS

#### ¿CÓMO DE FUERTE ES EL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE?

Ricardo Moreno Luquero

33

### TRABAJOS EN AULA

#### CÚMULOS ESTELARES ABIERTOS (3ª PARTE)

Joaquín Álvaro Contreras

37

NaDiR no se hace responsable de las opiniones expresadas en los artículos. Si no se indica otra cosa, las imágenes son propiedad de los autores de los artículos.

La distribución de NaDiR es gratuita entre los socios de ApEA, y se puede descargar de su web.

Se autoriza la difusión del contenido de la revista, citando la fuente.

## DISTANCIAS Y TIEMPOS EN EL COSMOS



José Ignacio Illana\*



Imagen del JWST que muestra dos estrellas en formación rodeadas del material que las alimenta. A la izquierda se ha ampliado una zona con dos galaxias en colisión que parecen un signo de interrogación.

Cuando contemplamos objetos muy lejanos en el cielo estamos presenciando *en directo* acontecimientos que ya han pasado: una llamarada solar de hace ocho minutos, el brillo de una estrella quizás desaparecida hace cientos de años, el estallido de una supernova en alguna galaxia vecina hace millones de años, la radiación emitida por el universo cuando era una sopa caliente de 2700 grados hace unos 13800 millones de años. Pero ¿cómo lo sabemos?, ¿a qué distancia están los astros más lejanos que hemos logrado observar?, ¿de cuándo es la imagen que ahora vemos?, ¿cuál es la edad del universo?, ¿y su tamaño?

### 1. El universo en expansión

La imagen que llega a nuestros ojos o hasta nuestros telescopios desde cualquier astro lejano no es realmente de ahora, porque la luz viaja a una velocidad enorme pero no infinita,  $c = 300\,000$  km/s, aproximadamente. Sabiendo la distancia a la que se encuentra el objeto podríamos deducir fácilmente *cuándo* sucedió lo que estamos viendo, o bien, sabiendo cuándo ocurrió lo que observamos podríamos deducir *dónde* se encuentra.

---

(\*) Departamento de Física Teórica y del Cosmos de la Universidad de Granada.

Sin embargo, la cosa no es tan sencilla. No tenemos una 'regla' con la que podamos medir directamente las distancias, salvo para objetos no muy lejanos usando el método del paralaje, o para candelas estándar midiendo su magnitud aparente<sup>(1)</sup>. Ni tampoco tenemos información de la hora, o la época, de la que datan nuestras observaciones. Y además el *universo está en expansión*, así que lo que hoy observamos no se encuentra ya donde lo estamos viendo sino más lejos, pues se ha ido alejando mientras la luz que nos trae su imagen viajaba hacia nosotros.

Aunque resulte paradójico, esta complicación es precisamente lo que nos permite averiguar, indirectamente, cuándo y dónde sucedió lo que observamos. Para ello necesitamos dos cosas: medir el desplazamiento al rojo de la luz que nos llega y conocer las leyes que gobiernan la expansión del universo.

## 1.1 El desplazamiento al rojo y el factor de escala

En los años 20 del siglo pasado, Georges Lemaître teorizó y más tarde Edwin Hubble observó que, en cualquier dirección que miremos, todas las galaxias más allá de nuestro grupo local<sup>(2)</sup> se alejan de nosotros con una velocidad de recesión proporcional a la distancia ( $D$ ) a la que se encuentran,

$$v = H_0 D \quad (\text{ley de Hubble-Lemaître})$$

$H_0$  es la (mal) llamada 'constante' de Hubble. En la práctica, lo que se mide es el *desplazamiento al rojo* ( $z$ ) del espectro de la galaxia fuente,

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda emitida y  $\lambda_0$  es la recibida, lo que en un principio se achacaba al efecto Doppler:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \approx 1 + \frac{v}{c} \quad (\text{si } v \ll c),$$

es decir<sup>(3)</sup>, comparando las tres expresiones anteriores:

$$cz \approx v = H_0 D.$$

Pero si 'todo' se aleja de nosotros, ¿significa eso que estamos en el centro del universo? No necesariamente. De hecho preferimos postular el *principio cosmológico*: el universo, a gran escala, es homogéneo e isótropo. No vivimos en un lugar especial en el cosmos, lo que es mucho más razonable y menos pretencioso. A distancias suficientemente grandes, despreciando los movimientos peculiares entre galaxias próximas, desde cualquier punto del universo veríamos lo mismo. ¿Y cómo es eso posible? Aquí entra la Teoría de la Relatividad General de Albert Einstein.

<sup>(1)</sup> Las candelas estándar son objetos astrofísicos, como cefeidas o supernovas tipo Ia, cuya luminosidad intrínseca (magnitud absoluta) es conocida.

<sup>(2)</sup> Al principio se pensaba que eran nebulosas de nuestra propia galaxia, hasta que la detección de cefeidas reveló que eran extragalácticas.

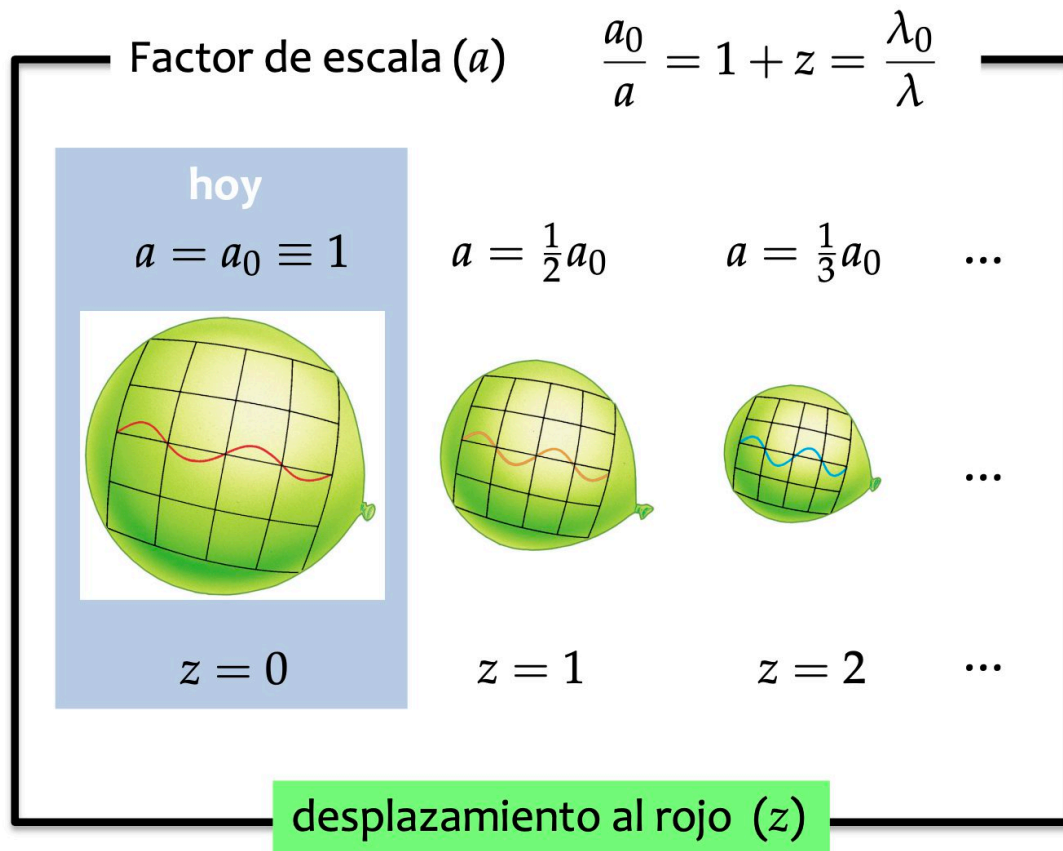
<sup>(3)</sup> Es fácil comprobar con una calculadora (o desarrollando en serie de Taylor) que si  $x \ll 1$  entonces:

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x \text{ y } \sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x.$$



El espacio no es un escenario estático, sino que se *curva* (en presencia de grandes masas: eso es la gravedad), *ondula* (puede vibrar: eso son las ondas gravitacionales) y también *se estira* (eso es la expansión del universo). Si las galaxias lejanas se separan de nosotros no es porque se muevan por el espacio sino porque el espacio entre ellas aumenta. Veamos esto.

Podemos imaginar a las galaxias como puntos fijos en los nodos de una retícula dibujada sobre un globo elástico que se hincha, como indica la fig. 1. La superficie del globo es bidimensional, pero el espacio real es tridimensional. Aunque las galaxias no se mueven por el globo mientras este se infla, la distancia entre una de ellas y otra cualquiera va aumentando, de derecha a izquierda en esta figura, sin que eso signifique que ninguna de ellas ocupe el centro. No hay en realidad un centro en este espacio bidimensional, como no lo hay en nuestro espacio tridimensional.



**Figura 1:** El desplazamiento al rojo de una onda sobre el globo se debe a que su longitud de onda se estira con el factor de escala.

Llamaremos *distancia propia*  $D$  a la que hay entre dos galaxias (por ejemplo la nuestra y otra cualquiera), que aumenta con el tiempo ( $t$ ) porque la *distancia comóvil* ( $\chi$ ), que no cambia, se ha amplificado por un *factor de escala* ( $a$ ),

$$D(t) = a(t)\chi$$

La distancia comóvil se define como la distancia propia hoy, a tiempo  $t_0$ , tomando el factor de escala actual  $a_0 = a(t_0) \equiv 1$ ,

$$D(t_0) = \chi.$$

Ese valor es como el número de celdas entre dos puntos, que no cambia al estirarse la retícula. La longitud de onda de la luz que se propaga por el espacio mientras el universo se expande (fig. 1) aumenta en la misma proporción que el factor de escala. Es esto, no el efecto Doppler, lo que causa el desplazamiento al rojo. El universo era  $z+1$  veces 'más pequeño' cuando se emitió la luz de una galaxia lejana, pues si  $a_0=1$ ,  $a = \lambda/\lambda_0$  y

$$a = \frac{1}{1+z}$$

Así, las distancias eran casi las actuales ( $a \rightarrow 1$ ) cuando  $z \rightarrow 0$ , la mitad ( $a=1/2$ ) cuando  $z=1$ , y así sucesivamente. Si nos remontamos al límite  $a=0$ ,  $z \rightarrow \infty$ , que no está bien definido para algunas magnitudes físicas, como la densidad, el universo tiende a un punto, aunque podría ser incluso infinitamente extenso justo después. En ese instante inicial ( $t = 0$ ) se produjo el Big Bang, origen del espacio y el tiempo. Nuestras ecuaciones, que son válidas a partir de entonces, tienen ahí una *singularidad*.

Podemos ya *deducir* fácilmente la ley de Hubble-Lemaître, tomando la derivada respecto al tiempo<sup>(4)</sup> de la distancia propia ( $\dot{D}$ ),

$$v(t) = \dot{D}(t) = \dot{a}(t)\chi = H(t)D(t)$$

donde el 'parámetro' de Hubble viene dado por la expresión

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$$

que depende del tiempo y expresa el ritmo de expansión del universo. Su valor *hoy*,  $H(t_0)=H_0$ , nos da la velocidad actual de recesión de algo situado a una distancia  $D(t_0)=\chi$ , es decir,

$$v = H_0\chi$$

El valor de  $H_0$  se ha medido usando diversos métodos. El resultado es ligeramente distinto dependiendo de si se utilizan observaciones del universo reciente ( $H_0 \approx 73$  km/s/Mpc) o datos del universo temprano ( $H_0 \approx 67$  km/s/Mpc). Este es un problema abierto que se denomina tensión de Hubble. Aquí tomaremos  $H_0 = 67.4 \pm 0.5$  km/s/Mpc, el valor obtenido por el telescopio espacial Planck, que estudia el fondo cósmico de microondas. Un megaparsec (Mpc) es una unidad habitual de grandes distancias que equivale a 3.26 millones de años luz.

<sup>(4)</sup> La derivada expresa la variación de una función  $f(t)$  al cambiar 'infinitesimalmente' la variable de la que depende,  $\Delta f / \Delta t \rightarrow df/dt \equiv \dot{f}$  en el límite  $\Delta t \rightarrow 0$ . La derivada respecto a  $t$  de una constante  $\chi$  por una función,  $a(t)$ , es el producto de la constante por la derivada de la función.

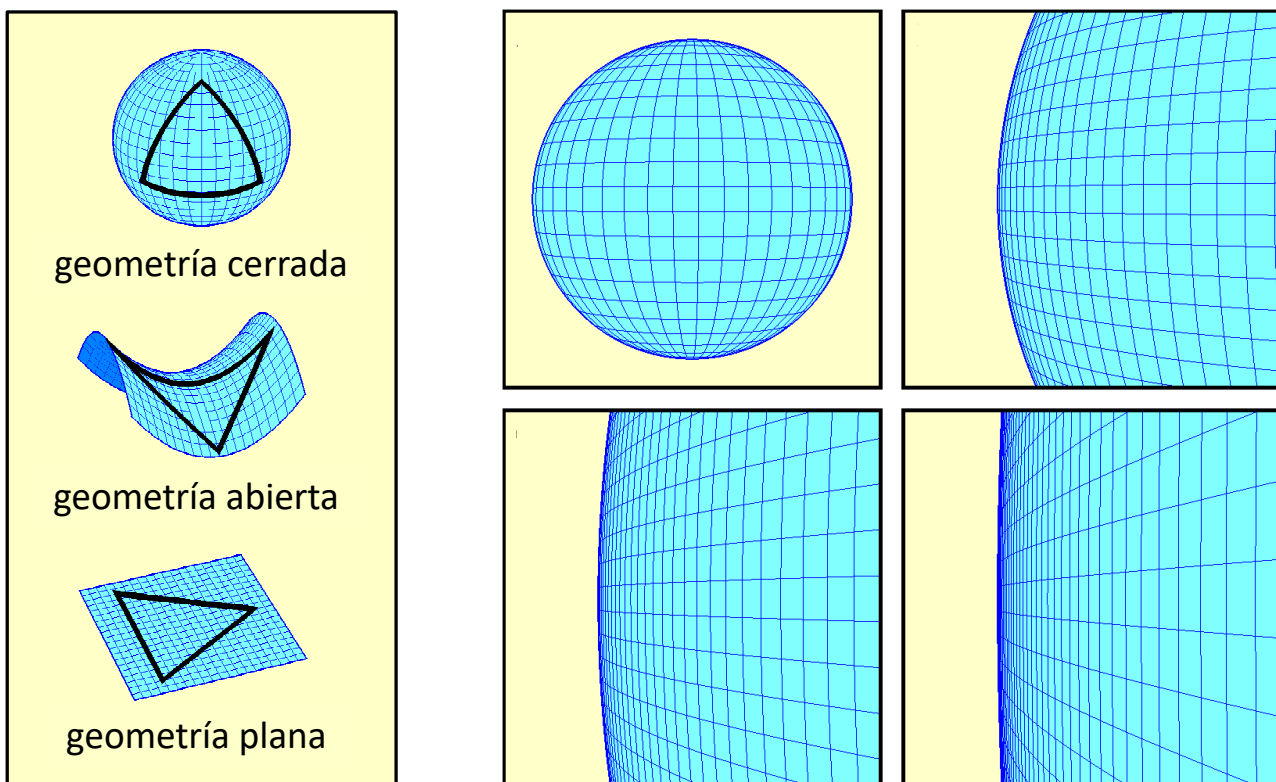


## 1.2 Modelos de universo en expansión

La evolución del factor de escala con el tiempo depende del tipo de ingredientes (o especies) de los que está hecho el universo y de la proporción en que se encuentran.

Cada especie se caracteriza por cómo se diluye su densidad de energía cuando aumenta el volumen que ocupa. El volumen es proporcional al factor de escala al cubo,  $a^3$ . Distinguimos tres casos:

- Para la *materia fría*<sup>(5)</sup>, la energía está concentrada en la masa (una constante), así que su densidad de energía es inversamente proporcional al volumen,  $\rho_m(t) = \rho_m(t_0) a^{-3}$ .
- Para la *radiación*, la energía es inversamente proporcional a la longitud de onda (recordemos que un fotón de frecuencia  $\nu$  tiene una energía  $E=h\nu=hc/\lambda$  según la fórmula de Planck) y por tanto es inversamente proporcional al factor de escala. Dividiendo por el volumen, la densidad de energía de la radiación es  $\rho_r(t) = \rho_r(t_0) a^{-4}$ .
- La *constante cosmológica*  $\Lambda$  (el tipo de *energía oscura* más consistente con las observaciones) es un ingrediente extraño caracterizado por una densidad de energía constante  $\rho_\Lambda$ .



**Figura 2:** Izquierda: Esquema bidimensional de las posibles geometrías de un universo homogéneo e isótropo, que la relatividad general relaciona con el cociente de la densidad total de energía y el valor crítico: cerrada ( $\Omega_0 > 1$ ), abierta ( $\Omega_0 < 1$ ) o plana ( $\Omega_0 = 1$ ). Derecha: La teoría de la inflación, consistente en una rapidísima expansión en una etapa muy temprana, justifica que el universo sea espacialmente plano [1].

<sup>(5)</sup> La materia está hecha de partículas de cierta masa,  $m$ . Su energía  $E$  es la suma de la energía en reposo,  $mc^2$ , más la energía cinética,  $(\gamma-1) mc^2$ , donde  $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$  es el factor de Lorentz. La temperatura ( $T$  en Kelvin) de un sistema en equilibrio termodinámico es una medida de la energía cinética media de las partículas que lo forman ( $k_B T$ , con  $k_B$  la constante de Boltzmann). Para la 'materia fría' (no relativista) las velocidades típicas son muy inferiores a la de la luz,  $v \ll c$ , así que  $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}(v/c)^2$  y la energía cinética es  $\approx 1/2 mv^2$ , mucho menor que la energía en reposo. En cambio, para la 'materia caliente' (ultrarelativista) la energía cinética es mucho mayor que la energía en reposo ( $\gamma \gg 1$ ) y  $v \rightarrow c$ . La radiación está hecha de partículas sin masa, como los fotones, que no pueden estar en reposo y viajan siempre a velocidad  $c$ , o partículas ultrarelativistas, cuya energía en reposo es despreciable comparada con su energía cinética típica. En general,  $v/c = \sqrt{E^2 - (mc^2)^2}/E$  y  $\gamma = E/(mc^2)$ , así que  $v \rightarrow c$ , es decir  $\gamma \rightarrow \infty$ , cuando  $m=0$ .

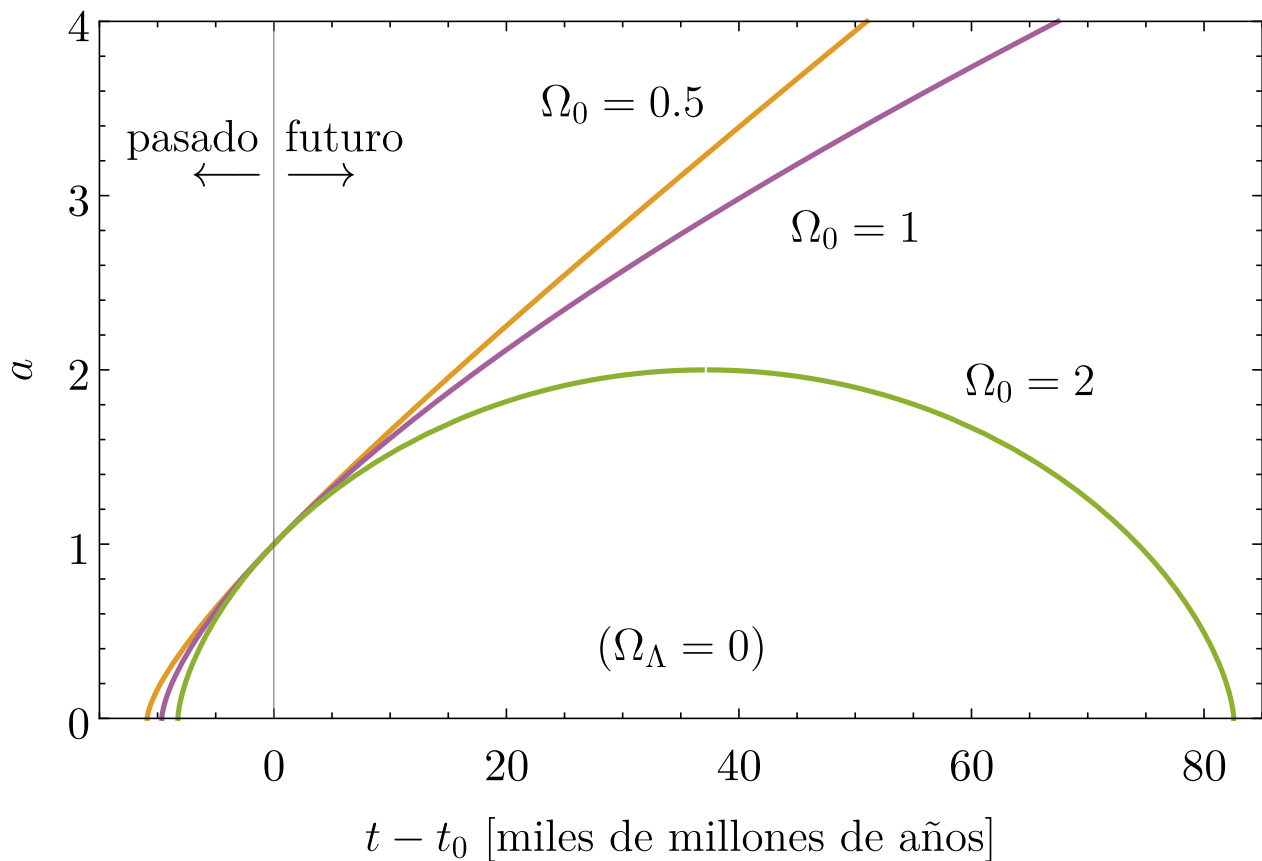
La densidad total universo es la suma de todas ellas. Por otro lado, se definen la *densidad crítica*,

$$\rho_{\text{crít}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 10^{-29} \text{ gramos/cm}^3,$$

(G es la constante de Newton) y los *parámetros de densidad* para cada especie  $\Omega_i = \rho_i(t_0)/\rho_{\text{crít}}$ , donde  $i = r, m, \Lambda$ . El parámetro de densidad total  $\Omega_0 = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda$  vale la unidad cuando el universo tiene una densidad total igual a la crítica.

La ecuación de Friedmann, que resulta de la aplicación de las ecuaciones de Einstein a un universo homogéneo e isótropo, nos dice cómo cambia el factor de escala con el tiempo:

$$\frac{\dot{a}}{a} = H(a) = H_0 \sqrt{\Omega_r a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda + \Omega_k a^{-2}}$$



**Figura 3:** Varios modelos de universo sin energía oscura ( $\Omega_\Lambda = 0$ ). Describen la evolución del factor de escala ( $a$ ) con el tiempo ( $t$ ), tomando como referencia hoy ( $t_0$ ). Así que  $t-t_0$  es positivo o negativo en el futuro o el pasado, respectivamente. Por definición, hoy  $a=1$ .

donde  $\Omega_k = 1 - \Omega_0$  es el *parámetro de curvatura*, cuyo signo es opuesto al de la curvatura espacial, que expresa si el universo es cerrado, abierto o plano (fig. 2). La resolución de esta ecuación diferencial nos permite encontrar  $a(t)$ , dados los valores de los distintos parámetros (modelos de universo)<sup>6</sup>.

<sup>(6)</sup> La solución no se conoce de forma analítica en general, pero con la ayuda de un ordenador puede hallarse numéricamente.

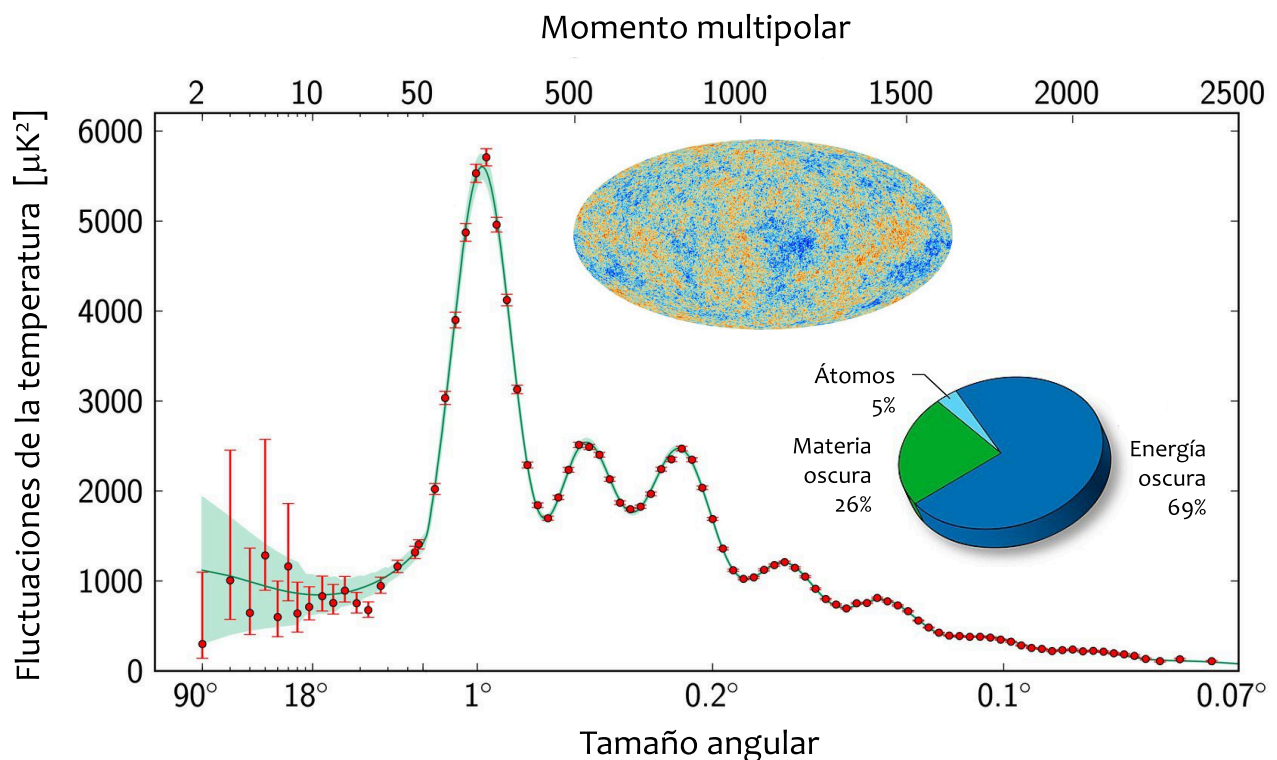


En la fig. 3 se representan varios modelos de universo suponiendo  $\Omega_r=0$ , una buena aproximación como ahora veremos, y  $\Omega_\Lambda=0$ , sin energía oscura, por tanto  $\Omega_0=\Omega_m$ . Son universos dominados por la materia, que acabarían colapsando en un futuro si  $\Omega_0>1$  (curvatura positiva), se expandirían para siempre si  $\Omega_0<1$  (curvatura negativa) o serían críticos si  $\Omega_0=1$  (curvatura nula). En un universo sin energía oscura, el impulso inicial del Big Bang solo puede ser frenado por la atracción gravitatoria de la materia y la radiación que contiene, así que la expansión es siempre decelerada y el factor de escala crece cada vez más lentamente con el tiempo. Si la densidad es la crítica la expansión acabaría deteniéndose sin llegar a colapsar. Y si  $\Omega_0>1$  la expansión se llegaría a parar, tras lo que comienza una contracción que acaba en colapso, un *Big Crunch*.

Sin embargo si en el universo hay energía oscura, que no se diluye con la expansión, al contrario que las otras especies, llegará un momento en que este ingrediente será mayoritario y acabará controlando completamente la evolución del factor de escala. Esto es exactamente lo que ocurre en nuestro universo.

### 1.3 Nuestro universo: el Modelo Estándar ( $\Lambda$ CDM)

Los parámetros de densidad de nuestro universo se conocen con bastante precisión gracias a diversas medidas cosmológicas, siendo las más precisas las relacionadas con el fondo cósmico de microondas (fig. 4):



**Figura 4:** El telescopio espacial Planck mide la temperatura de los fotones de la radiación de fondo ( $T = 2.7255 \pm 0.0005$  K) en todo el cielo, observando diferencias de solo unas pocas partes en 10 000 que se representan mediante diferentes colores. La distribución estadística de estas fluctuaciones de temperatura (anisotropías) en función del tamaño angular de la zona sobre la que se miden nos da una curva que aporta información muy precisa sobre los parámetros cosmológicos. En particular nos revela los valores de  $H_0$ ,  $\Omega_0$  y la proporción de materia ordinaria (átomos), materia oscura y energía oscura.[2].

•  $\Omega_r \approx 10^{-4}$ . Este parámetro viene determinado esencialmente por la temperatura de los fotones de la radiación de fondo. Su valor indica que la radiación fue un ingrediente relevante solo hasta que el universo era unas 3 500 veces 'más pequeño' que ahora, en sus primeros 50 000 años, como luego veremos.

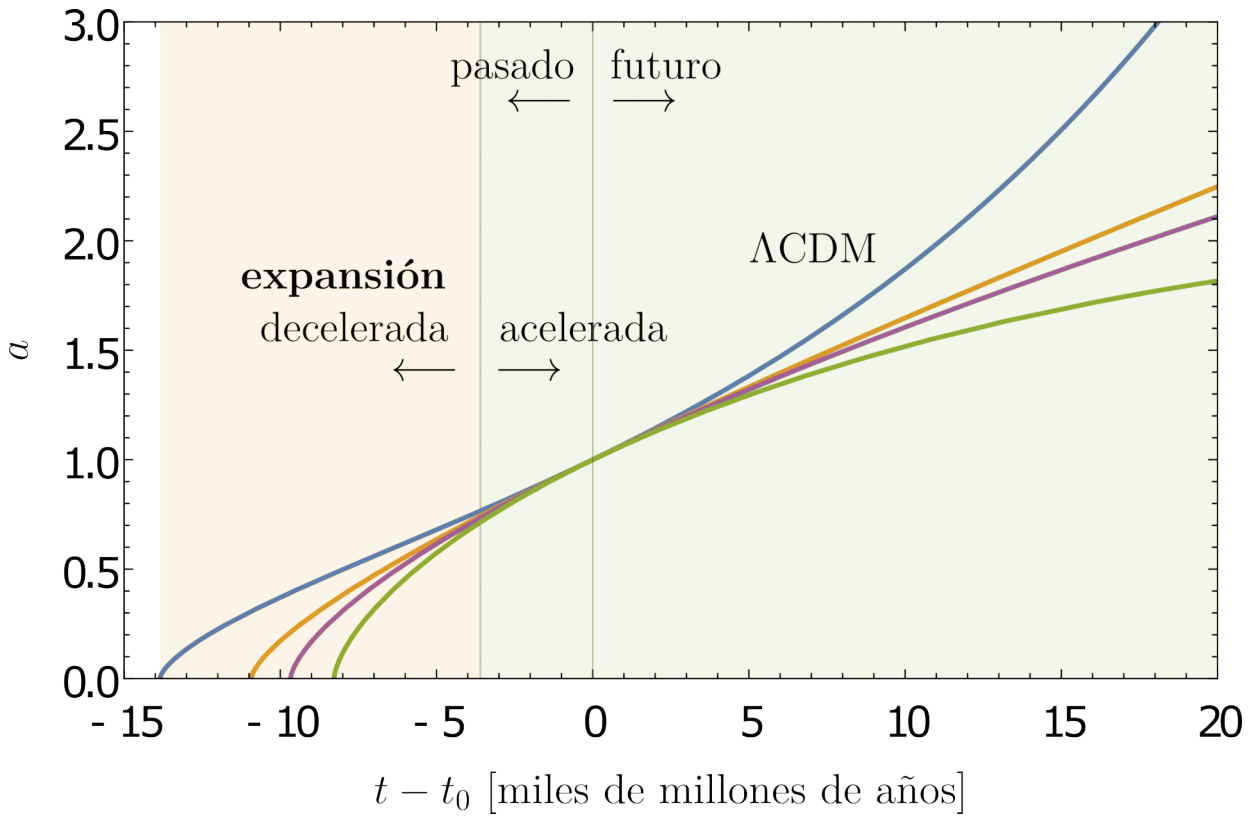
•  $\Omega_m = 0.315 \pm 0.007$ . Es la suma de dos ingredientes. Uno es la materia bariónica ( $\Omega_b = 0.0493 \pm 0.0006$ ), esencialmente protones y neutrones, que aportan casi toda la masa a los átomos que forman la materia ordinaria, ya que los electrones son unas dos mil veces más ligeros. El otro es la materia oscura ( $\Omega_c = 0.264 \pm 0.007$ ), cuya naturaleza ignoramos (uno de los grandes problemas abiertos en física de partículas y cosmología). De su existencia tenemos muchos otros indicios. Se trata de una materia fría que no brilla y que por tanto no vemos ('cold dark matter' en inglés), pero sin embargo gravita, siendo necesaria para explicar las curvas de rotación de las galaxias, la formación de grandes estructuras cósmicas y efectos de lente gravitacional a diversas escalas, como por ejemplo en el famoso Cúmulo Bala. Todas estas observaciones son consistentes con que la materia oscura sea unas cinco veces más abundante que la materia ordinaria.

•  $\Omega_\Lambda = 0.685 \pm 0.007$ . La existencia de energía oscura cambia totalmente el comportamiento de la expansión, cuando los otros ingredientes se han diluido lo suficiente. Sumando los valores de  $\Omega_r$ ,  $\Omega_m$  y  $\Omega_\Lambda$  obtenemos  $\Omega_0 = 1.00 \pm 0.01$ , lo que indica que el universo es plano, a gran escala. Este sorprendente ajuste fino de los parámetros, que podrían haber tenido cualquier otro valor, puede explicarse si el universo experimentó una expansión exponencial (inflación cósmica) que lo estiró un factor  $e^{60} \approx 10^{26}$ , lo suficiente para parecer plano, homogéneo e isótropo dentro de nuestro horizonte observable (fig. 2, derecha). El hecho es que  $\Omega_k = 0$ , y el término  $\Omega_\Lambda$  es el dominante en la ecuación de Friedmann, desde que  $a = \sqrt[3]{\Omega_m/\Omega_\Lambda} \approx 0.77$ , es decir, hace unos 3 600 millones de años, como puede verse en la fig. 5. Ahí se aprecia que el efecto de la energía oscura es una aceleración de la expansión. Es fácil deducir que cuando  $a \gg 1$  solo el término proporcional a  $\Omega_\Lambda$  es relevante y la solución de la ecuación de Friedmann es  $a(t) \approx e^{\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 (t-t_0)}$ , un crecimiento exponencial<sup>(7)</sup>.

Los últimos resultados de Planck son de 2018, pero la expansión acelerada se descubrió en 1998 estudiando supernovas tipo Ia, con  $z$  entre 0.01 y 1, aproximadamente. Estas supernovas lejanas tienen una magnitud absoluta conocida, así que a partir de su magnitud aparente se deduce la distancia a la que están. La sorpresa fue que las magnitudes aparentes eran mayores (brillan menos, están más lejos) de lo que indican sus desplazamientos al rojo, si se deducen usando un modelo de expansión con solo materia. El ajuste de estos datos arroja los mismos valores de  $\Omega_m$  y  $\Omega_\Lambda$  que encuentra el telescopio Planck estudiando la radiación de fondo de microondas, de forma completamente independiente. También las simulaciones que explican la formación de estructuras a gran escala en el universo requieren estos valores para los parámetros.

Este modelo de concordancia que describe nuestro universo, dominado actualmente por la constante cosmológica y con una gran cantidad de materia oscura fría, se denomina *modelo cosmológico estándar* o  $\Lambda$ CDM. Según este modelo, el Big Bang se produjo antes de lo que predicen los modelos sin energía oscura, lo que explica por qué se habían observado cúmulos globulares que parecían ser más antiguos que el propio universo. Vivimos en un universo plano a gran escala, cuya expansión, lejos de ir deteniéndose, seguirá creciendo exponencialmente.

<sup>(7)</sup> Este crecimiento exponencial es parecido al que se produjo en inflación, con la diferencia de que aquel se detuvo cuando el universo tenía unos  $10^{-33}$  segundos mientras que el de ahora no sabemos si seguirá para siempre.



**Figura 5:** El factor de escala en nuestro universo ( $\Lambda$ CDM), en comparación con otros modelos mostrados en la fig. 3. La energía oscura comenzó a dominar hace unos 3 600 millones de años, acelerando la expansión ( $a$  pasa de crecer cada vez más lentamente a crecer cada vez más rápido). Nótese que nuestro universo comenzó hace unos 13 800 millones de años, y es más viejo que en los otros casos.

### 1.4 Tiempo retrospectivo y distancia comóvil

Llamamos *tiempo retrospectivo*  $t_{\text{LB}}$  ('look-back time' en inglés) al tiempo que invierte la luz en llegar hasta nosotros hoy, si fue emitida en un instante anterior  $t_*$ , es decir,  $t_{\text{LB}} = t_0 - t_*$ . Despejando la ecuación de Friedmann tenemos que<sup>(8)</sup>.

$$t_{\text{LB}} = \int_{t_*}^{t_0} dt = \int_{a_*}^1 \frac{da}{aH(a)} = \int_0^{z_*} \frac{dz}{(1+z)H(z)},$$

donde se ha cambiado  $a = 1/(1+z)$  y se ha introducido

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_r(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda},$$

tomando  $\Omega_k = 1 - \Omega_0 = 0$ . Hemos llamado  $z_*$  al desplazamiento al rojo de la luz que observamos y  $a_*$  al factor de escala que le corresponde.

Para hallar la distancia actual desde el punto de emisión, la distancia comóvil, usaremos la relación infinitesimal entre tiempo invertido y distancia recorrida por la luz<sup>(9)</sup>:

$$c dt = a(t) d\chi.$$

<sup>(8)</sup> La integral  $\int$  es la suma de contribuciones infinitesimales.

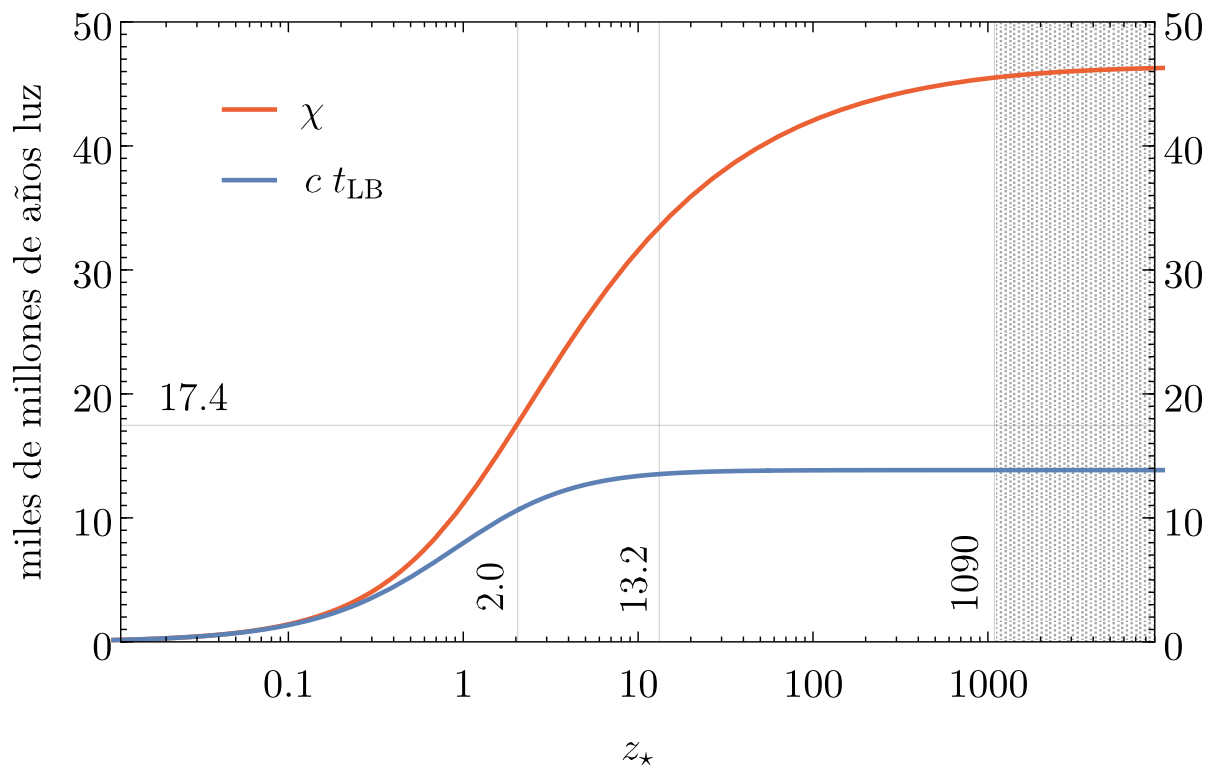
<sup>(9)</sup> En un intervalo muy pequeño (infinitesimal) de tiempo  $\Delta t$  alrededor del tiempo  $t$ , la distancia que recorre la luz es  $c\Delta t$ , igual al factor de escala a tiempo  $t$  por la distancia (infinitesimal) propia,  $a(t)\Delta\chi$ .



Despejando esta ecuación, integrando sobre el intervalo de tiempo completo y cambiando de nuevo las variables, tenemos

$$\chi = c \int_{t_*}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = c \int_{a_*}^1 \frac{da}{a^2 H(a)} = c \int_0^{z_*} \frac{dz}{H(z)}$$

Ya tenemos las fórmulas que nos permiten expresar  $t_{LB}$  y  $\chi$  en función de  $z_*$  y que hemos representado gráficamente en la fig. 6. Estamos en disposición de responder a las preguntas del principio. Las abordaremos en los siguientes apartados.



**Figura 6:** Tiempo retrospectivo  $t_{LB}$  y distancia comóvil ( $\chi$ ) en función del desplazamiento al rojo ( $z_*$ ), en la misma escala multiplicando  $t_{LB}$  (en miles de millones de años) por  $c$  (velocidad de la luz).

## 2. El universo observable

No podemos saber el tamaño que tiene el universo hoy; podría ser infinito. Sin embargo sí podemos calcular el tamaño del 'universo observable' a partir de la distancia que ha recorrido un rayo de luz desde el instante  $t_*=0$  (origen de tiempos), cuando el factor de escala era  $a_*=0$ , hasta  $t_0$  (hoy). Ese rayo de luz ha sufrido un desplazamiento al rojo  $z_* \rightarrow \infty$ .

En la fig. 6 podemos leer a qué distancia y tiempo retrospectivo corresponde un desplazamiento al rojo que se hace infinitamente grande, lo que nos proporciona el *horizonte cosmológico* actual (frontera del universo observable) y la *edad del universo*:

$$\chi_0 \approx 46\,500 \text{ millones de años luz,}$$

$$t_0 \approx 13\,800 \text{ millones de años.}$$

La expansión ha hecho que el punto de origen de un rayo de luz que ha viajado 13 800 millones de años esté ahora a 46 500 millones de años luz. El tamaño del universo observable es por tanto 93 000 millones de años luz, pues el horizonte cosmológico se extiende a nuestro alrededor en todas direcciones.

El universo tiene como mínimo el tamaño observable, pero podría ser mucho más grande. Aplicando el principio cosmológico, podemos imaginar otro observador situado en nuestro horizonte observable cuyo horizonte está otros 46 500 millones de años luz más allá. Y así sucesivamente. Pero eso no implica necesariamente un universo infinitamente grande; depende de cuál sea su forma global (topología). Una geometría plana no es exclusiva de un universo infinito, pues también podría ser el análogo tridimensional de la superficie bidimensional de un donut (un 'hipertoro', matemáticamente)<sup>(10)</sup>. Una característica distintiva de un universo con una topología no trivial sería la existencia de imágenes múltiples de fuentes cósmicas muy distantes o alteraciones en el espectro de fluctuaciones del fondo de microondas, que por el momento no se han encontrado.

Por otro lado, la inflación cósmica solo asegura un universo suficientemente plano dentro del horizonte observable (fig. 2). La planitud del universo es una medida con un margen de error. Para que la curvatura sea no nula y menor que la incertidumbre actual de la medida obtenida por el telescopio espacial Planck, el universo completo deber ser como mínimo unas 250 veces mayor que el universo observable.

## 2.1 ¿Hasta dónde podemos ver?

Aunque el universo observable se extiende hasta el Big Bang, hay un obstáculo que nos impide tener imágenes del universo temprano usando ondas electromagnéticas (luz).

El universo era inicialmente un plasma extraordinariamente denso y caliente de partículas subatómicas, que se ha ido enfriando con la expansión. Los primeros átomos surgieron al combinarse por parejas electrones y protones cuando la temperatura de los fotones descendió hasta 2 970 K (2 700 °C) aproximadamente, lo que significa que en promedio<sup>(11)</sup> tenían una energía del orden de  $k_B T = 0.26$  eV. A esta temperatura, la energía de la gran mayoría de los fotones era inferior a la energía de ionización del átomo de hidrógeno (13.6 eV) y por tanto ya no eran capaces de romper los átomos que se iban formando. En ese momento el universo dejó de ser un plasma opaco, hecho de partículas cargadas que dispersan a los fotones, para convertirse en un medio transparente, pues los átomos neutros no interactúan con la radiación electromagnética, que a partir de entonces pudo propagarse libremente.

Los fotones de esa *superficie de última dispersión* llegan hasta nosotros mostrándonos aquel momento, la imagen de una especie de niebla que no nos deja *ver* (con luz) lo que hay detrás. La percibimos en todas direcciones como una radiación de fondo, cuyo espectro sigue la ley de Planck con una temperatura  $T \approx 2.725$  K (−270 °C). Son por tanto fotones de longitudes de onda del orden de  $\lambda \approx hc/(5k_B T) \approx 1$  mm, en el rango de las microondas. Esta *radiación de fondo de microondas*, que fue detectada accidentalmente en 1964 por Penzias y Wilson, se ha estudiado

<sup>(10)</sup> Llamamos 'plana' a una geometría en la que se cumplen ciertas propiedades, como que en ella los tres ángulos de un triángulo suman 180°, y las rectas (geodésicas) paralelas nunca se cortan. En ese sentido, la superficie de un donut y la de un plano tienen la misma geometría (plana). Sin embargo tienen distinta topología: el donut es finito (se puede regresar al mismo punto viajando en línea recta), mientras que un plano es infinito.

<sup>(11)</sup> Este promedio se puede hacer porque los fotones están en equilibrio térmico. A una temperatura  $T$ , la distribución de energías de un sistema de fotones está descrita por la ley de Planck.

recientemente con mucho detalle por el telescopio espacial Planck (fig. 4) y antes por otros instrumentos similares (COBE, 1990-1996 y WMAP, 2003-2012).

Sabiendo que la temperatura de los fotones ha disminuido desde 2 970 K en el momento de la *recombinación* a 2.725 K hoy, y que la temperatura de los fotones es inversamente proporcional al factor de escala<sup>(12)</sup>, tenemos que

$$aT = \text{constante} \Rightarrow \frac{2970}{2.725} = \frac{1}{a_*} = 1 + z_* \Rightarrow z_* \approx 1090$$

Así podemos deducir que el universo era unas 1090 veces 'más pequeño' cuando se hizo transparente.

Por tanto, la superficie de última dispersión, la famosa imagen del cielo que muestra la fig. 4 y constituye lo más lejano que podemos alcanzar a ver, se encuentra según la fig. 6 a

$$\chi \approx 45\,300 \text{ millones de años luz}$$

y es una instantánea de hace casi 13 800 millones de años, solo

$$t \approx 380\,000 \text{ años después del Big Bang.}$$

La seguimos viendo *en directo* en el cielo porque la imagen es de un poco más lejos cada día, gracias a que se produjo en todos los lugares del universo a la vez.

Esta 'niebla' impenetrable a la vista, pues no puede atravesarse con ondas electromagnéticas, es sin embargo transparente a otros mensajeros que ya estamos aprendiendo a detectar: ondas gravitacionales y neutrinos. Así que algún día podremos 'observar' fenómenos aún más lejanos y antiguos, acercándonos tal vez hasta el propio momento de la 'creación'.

Conviene comentar que en el momento de la recombinación el universo estaba dominado por la materia, todavía no por la energía oscura. Pero cuando era aún más joven, dominaba la radiación, para  $a < \Omega_r/\Omega_m \approx 0.0003$  o sea  $z > 3\,500$  aproximadamente. No es posible leer de la fig.5 o la fig.6 esos intervalos tan extremos, pero resolviendo la ecuación de Friedmann obtenemos  $a(t) \approx \sqrt{2H_0\sqrt{\Omega_r}t}$ , así que la radiación dominaba hasta que  $t \approx 50\,000$  años.

## 2.2 Los objetos astrofísicos más antiguos

Las pequeñísimas anisotropías en la radiación de fondo están relacionadas con inhomogeneidades en la densidad de materia. Las zonas ligeramente más densas se convirtieron en centros de atracción gravitatoria de la materia circundante, semillas de las primeras estrellas, que a su vez se fueron agrupando en galaxias y estructuras cada vez más grandes, los cúmulos y supercúmulos de galaxias que hoy conocemos.

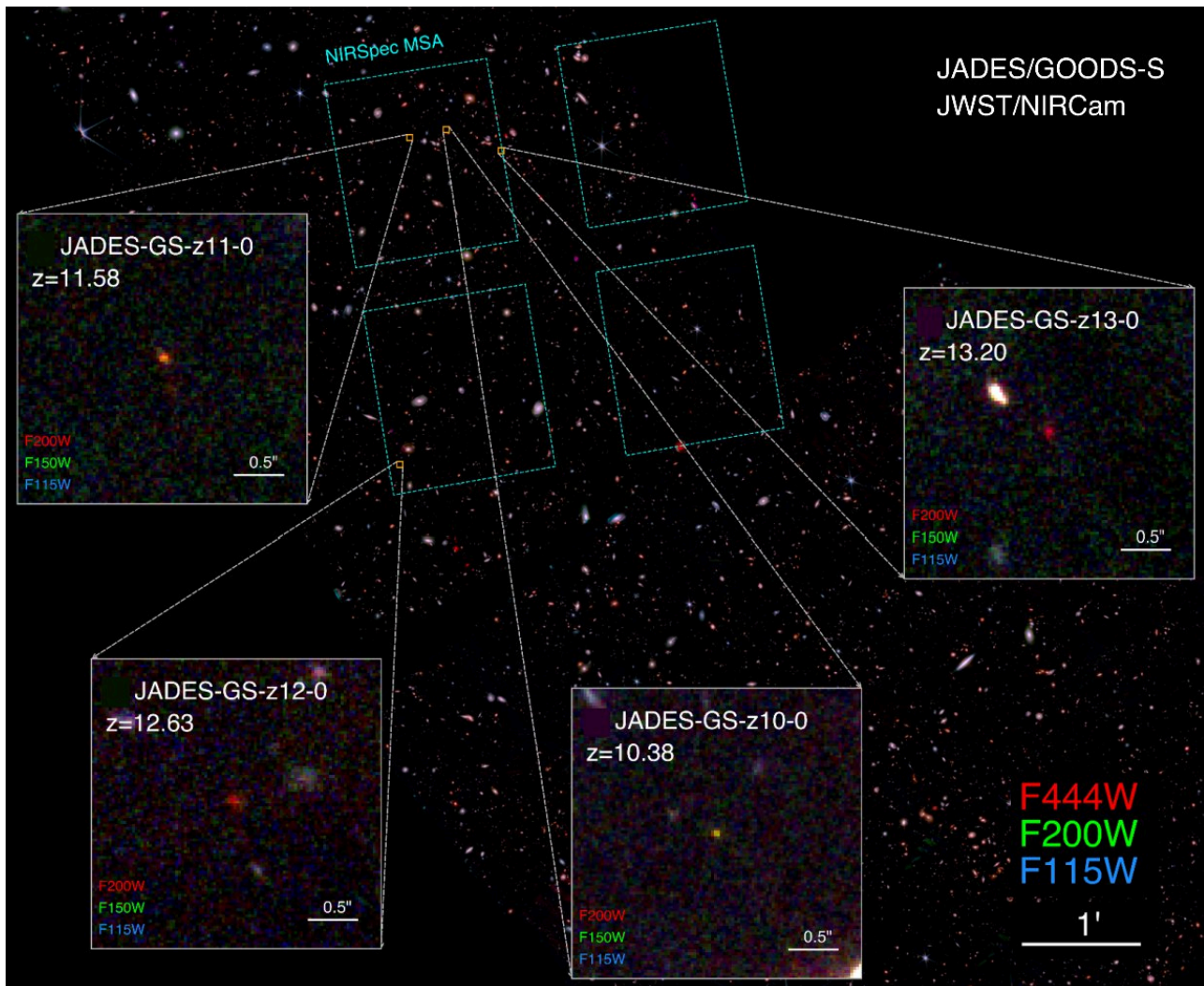
Este proceso de formación también puede presenciarse *en directo* si observamos el cielo profundo y alcanzamos a ver lugares suficientemente lejanos, porque todo esto ocurrió después de la recombinación y por tanto delante del fondo de microondas. Para ello, desde 2022 disponemos del telescopio espacial James Webb (JWST), sucesor del telescopio espacial Hubble (HST). A diferencia del HST, que opera en la región del ultravioleta cercano y el visible (100 a 800 nm), el JWST detecta longitudes de ondas más largas, desde la zona roja del espectro visible hasta el infrarrojo medio (600 a 2800 nm). Ya sabemos que la expansión estira las longitudes de onda

<sup>(12)</sup> Esto es porque la densidad de energía de un sistema de fotones en equilibrio a temperatura  $T$  es proporcional a  $T^4$  y ya sabemos que se diluye como  $a^{-4}$ . Por tanto  $\rho \propto T^4 \propto a^{-4} \Rightarrow T \propto a^{-1}$ .



emitidas, así que este telescopio está especialmente diseñado para observar el cielo profundo. Se trata de un instrumento muy sofisticado, enfriado a temperaturas extremadamente bajas para evitar interferencias con la luz recogida, y situado en el punto de Lagrange  $L_2$ , a millón y medio de kilómetros de la Tierra.

En la fig. 7 se muestra una imagen tomada recientemente por la cámara de infrarrojo cercano (NIRCam) del JWST donde se observan cuatro galaxias de muy alto  $z$ , cuyos valores han sido confirmados por el espectrógrafo de infrarrojo cercano (NIRSpec). El record de distancia/antigüedad lo ostenta la galaxia JADES-GS-z13-0, con  $z = 13.2$ . Usando las expresiones que hemos derivado, representadas en la fig. 6, deducimos que la imagen de esta galaxia es de hace nada menos que 13 500 millones de años<sup>(13)</sup>, solamente 300 millones de años después del Big Bang. Esto pone en cierto compromiso nuestros modelos de formación estelar, pues hasta ahora se creía que no sería posible encontrar objetos tan brillantes en épocas tan tempranas. Esta galaxia en concreto se encuentra a 33 500 millones de años luz y es hasta la fecha el objeto astronómico más lejano jamás observado.



**Figura 7:** Imagen del JWST Advanced Deep Extragalactic Survey (JADES) que muestra cuatro galaxias con desplazamientos al rojo  $z$  entre 10.3 y 13.2, confirmados espectroscópicamente. El modelado de sus poblaciones estelares revela que albergan cientos de millones de masas solares en estrellas de pocos cientos de millones de años [3, 4]

### 3. El universo abarcable

Hemos visto que un rayo de luz que salió en el origen de los tiempos (momento del Big Bang) nos llega hoy, 13 800 millones de años después, recorriendo una distancia de 46 500 millones de años luz. Esta distancia es lo que llamamos *horizonte cosmológico*, o técnicamente *horizonte de partículas*, que representa el tamaño del *universo observable* en la actualidad.

Sin embargo, una señal luminosa (un mensaje por radio) o una nave espacial que enviemos hoy hacia el cosmos a cierta velocidad no podría alcanzar cualquier punto, pues mientras la señal o la nave se alejan de la Tierra el universo se va expandiendo cada vez más rápidamente y en algún momento la velocidad de recesión del lugar de destino podría ser mayor que la velocidad de la luz. Llamamos *horizonte de sucesos cósmico* a la distancia comóvil más lejana que podemos alcanzar, lo que representa el tamaño del *universo abarcable*. Del mismo modo, tampoco un alienígena situado más allá de nuestro horizonte de sucesos podría comunicarse con nosotros, enviando su mensaje hoy, pues para él nosotros estamos fuera de su horizonte de sucesos. Veamos cómo calcular esa distancia límite.

Supongamos que enviamos una nave a velocidad constante  $v = \beta c$ . Si fuera una señal luminosa entonces  $\beta = 1$ , la velocidad límite. Si llamamos  $D = aX$  a la distancia recorrida en un tiempo  $t$ , su velocidad instantánea será  $\dot{D}(t) = \dot{a}X + a\dot{X}$ , aplicando la regla de la cadena para la derivada de un producto de funciones. El primer término se debe a la expansión y el segundo es justamente la velocidad de la nave o la señal sobre el espacio que es estira. Así que, despejando e integrando:

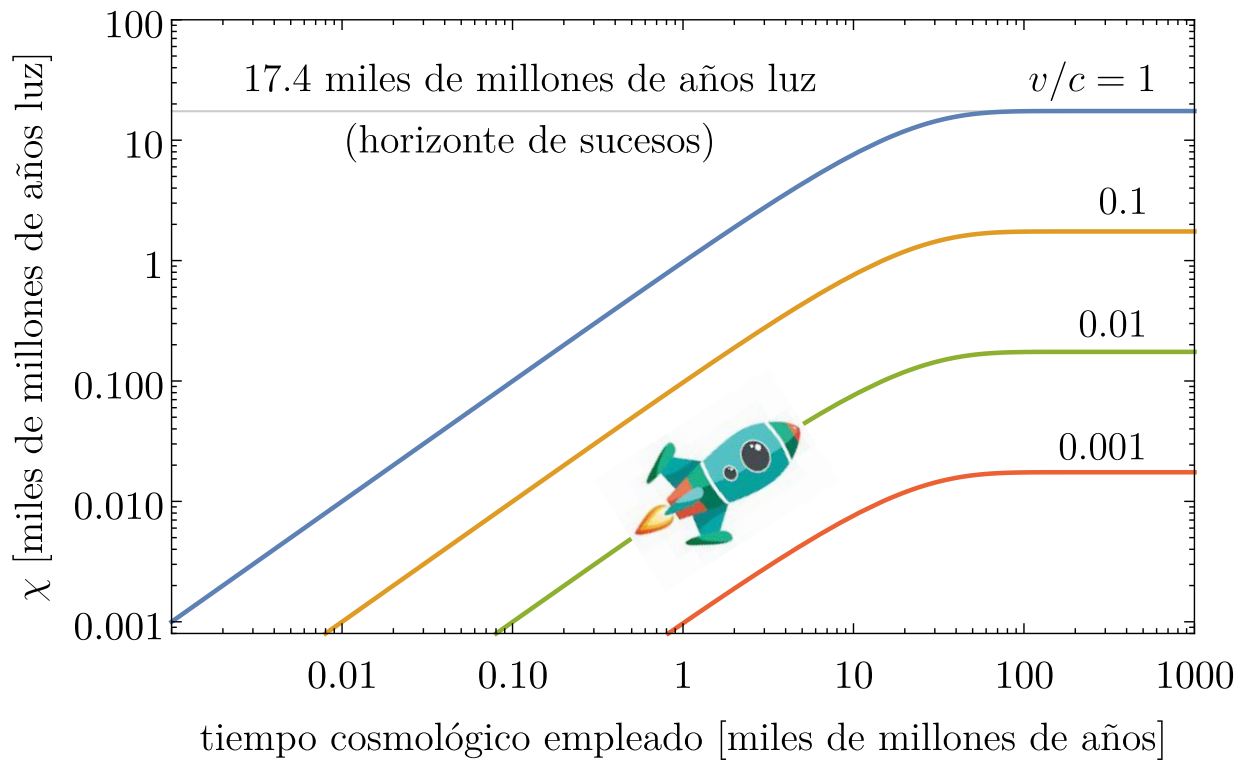
$$\beta c = a\dot{X} \Rightarrow \chi_f = \beta c \int_{t_0}^{t_f} \frac{dt}{a(t)}$$

$\chi_f$  es la distancia comóvil recorrida hasta el instante final  $t_f$  si parte hoy, a  $t_0$ . La diferencia  $\Delta t = t_f - t_0$  es el tiempo cosmológico empleado en el trayecto. Hacemos esta precisión porque para un viajero en la nave espacial el tiempo invertido es menor debido a la dilatación temporal relativista.

En la fig. 8 se representan, en doble escala logarítmica, las distancias comóviles frente a los tiempos cosmológicos invertidos a distintas velocidades. Recordemos que las distancias comóviles son las que hay actualmente entre puntos fijos señalados en nuestro globo-universo en expansión. Para dibujar estas curvas se ha usado la solución exacta  $a(t)$  en nuestro modelo  $\Lambda$ CDM (fig. 5) pero podemos encontrar una solución analítica sencilla aproximando,  $a(t) \approx e^{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}(t-t_0)}$  para  $t > t_0$  pues nuestro universo está ya dominado por la energía oscura:

$$\chi_f \approx \beta c \int_{t_0}^{t_f} dt e^{-H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}(t-t_0)} = \frac{\beta c}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} \left[ 1 - e^{-H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}\Delta t} \right]$$

<sup>(13)</sup> Recuérdese que nuestro sistema solar se formó hace unos 4 600 millones de años. El sol es como mínimo una estrella de segunda generación. En el sistema solar hay elementos pesados (más allá del hidrógeno y el helio), particularmente en planetas rocosos como el nuestro, que solo pueden forjarse mediante reacciones de fusión nuclear en el interior de estrellas que al estallar, las más pesadas (supernovas), o al emitir sus capas externas, las ligeras (gigantes rojas), devuelven el material al medio interestelar, enriqueciendo las nubes de polvo y gas, precursores de otras estrellas. Elementos aún más pesados, como el oro, provienen de colisiones de estrellas de neutrones.



**Figura 8:** Distancia comóvil que puede recorrerse a diversas velocidades en función del tiempo cosmológico empleado. Un rayo luz llegaría hasta el horizonte de sucesos, la frontera del universo abarcable.

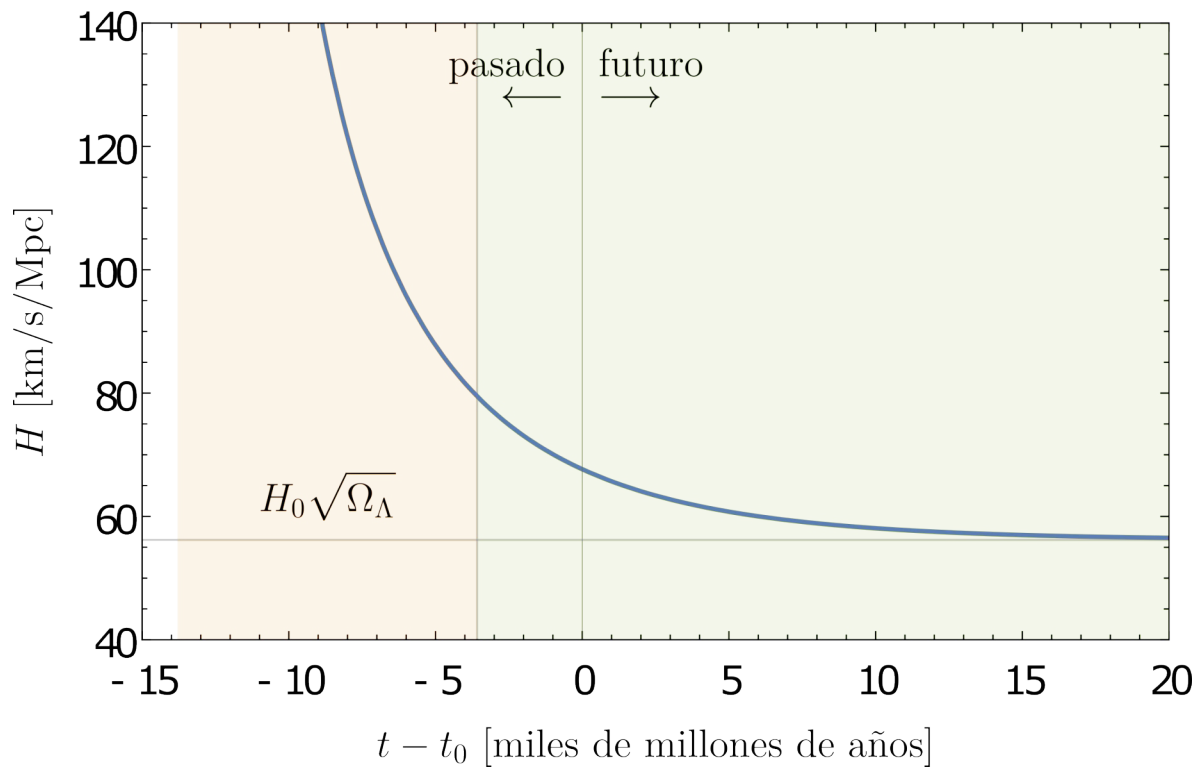
Como era de esperar, vemos que al principio ( $\Delta t$  pequeño) la expansión no importa y la distancia recorrida es  $\chi \approx \beta c \Delta t^{(14)}$ . Pero tras miles de millones de años de viaje nuestro destino se aleja de nosotros cada vez más rápido debido a la expansión, de modo que jamás podremos llegar más lejos de una distancia  $\chi = \beta c / H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda}$ , aunque invirtamos un tiempo infinito. En consecuencia, una señal emitida hoy, viajando a la velocidad límite ( $\beta=1$ ), no puede llegar, ni por tanto, influir más allá de

$$\chi_\infty = \frac{c}{H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda}} = 17\,400 \text{ millones de años luz.}$$

Tampoco nos puede llegar señal alguna, emitida hoy, desde un lugar situado más lejos. De lo que ocurra más allá, de ahora en adelante, nunca nos enteraremos. Por eso a esta distancia se le llama *horizonte de sucesos*. La culpa de que exista un horizonte de sucesos cósmico es de la expansión acelerada. Veamos esto.

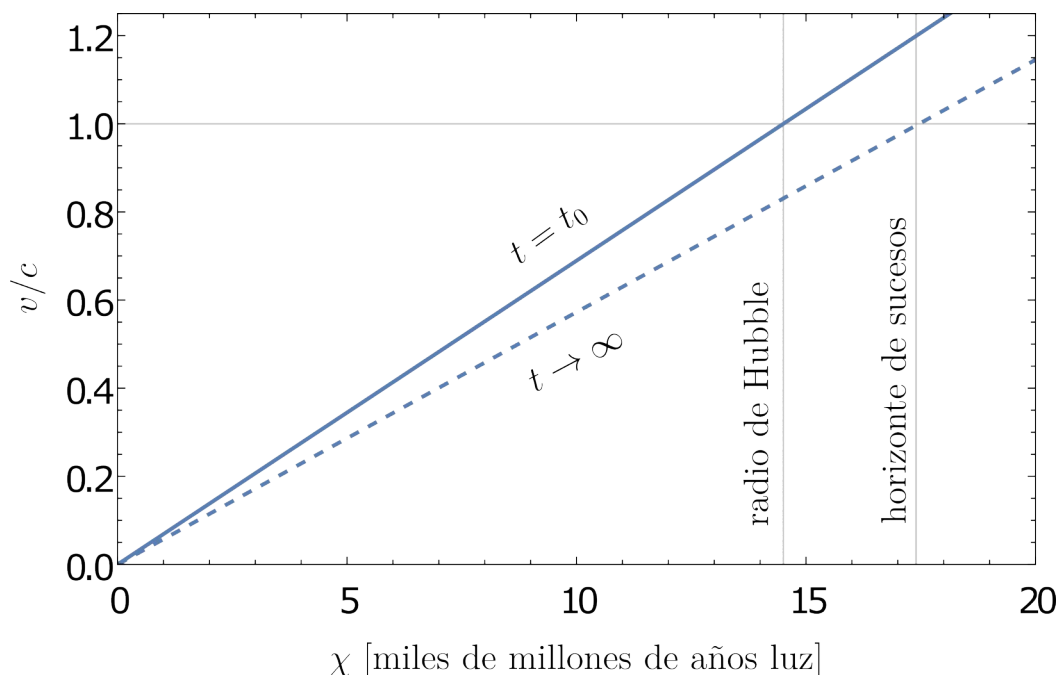
Recordemos que el parámetro de Hubble  $H$  es el ritmo de expansión del universo, que va disminuyendo gradualmente conforme va aumentando el factor de escala:  $H(a)$  era infinito en el Big Bang ( $a=0$ ), vale actualmente  $H_0$  y tiende a un valor mínimo  $H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} \approx 56 \text{ km/s/Mpc}$ . Esto puede verse también en la fig. 9, donde hemos representado  $H$  en función del tiempo. En ausencia de energía oscura, sin embargo, el ritmo de expansión acabaría siendo nulo en el límite de factores de escala o tiempos muy grandes (siempre que  $\Omega_0 \geq 1$ ).

<sup>(14)</sup> Recordemos que  $1 - e^{-x} \approx x$  cuando  $x \ll 1$ .



**Figura 9:** El parámetro de Hubble  $H$  (ritmo de expansión del universo) en función del tiempo. Parece chocante, pero  $H(t) = \dot{a}/a$  decrece a pesar de que  $a(t)$  (el universo) crece exponencialmente.

Pues bien, el horizonte de sucesos cósmico es la distancia comóvil que la luz puede recorrer en un tiempo infinito y también la distancia comóvil a la que la velocidad de recesión es la velocidad de la luz en el futuro lejano, como podemos ver en la fig. 10, donde hemos representado la ley de Hubble-Lemaître. Nótese que si, en lugar de tender a un valor distinto de cero, el ritmo de expansión fuera disminuyendo hasta anularse, la recta  $v = H\chi$  cortarían a  $v=c$  a distancias cada vez más grandes y no habría horizonte de sucesos, porque estaría infinitamente lejos.



**Figura 10:** Ley de Hubble-Lemaître ( $v = H\chi$ ) hoy y dentro de un tiempo infinito. El radio de Hubble es la distancia a la que la velocidad de recesión hoy es  $c$ ,  $\chi = c/H_0$ . El horizonte de sucesos es el radio de Hubble en el futuro lejano,  $\chi = c/(H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}) = 17\,400$  millones de años luz.



Se suele hablar también del *radio de Hubble* ( $\chi = c/H_0$ ) que es la distancia a la que están actualmente los lugares que se alejan de nosotros a la velocidad de la luz. El radio de Hubble va aumentando con el tiempo y tiende en el futuro al horizonte sucesos. También se usa el término *tiempo de Hubble* ( $t=1/H_0$ ), inverso del parámetro de Hubble hoy, que *no* es la edad actual del universo pero es una escala de tiempos del mismo orden.

#### 4. Conclusiones

Para hacernos una idea, el horizonte de sucesos cósmico está a la misma distancia comóvil (17400 millones de años luz) a la que, usando potentes telescopios, hemos visto las supernovas más lejanas, con  $z \approx 2$ , eventos que ocurrieron hace unos 10 500 millones de años (fig. 6). Las supernovas son muy efímeras, brillan tanto como la galaxia que las alberga durante semanas o meses, dejando después un resto en forma de nebulosa<sup>(15)</sup>. De sucesos tan antiguos ya no quedará prácticamente nada en la actualidad, pero si enviáramos *hoy* una señal hasta el lugar donde se produjeron esas supernovas, nunca llegaría, porque el destino se encuentra ya sobre nuestro horizonte de sucesos. Tampoco podemos saber qué hay *ahora* allí: la película de lo que pasó después de la supernova nos seguirá llegando con un retraso creciente, debido a la expansión acelerada, pero la imagen de ahora nunca nos alcanzará, porque para entonces de ese lugar ya nos estaremos alejando a la velocidad de la luz o más rápido.

Como el universo observable tiene un radio de 46 500 millones de años luz, esto significa que solo podemos *comunicarnos* con un  $(17.4/46.5)^3 \approx 5\%$  del universo observable, el universo abarcable. Este porcentaje accesible irá disminuyendo gradualmente debido a la expansión acelerada. El universo observable acabará teniendo el radio del universo visible actual más el del horizonte de sucesos, es decir 63 900 millones de años luz, así que nuevos objetos serán visibles. Y el horizonte de sucesos se irá reduciendo exponencialmente, un factor  $e^{-H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda}(t-t_0)}$  a tiempo  $t$ . Por tanto, el porcentaje abarcable acabará siendo nulo.

Aunque la expansión acelerada va reduciendo el porcentaje de lugares con los que podemos intercambiar información, siempre podremos disfrutar de la contemplación de objetos astrofísicos interesantes. De hecho, nuestro horizonte observable crece, como acabamos de decir.

Un precioso ejemplo, es *Eärendel*, que ya está fuera de nuestro horizonte de sucesos (como todos los objetos a  $z > 2$ ). Se trata de la estrella más lejana jamás observada, hasta el momento. Puede distinguirse en la imagen ampliada a la derecha en la fig. 11. Es casi un milagro que podamos verla, porque está a 27 800 millones de años luz. Su luz, emitida hace 12 900 millones de años, cuando el universo tenía tan solo 900 millones de años, ha sido amplificada enormemente gracias a la lente gravitacional generada por el cúmulo de galaxias WHL0137-08, que se encuentra por delante de la estrella, en el plano general de la izquierda. Es por tanto una de las primeras estrellas formadas a partir de las inhomogeneidades del universo primitivo. Su nombre está inspirado en un personaje de la novela *El Silmarillion* de J. R. R. Tolkien y significa 'estrella de la mañana'.

La lente gravitacional es el fenómeno que se produce cuando en una región del espacio existe una gran concentración de masa, en este caso un cúmulo de galaxias, lo que deforma el espacio curvando la trayectoria de la luz emitida por objetos que se encuentren detrás. El arco que se observa en la figura es en realidad una imagen distorsionada por este efecto. *Eärendel* es una

<sup>(15)</sup> Por ejemplo, la nebulosa del Cangrejo, descubierta en el siglo XVIII, es el resto de una supernova documentada históricamente en julio de 1054, visible durante casi dos años. Se encuentra a solo 6 300 años luz de distancia. En nuestra galaxia, la Vía Láctea, que tiene un radio de unos 53 000 años luz, se esperan en promedio 2 o 3 supernovas por siglo.

estrella joven, millones de veces más brillante que nuestro sol, pero aún así solo es posible verla porque la lente gravitacional que se interpone entre ella y nosotros produce en algunas zonas muy concretas una arruga muy marcada que da lugar a un aumento extra, miles de veces mayor. La trayectoria de la luz desde la estrella pasa casualmente justo por una de esas zonas, que en óptica se llaman cóusticas. Este fenómeno es parecido al que observamos en una piscina cuando en un día soleado las ondulaciones de la superficie crean patrones de luz muy brillantes sobre el fondo.



**Figura 11:** Imagen tomada por el JWST que contiene la estrella más lejana que hemos logrado ver. Se llama *Earendel*. Tiene un  $z = 6.2$ , por tanto está a 27 800 millones de años luz y así lucía hace 12 900 millones de años. Es una de las primeras estrellas que se formaron, pues está ahí solo 900 millones de años después del Big Bang [5].

Como reflexión final, conviene enfatizar que las distancias y los tiempos de los que hemos estado hablando son inimaginables comparados con la escala de un ser humano. Dejan patente que somos insignificantes en medio de la inmensidad del cosmos. Sin embargo, hemos sido capaces de diseñar sofisticados instrumentos con los que hemos podido presenciar en directo acontecimientos muy lejanos en el espacio, y por tanto también en el tiempo. Y hemos logrado elaborar un modelo cosmológico que describe con mucha precisión nuestras observaciones, que abarcan prácticamente toda la historia pasada del universo y nos anticipan su destino. Esto pone de relieve el ingenio de nuestra civilización y la potencia del método científico.

### Agradecimientos

Quisiera agradecer a Antonio Cuesta, Bert Janssen, Alejandro Jiménez Cano y Juan Tomé, por multitud de enriquecedoras discusiones sobre relatividad y cosmología, y por haber contribuido a mejorar este manuscrito con abundantes correcciones y atinadas sugerencias. Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades mediante el proyecto PID2022-140440NB-C21.

## Referencias

- [1] A. H. Guth and D. I. Kaiser, *Inflationary cosmology: Exploring the Universe from the smallest to the largest scales*, Science 307 (2005), 884-890.
- [2] N. Aghanim et al. [Planck], *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, Astron. Astrophys. 641 (2020), A6 [erratum: Astron. Astrophys. 652 (2021), C4].
- [3] B. E. Robertson et al., *Identification and properties of intense starforming galaxies at redshifts  $z > 10$* , Nature Astron. 7 (2023) 611-621.
- [4] E. Curtis-Lake et al., *Spectroscopic confirmation of four metal-poor galaxies at  $z=10.3-13.2$* , Nature Astron. 7 (2023) 622-632.
- [5] B. Welch et al., *A highly magnified star at redshift 6.2*, Nature 603 (2022) 815–818.

## RELOJES DE SOL EN MADRID



Antonio Arribas



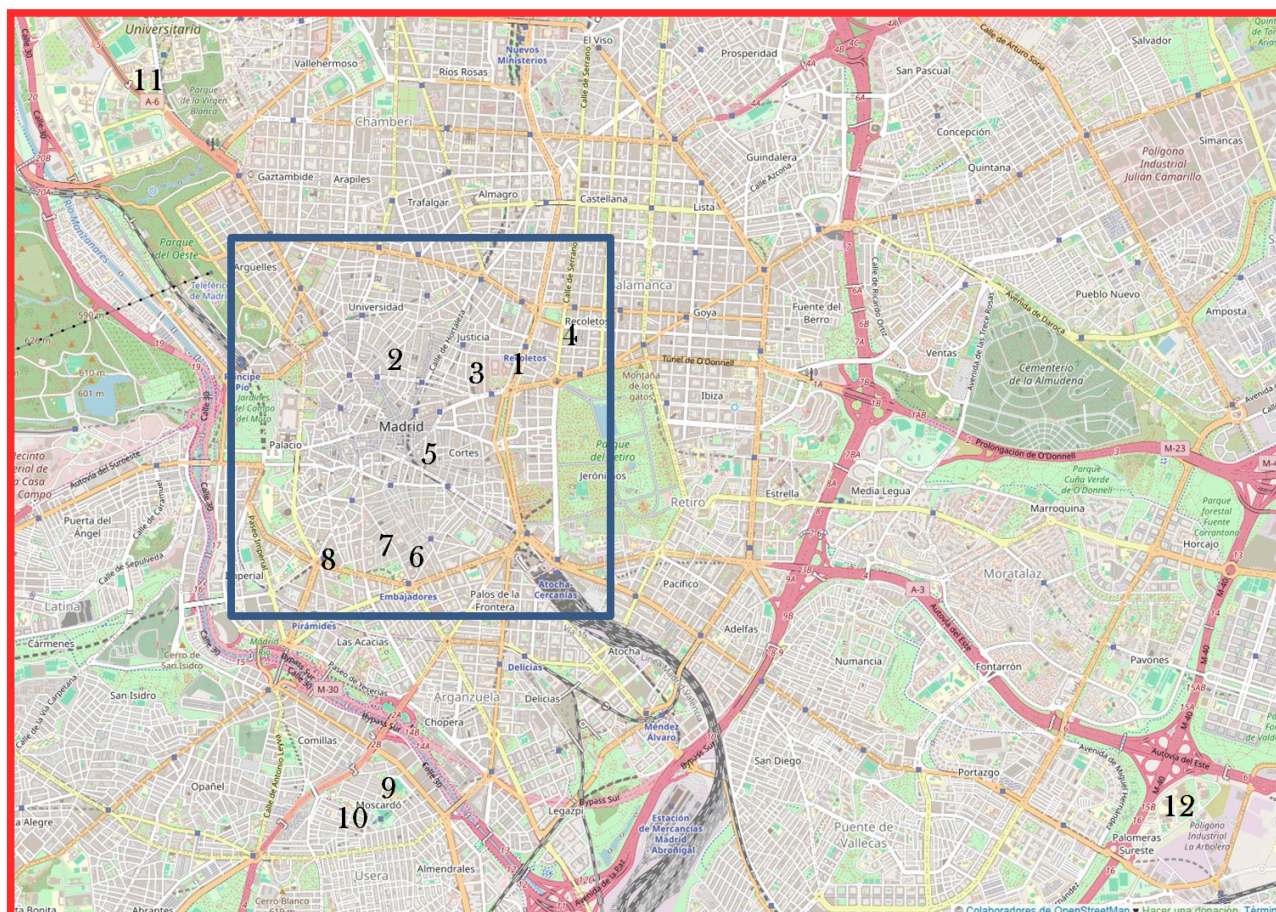
En estas páginas se describen unos cuantos de los muchos relojes de Sol que pueden contemplarse en la ciudad de Madrid. Está pensado para ser leído delante de cada uno de ellos de forma que puedan comprobarse en directo las cuestiones descritas, haciendo notar ciertos aspectos que, quizá, podrían pasar desapercibidos sin un poco de ayuda. En la página siguiente están indicadas las localizaciones.

Los propuestos, o mejor algunos de ellos, podrían ser el objeto de un agradable paseo, por ejemplo una soleada mañana de domingo. Que sea soleada es importante: ¡estos relojes pierden mucho los días de tiempo nublado!

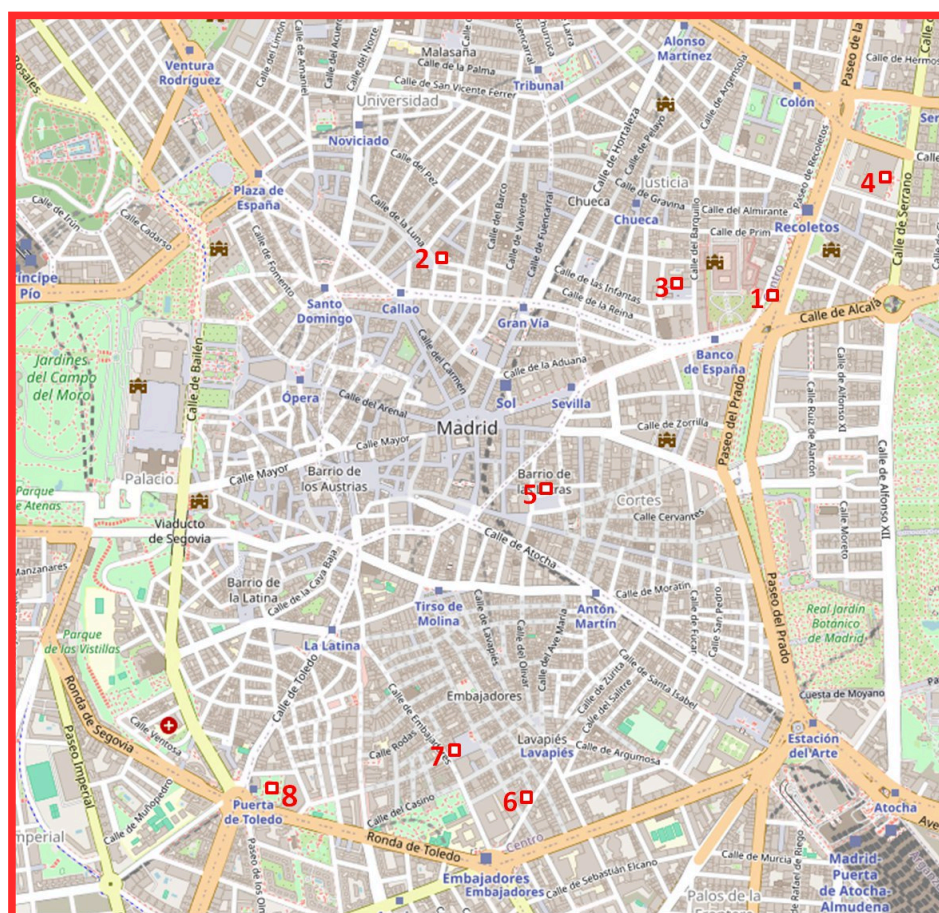
Un inventario muy completo puede consultarse en la página web de la Asociación de Amigos de los Relojes de Sol (AARS, <https://relojesdesol.info/>).

Este artículo es una adaptación del trabajo "Relojes de Sol en Madrid. Un recorrido guiado", publicado en 2021 por la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo.





Arriba, Plano de Madrid, con la posición de los relojes de Sol que se describen en este artículo. Abajo, la zona central ampliada, en la que no están los relojes 9 a 12.





El sencillo reloj ecuatorial anular de la Fig. 1 estuvo mucho tiempo situado en el Paseo de Recoletos casi en la esquina con la calle Prim, inmediatamente al Sur del acceso a los trenes de Cercanías. Unas obras obligaron a retirarlo; a su término fue recolocado en el arranque del paseo de Recoletos, casi en Cibeles, pero duró muy poco allí donde lo vi por última vez bastante deteriorado, como si hubiera sufrido un ataque vandálico con su estructura ligeramente doblada. Ignoro si será restaurado.

La varilla NS es el estilete y la banda (medio anillo) en la que aparecen números romanos (los números de las horas) es el limbo. Las horas que aparecen son las VI de la mañana (cerca del Oeste), las IX, las XII, en el centro, las III de la tarde y las VI, ya cerca del Este. Hay una serie de cinco puntos dobles (uno arriba y otro abajo) entre las marcas de las horas que señalan así de media en media hora. En la corona circular (donde se sitúan los cuatro puntos cardinales) hay doce medallones con los signos del zodiaco.

Fig. 1







Fig. 2.

La iglesia de San Martín de Tours se sitúa cerca de la Gran Vía. Si desde Callao nos adentramos por Concepción Arenal iremos a dar frente a su fachada, a caballo entre la calle Desengaño y la plaza de Santa María Soledad Torres Acosta (más conocida como la plaza de los Luna o de Tudescos). Tiene dos torres; en la de la derecha (Este) ya dentro de la calle Desengaño, justo en la arista y a unos 5 metros de altura se divisa el pequeño y escondido reloj de Sol de la Fig. 2. El estilete no es una simple varilla. Aquí se ha utilizado otro procedimiento muy habitual: adosar en perpendicular al limbo una plancha triangular (también de madera) de forma que el borde superior esté correctamente orientado, es decir, que apunte al polo Norte celeste. Suele ser más fácil sujetar firmemente una plancha que una varilla con un único punto de apoyo. Es también un reloj vertical orientado al Sur. El limbo es un disco de madera en el que están señaladas, con números

romanos, las horas, desde las seis de la mañana hasta las seis de la tarde. Es la sombra de ese borde superior de la plancha la que nos marca la hora sobre el limbo graduado. En el limbo hay una inscripción: F. de P. Sarriá 1840.

En un edificio público construido en el antiguo solar del circo Price, casi en el centro del lado Norte de la plaza del Rey, ese ensanche de la calle Barquillo donde se encuentra la Casa de las Siete Chimeneas, podemos disfrutar de un gran reloj vertical (Fig. 3). Diseñado sobre una superficie gris, el limbo es de gran tamaño e incluye líneas para las horas, las medias horas y los cuartos de hora, desde las 7:30 de la mañana hasta las 7:30 de la tarde. El estilete es una larga y fina varilla metálica empotrada directamente en la pared. En este caso está orientado exactamente a mediodía, por lo que hay total simetría entre las horas de la mañana y las de

Fig. 3.





Fig. 4.

la tarde. Sin embargo la línea horaria central, la del mediodía, la única que es absolutamente vertical, no es la de las 12, sino que se sitúa en la 1:15. El que sea a la 1 y no a las 12 se debe al adelanto de la hora oficial en otoño e invierno. Y los 15 minutos extra se deben a la longitud de Madrid, que es de unos  $3^{\circ} 42'$  Oeste, lo que equivale aproximadamente a 15 minutos de tiempo. El mediodía ocurre en Madrid 15 minutos después que en el meridiano 0 que es el que sirve de referencia para la hora oficial. Es decir, este reloj incorpora las correcciones debidas a la longitud de Madrid, así como a la hora legal de invierno. Los autores son Juan José Caurcel, en la parte técnica, y Alberto Corazón (recientemente fallecido) en cuanto al diseño artístico (1988). Ambos van a aparecer varias veces

El curioso reloj de Belo que vemos en la Fig. 4, se conserva en el Museo Arqueológico Nacional (planta 1ª, en uno de los patios). Procede de las excavaciones de la factoría pesquera romana de Baelo Claudia (en Bolonia, Cádiz). Probablemente data del siglo I d.C, está construido en mármol blanco y debió adornar alguno de los edificios públicos de aquella población. Es un reloj solar esférico, está orientado al Sur y levemente calzado pues la latitud del lugar para el que se construyó no es exactamente la de Madrid. No tiene estilete, sino una pequeña apertura circular en el centro de su parte superior por la que entran los rayos solares provocando una mancha de luz sobre la superficie esférica. Ésta es una representación de la esfera

celeste en la que están grabados tres círculos paralelos: de abajo a arriba, el trópico de Cáncer (límite inferior del instrumento), el ecuador y el trópico de Capricornio. En los equinoccios, mientras el Sol aparentemente circula por el ecuador de la esfera celeste, la mancha de luz recorrerá el ecuador grabado en el mármol. En el solsticio de verano, con el Sol muy alto, la mancha de luz incidirá en la parte más baja de la superficie esférica y una situación inversa se produce en el solsticio de invierno. Las líneas horarias están dispuestas de forma que señalan las horas romanas. Éstas difieren de las nuestras pues dividían el tiempo transcurrido desde la salida del Sol hasta su puesta en doce intervalos iguales, para adaptar el ritmo de los trabajos diarios al periodo de luz. Por eso, en verano, al ser el día mucho más largo que la noche, las horas diurnas duraban más de una hora (y en cambio las nocturnas eran más cortas). Lo contrario sucede en invierno. Solo en los equinoccios las horas romanas eran equivalentes a las que usamos





Fig. 5.

actualmente.

La magnífica plaza de Santa Ana tiene en su lado Este el Teatro Español, en el Oeste un luminoso edificio que alberga un hotel (el clásico hotel Victoria) y en el Norte un escondido y pequeño cuadrante solar vertical (Fig. 5) de forma circular situado en la parte superior de un edificio (el nº 4 de dicha plaza) de principios del siglo XX que destaca por su altura. El estilete es una varilla sujeta a la pared mediante un mínimo triángulo metálico. No tiene líneas horarias sino, simplemente, puntos que señalan las horas desde las 9 de la mañana hasta las 3 de la tarde. A ambos lados del reloj sendas estatuas representan la Aurora y el Atar-decer. La fachada del edificio no encara exactamente al Sur, sino que está orientada un poco ( $5^\circ$ ) hacia el Este.

Situado en el nº 12 de la calle Miguel Servet, en una pared alta cercana a una típica corrala de las pocas que han sobrevivido, el reloj

solar vertical de la Fig 6 fue decorado con sobriedad en tonos tierra. El gnomon es una larga varilla metálica empotrada directamente y en el limbo se señalan las horas desde las 9 de la mañana hasta las 7 de la tarde, con números romanos como es habitual, mostrando una clara asimetría entre las líneas horarias antes o después del mediodía. La pared tiene una orientación Sureste, declinando a levante unos  $30^\circ$ , pero el reloj tiene un grave defecto de diseño pues las líneas horarias muestran una disposición que solo se corresponde con una orientación hacia poniente y no a levante. Si la pared mira al Sureste el Sol entrará en él pronto por las mañanas y debería tener, en la parte izquierda, señaladas las líneas horarias desde temprano, desde las 5 de la mañana, por ejemplo. En cambio por la tarde, y con esa orientación hacia el levante, pronto dejará de dar el Sol y las horas de la derecha (las vespertinas) deberían ser menos

Fig. 6.





Fig. 7.

y acabar pronto, quizá a las 4 de la tarde.

Al lado del mercado de San Fernando, en pleno barrio de Lavapiés, calle del Sombrerete nº 39 bis, nos encontramos el enorme reloj de Sol de la Fig. 7, con unas dimensiones de 10 m de ancho por 14 de alto que ocupa todo el espacio sin ventanas del edificio. Está pintado en la pared con mucha gracia. Es otro reloj

vertical declinante  $20^\circ$  a levante. El estilete es una simple varilla empotrada en la pared justo en la mano derecha de la mujer que sacude la ropa y las líneas horarias están correctamente dibujadas desde las 5 de la mañana hasta las 5 de la tarde, numeradas con dígitos arábigos. Destaca que el balcón y sus supuestas sombras están dibujadas en la pared por lo





Fig. 8.

que solo serán realistas a cierta hora de la mañana.

En la plaza que hay junto a la Puerta de Toledo, al lado del edificio circular de la biblioteca Pedro Salinas, encontraremos un magnífico conjunto (Fig. 8) diseñado por Juan José Caurcel y Alberto Corazón en 1988 y rehabilitado el año 2005. El gnomon (nº1 en la fotografía) es una gruesa pieza metálica triangular que sirve tanto para el ecuatorial anular (nº 2, similar al de Recoletos) como para el vertical (nº 3). Éste encara exactamente al Sur pero la línea de las 6 de la mañana – 6 de la tarde no es una recta horizontal sino levemente caída hacia la derecha porque se ha incorporado la corrección por longitud de forma que al pie del estilete se señalan las 12:15 y no las 12:00. En ese limbo vertical también aparecen las curvas correspondientes a las fechas, que para nuestras latitudes son siempre hipérbolas: la más alta es la del solsticio de invierno, la más baja la del de

verano y la central (que es una recta) la de los equinoccios; las intermedias van de mes en mes.

A ambos lados del anillo ecuatorial hay un reloj polar (nº 4) y otro ¡lunar! (nº 5). El limbo del polar es un rectángulo cuyo lado mayor es paralelo a la dirección Este – Oeste mientras que el menor lo es a la línea que apunta al polo Norte celeste. Su estilete es una pequeña lámina perpendicular al limbo con un escueto orificio en su borde superior y las líneas horarias no son rectas sino que tienen forma de S (el de la izquierda) o de S invertida (el de la derecha) de forma que evitan tener que hacer la corrección debida a la ecuación de tiempo.

Los relojes lunares utilizan el hecho de que la Luna se retrasa cada día unos 50 minutos respecto al Sol. El de la izquierda es útil en las fases crecientes y el de la derecha en las menguantes. Poste-





Fig. 9.

riormente se añadió un panel con la gráfica de la ecuación de tiempo colocada sobre un pedestal situado delante del conjunto.

La Colonia Salud y Ahorro creada durante la II República pasó a llamarse Colonia Moscardó durante el franquismo y, ahora, ha recuperado su nombre original. Se localiza en el barrio de Usera. Rehabilitada en la década de 1980 se

pensó en decorarla con relojes de Sol cuyo diseño fue encargado a Juan José Caurcel y Alberto Corazón. Hay un total de 17, todos ellos verticales. Merece la pena un paseo por la zona.

El de la Fig 9, dibujado en la fachada lateral de la calle Duquesa de Santoña 6 está en una pared orientada al Este – Sureste (declina  $67^{\circ}$  a levante). Por eso solo



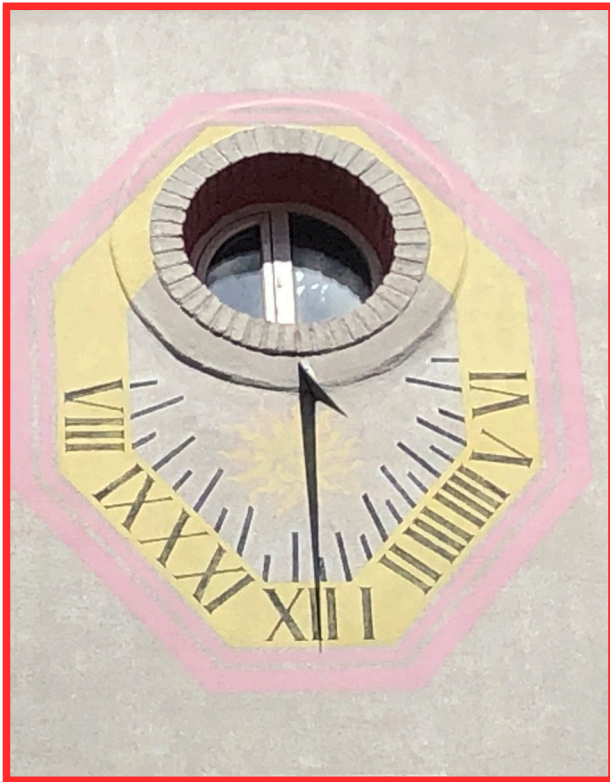


Fig. 10

aparecen las horas de la mañana. El gnomon es una plancha de aluminio con forma de trapecio. El de la Fig. 10, situado en C/ Gumersindo Azcárate 20, declina unos  $20^\circ$  a poniente.

El reloj de la Fig 11, de columna, está situado en la zona ajardinada central de la Escuela Superior de Ingenieros Agrónomos, a la entrada de la Ciudad Universitaria, entre la Avenida Complutense y la carretera de La Coruña (A-6). El gnomon es el borde superior de una lámina triangular metálica y las líneas horarias están marcadas en negro y numeradas sobre la superficie cilíndrica. Debido a ello las líneas horarias no son rectas sino arcos de elipse, puesto que son la intersección de una superficie cilíndrica con un plano (el que determinan el Sol y el gnomon, es decir un punto y una recta). Las líneas horarias están señaladas con números romanos, con la curiosidad de que la primera de la izquierda (que es la de las 7 de la mañana) figura por error con la marca IX. A la derecha la de las 4 de la tarde se indica como IIII en lugar del habitual IV.

Se ha tenido en cuenta la corrección por longitud. La única línea recta es la de color marrón con la señal HM en su parte inferior, que marca exactamente el mediodía solar. En ese momento el Sol está en el meridiano y el plano que determina junto con el borde superior del estilete contiene al eje del cilindro, por lo que su intersección es una recta. Pero el Sol pasa por el meridiano de Madrid unos 15 minutos después de hacerlo por el de Greenwich de forma que las líneas horarias señaladas nos indican la hora que marcaría un reloj de Sol que estuviera situado en el meridiano 0. Diseñado en 1984 por José Ramón Marcet Roig, Juan José Caurcel y Carlos Pereira incluye también un reloj horizontal: en el suelo hay unos poliedros (octaedros truncados o poliedros de Kelvin, con 14 caras, 8 hexágonos y 6 cuadrados) numerados y en lo alto del reloj de columna hay una esfera (el emblema de los ingenieros agrónomos). Cuando la sombra de la esfera incida sobre los poliedros podremos saber la hora solar. También resulta notable que los poliedros forman dos hipérbolas, una (la más alejada de la columna) es el recorrido que hace la sombra

Fig. 11



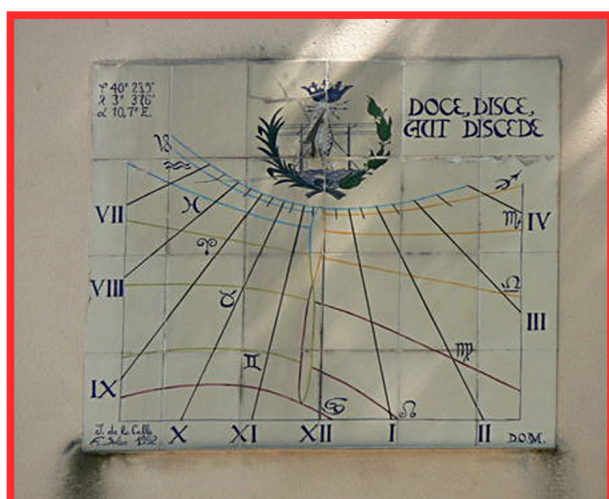


Fig. 12

de la esfera el 28 de enero, día de Santo Tomás de Aquino, patrón de los estudiantes de Ciencias, y la otra es la trayectoria el 15 de mayo, San Isidro Labrador, patrón de Madrid, en lugar de las clásicas hipérbolas de los días solsticiales.

Por último, en el Campus Sur de la UPM, entre la M-40 y la A-3, está la Escuela Universitaria de Ingenieros de Telecomunicación que ostenta en su exterior un delicado reloj de sol vertical (Fig. 12)

ligeramente declinante a Oriente unos  $10^\circ$ . Sus autores fueron Jesús de la Calle y F. Soler. Tiene dibujadas las líneas horarias, desde las siete de la mañana hasta las cuatro de la tarde, con pequeñas marcas para las medias horas. También incluye las hipérbolas mensuales con los signos del zodiaco y la analemma en la posición del mediodía verdadero (corregida la longitud, unos 15 minutos) así como el escudo de la escuela, la latitud, longitud y declinación de la pared y un lema: *Doce, disce aut discede* (Enseña, aprende o vete). Está dibujado sobre azulejos, de forma muy elegante, pero la sombra de los árboles próximos se proyecta sobre él.

#### Créditos de las fotografías:

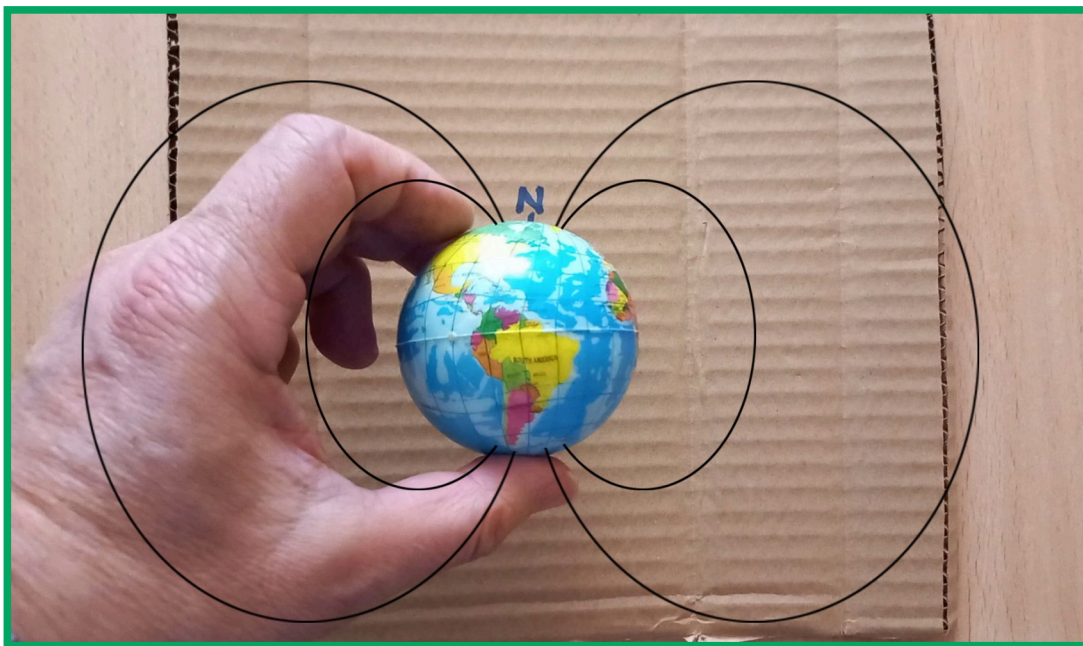
- 1, 3, 4, 6, 7 y 8: Antonio Arribas
- 2: [antiguoscafesdemadrid.blogspot.com.es](http://antiguoscafesdemadrid.blogspot.com.es)
- 5: Blog *Sacit Ámetam*
- 9, 10: M<sup>a</sup> Jesús Luelmo
- 11: [commons.wikipedia.org](http://commons.wikipedia.org)
- 12: Luis E. Vadillo (AARS)



## ¿CÓMO DE FUERTE ES EL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE?



Ricardo Moreno Luquero



El hombre no supo que existía el campo magnético terrestre hasta que descubrió la brújula. Todavía hoy, si le preguntamos a cualquier persona cómo puede detectarlo fácilmente en su casa, sin un aparato medidor de campo magnético, probablemente nos hablará solo de la brújula. Y la idea que nos transmite este artificio es que el campo magnético terrestre debe ser muy débil, ya que necesitamos algo muy sensible, como es una aguja muy ligera, apoyada en un punto en tembloroso equilibrio para que haya el menor rozamiento posible, y encerrada en una cajita para protegerla del viento. Y la realidad es que no es así, como veremos en este artículo.

### ¿PUEDE MOVER EL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE OBJETOS PESADOS?

Un día pensé si el campo magnético terrestre podría mover objetos más pesados que la ligera aguja de la brújula. Estaría muy bien, experimentar que estamos inmersos en el campo magnético que influye y mueve cosas a nuestro alrededor.

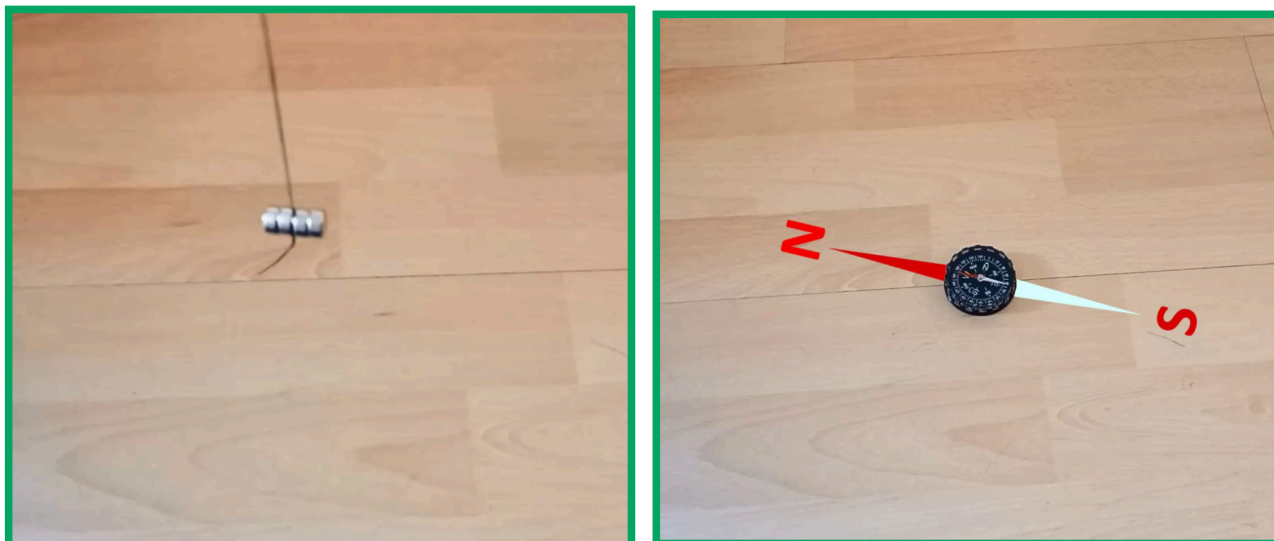


Fig. 1. Conjunto de 4 imanes pequeños de neodimio, colgados de un hilo, quedan atrapados en las líneas del campo magnético terrestre, y no giran aunque nosotros giremos el hilo del que cuelgan.

En un Taller de ApEA ví cómo un grupo de 4 pequeños imanes de neodimio circulares, colgados de un hilo, quedaban atrapados en las líneas magnéticas terrestres y no giraban aunque yo girara el hilo (Fig. 1). Me resultó sorprendente. Desde luego, el campo magnético terrestre movía algo más pesado que la aguja de la brújula.

Otro día, trabajando en mi mesa con un imán circular más grande, del tamaño de una moneda de euro, observé con sorpresa que, al ponerlo de canto, si se ponía en cualquier posición, se giraba sólo hasta orientarse con las caras en dirección N-S (Fig. 2). Como el rozamiento en el apoyo con la mesa es pequeño, el campo magnético terrestre conseguía moverlo. De hecho, si lo haces rodar sobre la mesa o en el suelo, en una dirección cualquiera, no va en línea recta, la trayectoria cambia enseguida hasta moverse en dirección E-O, para alinear sus caras N-S con el campo magnético terrestre.

Eso ocurre tanto con imanes circulares de ferrita como con los de neodimio. Si son muy finos, conviene hacerlo con 2 imanes juntos.

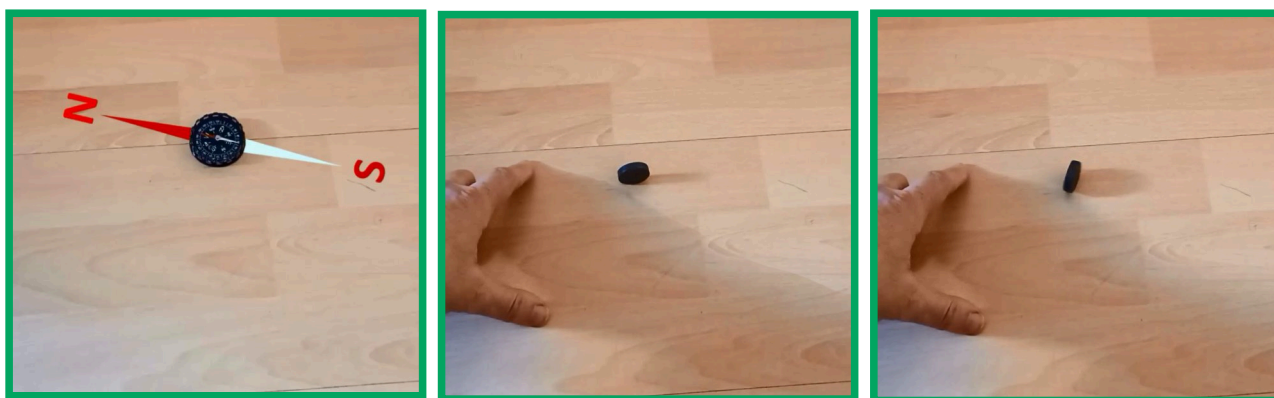


Fig. 2. Un imán de canto se gira espontáneamente, hasta alinear sus caras con la dirección N-S del campo magnético terrestre.

### MODELO DEL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

Primero podemos hacer un modelo del campo que tiene la Tierra. Lo ideal sería un imán esférico, pero no los hay en los proveedores habituales. Tendremos que hacerlo entonces con un imán cilíndrico formado a su vez de varios imanes más pequeños (Fig. 3). Lo situamos dentro de una esfera de plástico, de las que se venden en los bazares. Para que no se mueva el imán, y para que se parezca más a la Tierra, podemos poner dentro una servilleta de papel arrugada, envolviendo al imán.

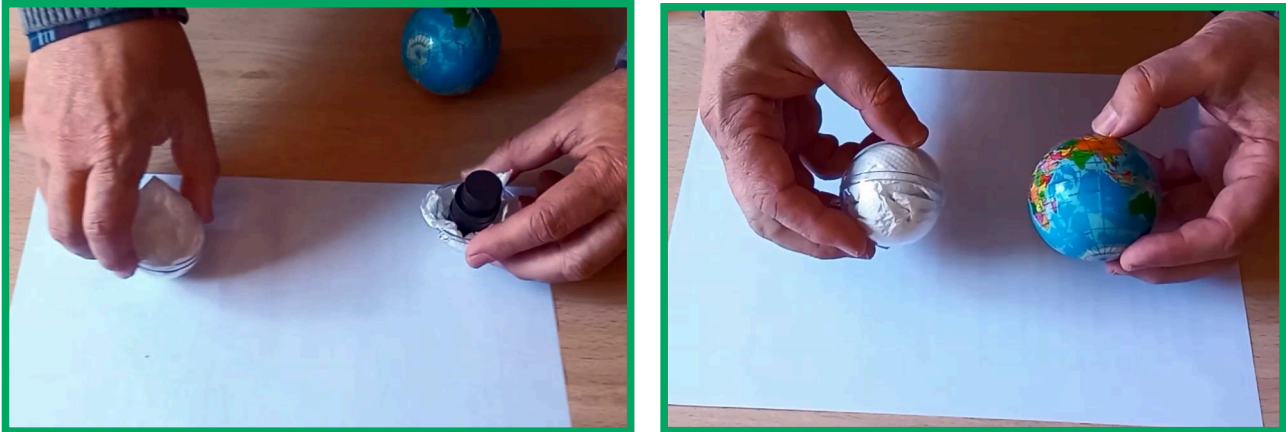


Fig. 3. Imán cilíndrico, envuelto en un papel, dentro de la esfera de plástico, como modelo del campo magnético terrestre.

Con la ayuda de una brújula, podemos recorrer los alrededores, y veremos cómo la aguja siempre es tangente a las llamadas líneas de campo (Fig. 4).

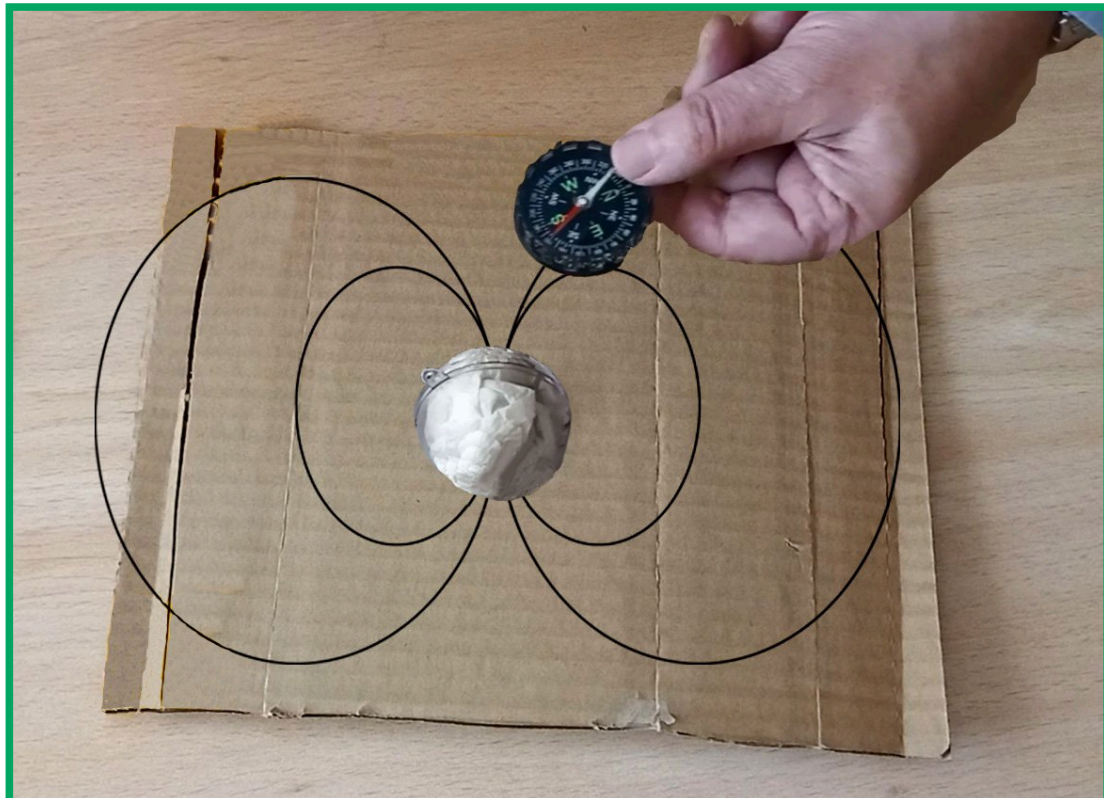


Fig. 4. Recorriendo las líneas de campo con una brújula.



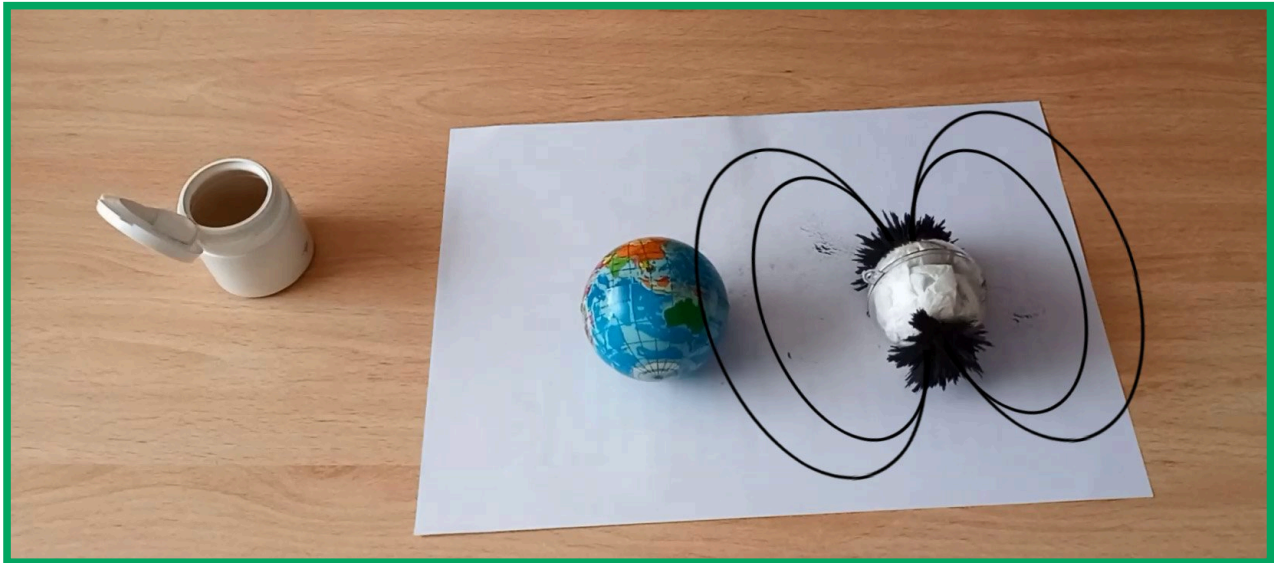


Fig. 5. Usando limaduras de hierro, se visualizan especialmente los polos, donde se forman las auroras.

También podemos usar limaduras de hierro, que se concentrarán en los polos, visualizando de alguna forma las auroras polares (Fig. 5). Pero debemos tener cuidado para que las limaduras nunca entren en contacto directamente con los imanes, pues es casi imposible despegarlas después.

## CONCLUSIÓN

El campo magnético terrestre en la superficie terrestre tiene un valor que varía según la posición en la que estemos, entre 25 y 65  $\mu\text{T}$  (microteslas). ¿Es mucho o es poco? Depende de con qué lo comparemos, pero desde luego es más fuerte de lo que nos puede parecer al observar una brújula, que nos parece tan sensible. Lo que realmente es muy débil es el campo magnético de la aguja de la brújula. Si trabajamos con imanes más potentes, como hemos hecho en este artículo, el campo magnético terrestre les puede afectar lo suficiente como para influir en su movimiento.

## CÚMULOS ESTELARES ABIERTOS - III



Joaquín Álvaro



NGC 2682 – M67 – Cúmulo estelar abierto situado a 2.900 a-l, compuesto por unas 1.000 estrellas con una edad estimada de 3.600 millones de años. Imagen de Aladin.

El procedimiento seguido en el artículo anterior para caracterizar cúmulos estelares abiertos es un proceso supervisado y parametrizado, con todos los condicionantes que esto conlleva y que, como veíamos entonces, implica una cierta dosis de artesanía mezclada con alguna experiencia previa y/o conocimiento del OC.

En esta última entrega haremos uso de una nueva herramienta que ayudará bastante en las etapas iniciales del análisis. Se trata de Clusterix 2.0 : “A Virtual Observatory tool to estimate cluster membership probability”. Se define como una herramienta interactiva, (vía navegador web), y no parametrizada, para la determinación de las probabilidades de ser miembros (estrellas) pertenecientes a un cúmulo estelar, basada en los datos sobre movimientos propios.

## I Parte.-

Acceso: <http://clusterix.cab.inta-csic.es/clusterix/>



# Clusterix 2.0

*Clusterix 2.0 is an interactive web-based application to calculate the grouping probability of a list of objects using proper motions and the non parametric method in the approach described in [Balaguer-Nuñez et al \(2020\)](#). It also allows the possibility of gathering physical parameters (parallaxes, radial velocities, proper motions,...) from Vizier and estimating effective temperatures, surface gravities and metallicities using [VOSA](#).*

An step-by-step example on how to use Clusterix can be found [here](#)

NOTE: When working with Clusterix, it is recommendable to clear cache to avoid caching problems. Clusterix has been tested in  
in  
Chrome (109.0.5414.74) and Firefox (109.0)

## Step 1/3: Information gathering (coordinates and physical parameters)

### Search by Id

ID

Radius  deg

Catalogue GAIA/EDR3

RUWE ?  $\leq$

Magnitude limits (min/max)

$\leq$  G  $\leq$

### Search by Coordinates

RAJ2000(deg),DEJ2000(deg)

Radius  arcmin

Catalogue GAIA/EDR3

RUWE ?  $\leq$

Magnitude limits (min/max)

$\leq$  G  $\leq$

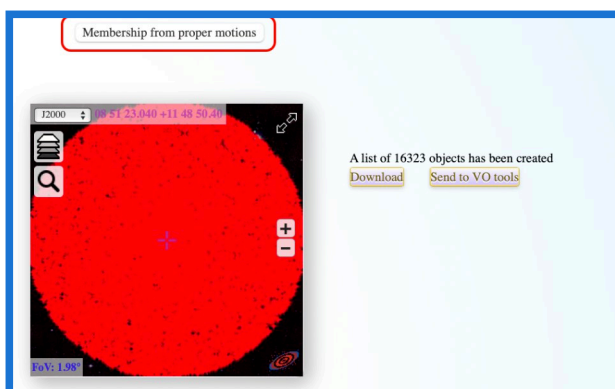


Fig. 1 – Izquierda, pantalla inicial de búsqueda. Arriba, resultado de la búsqueda.

La pantalla inicial (fig. 1) nos pide la región del cielo que se quiere explorar con dos opciones: búsqueda por coordenadas, o búsqueda por el nombre del objeto (entiéndase OC). En ambos casos hay que especificar el radio o anchura del cono angular centrado en las coordenadas del objeto de interés. También se puede seleccionar el catálogo al que se quiere acceder, (utilizaremos aquí GAIA/EDR3) y, por defecto, se asume el parámetro RUWE 1.4, para descartar objetos extensos –sólo nos interesan estrellas–. Igualmente se pueden acotar las búsqueda poniendo límites (min/máx) en los valores de la magnitud fotométrica.



En el ejemplo que vamos a desarrollar nos centraremos en el cúmulo NGC 2682 (M 67), imagen de portada. En el formulario de búsqueda pondremos ID: M67 y el radio de apertura: 1º (60 arcmin) . Una vez activado el botón de búsqueda, Clusterix nos devuelve el número de estrellas encontradas en este campo centrado en las coordenadas del mismo, (fig. 1 derecha). En este caso son 16.323.

Ahora podemos pasar al paso 2 pinchando en el botón ‘miembros por movimientos propios’, (recuadrado en rojo en la imagen). Y aquí, a pesar de que Clusterix se considera un procedimiento no parametrizado, vemos que aún debemos establecer algunos criterios de trabajo dando ciertos valores a una serie de campos, (fig. 2).

El bloque remarcado por ‘1’ en la figura 2 es clave para iniciar el proceso de análisis de frecuencias sobre movimientos propios en los objetos catalogados. En este momento hay que definir tres áreas y escribir en los tres campos a rellenar tres parámetros separados por ‘comas’ y finalizando en cada caso con ‘punto y coma’. Estos parámetros son: 1) ascensión recta (en grados), 2) declinación (también en grados y 3) radio de apertura (igualmente en grados).

En los tres casos, la ascensión recta y declinación tienen los mismos valores y corresponden al centro del campo de visión a analizar. Esto significa que debemos conocer cuáles son estas coordenadas previamente, (en este caso para M67). Por esta razón, ya que finalmente es necesario, es siempre preferible optar por hacer la selección en el ‘paso 1’ a partir de la ventana de búsqueda ‘por coordenadas’ recurriendo bien al fichero de Vizier o al atlas Aladin, por ejemplo.

Fig. 2 – Clusterix 2.0 - paso 2/3.

[1] Micro-curso sobre TOPCAT del SVO (en español): <https://www.youtube.com/watch?v=IJ3qeliOOGY>

[2] Micro-curso sobre Aladin del SVO (en español): <https://www.youtube.com/watch?v=Ajro94X7kUc&t=2498s>

El tercero de los valores (radio de apertura) en cada caso es diferente. Estos radios definen tres áreas cuyo significado, por orden, es: a) área donde se presume que está contenido el cúmulo, b) área vacía que se excluye del análisis de frecuencias para evitar contaminación si todavía contuviera estrellas marginales del cúmulo, y c) área del campo del cielo donde ya no se esperan estrellas del cúmulo y que servirá de referencia a Clusterix para el cálculo de frecuencias. Como se puede ver en la parte derecha de la figura 2, cada uno de estos radios da lugar al círculo correspondiente a las respectivas áreas, (azul, blanco y verde), que se van dibujando a medida que se rellenan los valores del bloque 1.

Esta definición de áreas es crítica. Si no se hace correctamente, los resultados pueden no ser efectivos y habría que hacer sucesivos intentos probando con valores de radios distintos, especialmente el que marca la diferencia entre el primer círculo y el segundo. El tercero, (verde), normalmente será el límite del campo con objetos determinado en el paso 1, en nuestro ejemplo 1º.

En el bloque 2 (fig. 2) se puede ajustar aún el valor de algunos parámetros, restringiendo algunos límites como los relativos a los movimientos propios y magnitudes. Por defecto el campo threshold se sitúa en 3.0, pero puede cambiarse por otros como 5, 6, 7 .... Las ayudas (?) son contextuales y ofrecen alguna información adicional.

Finalmente se puede también decidir sobre el tamaño de la matriz de trabajo ('4' en la fig. 2), eligiendo entre una resolución estándar (Normal) o de alta precisión (Hight precision).

Completados estos requerimientos Clusterix inicia por su cuenta el análisis y en breves segundos presenta resultados:

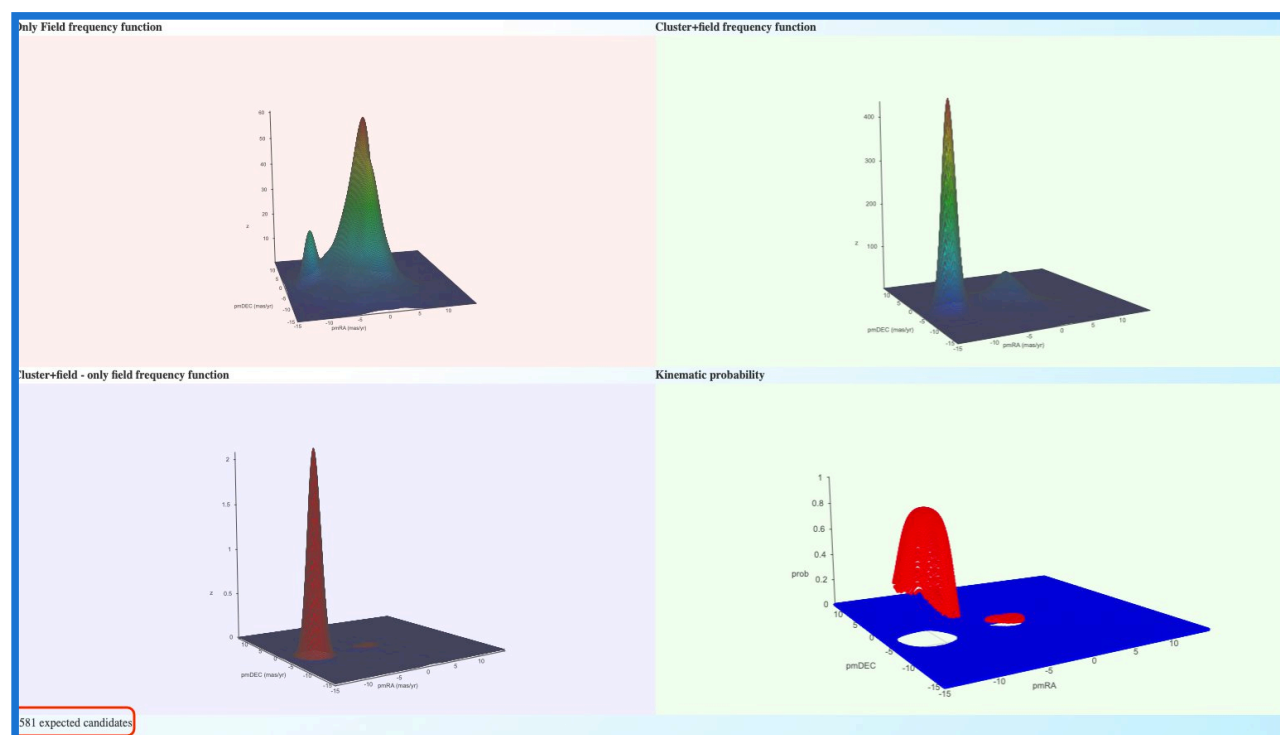


Fig. 3 – gráficos de resultados del análisis de frecuencias.

Estas cuatro ventanas son independientes y, en todas ellas, puede ser cambiada la perspectiva y/o tamaño con el movimiento del ratón presionado sobre ellas. La que más nos interesa es la de abajo/derecha, que presenta un campo de probabilidad asociado a cada una de las estrellas del conjunto inicial. Esto significa que se han encontrado correlaciones sobre movimientos propios, que es lo que se buscaba. Si este campo de probabilidad no aparece, o resultara poco significativo a simple vista, habría que volver a redefinir las áreas de análisis y, tal vez, algunos otros parámetros.

En la esquina inferior izquierda, Clusterix nos indica un número de miembros estimado para el cúmulo después del análisis. En este caso, 1.581 estrellas.

Si damos por buena la aproximación atendiendo a los resultados nítidos de un campo de probabilidad bien localizado, pasaríamos al 'paso 3' pinchando sobre el botón correspondiente: marcado con '5' en la figura 2. Esto nos lleva a una nueva ventana donde se presenta un resumen del flujo de trabajo seguido y los 50 primeros objetos, en formato tabla, ordenados por el valor del campo PROB (probabilidad). Ver figura 4.

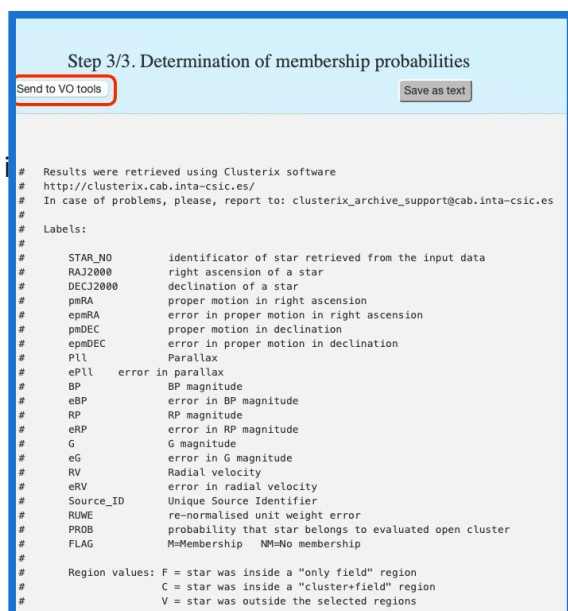


Fig. 4 – recorte de la pantalla del paso 3/3.

En este punto podemos guardar esta información y la tabla de objetos en formato texto, pero es más interesante enviar los datos a las herramientas ya conocidas, TOPCAT y Aladin, mediante el botón remarcado en la imagen.

Como ya sabemos, antes de hacerlo se deben abrir ambas aplicaciones y ya después se hace el envío desde Clusterix. Todo lo que sigue lo haremos sobre TOPCAT y Aladin, igual que se describió en el segundo artículo de la serie.

Si todo ha funcionado correctamente, nos encontramos de nuevo con una tabla que se trabajará con TOPCAT, (fig. 5), y en la que, de entrada, podemos ver que está compuesta por los 16.323 objetos iniciales.

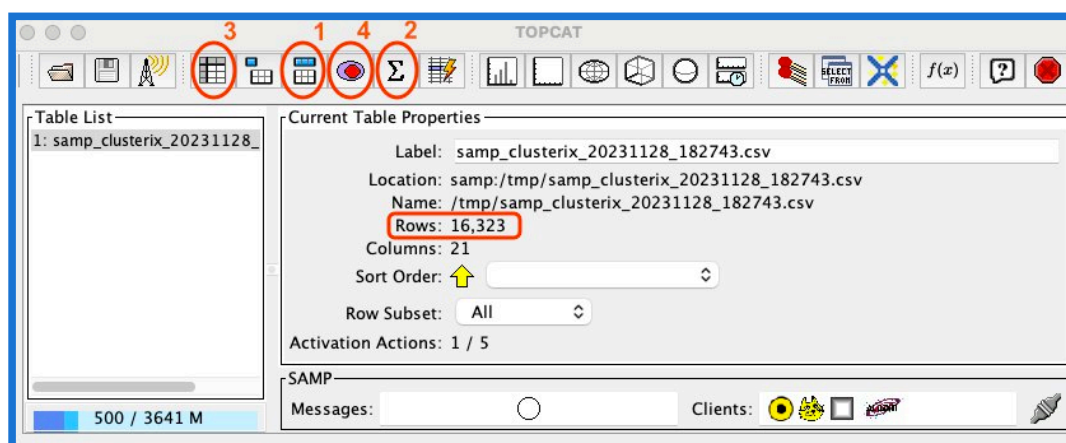


Fig. 5 – tabla incorporada a TOPCAT desde Clusterix



Bueno ..., y ¿dónde están los 1.581 objetos propuestos por Clusterix como potenciales miembros del cúmulo?

Si analizamos el contenido de la tabla transferida, (botón 1 – fig. 5), podemos ver que a los datos recuperados de GAIA se ha añadido un nuevo campo: PROB, que es el que ha calculado Clusterix para cada objeto (fig. 6a). Igualmente, con el botón 2 (fig. 5), se puede explorar la estadística de los diferentes campos de la tabla. Para el campo ‘PROB’ hay un valor máximo de 0.85494 y un mínimo de 0., con una media de 0.11527, (fig. 6b). Podemos explorar el contenido real de la tabla a través del botón 3 (fig. 5). Estos datos están ordenados por el valor de PROB de mayor a menor, y se puede constatar que los 1.581 objetos seleccionados por Clusterix tienen todos un valor PROB > 0.843, (fig. 7)<sup>[3]</sup>.

Table Columns for 1: samp\_clusterix\_20231128\_182743.csv

| Index | Visible | Name              | SIID | Class     | Description     | Datatype | NULL VALUE    |
|-------|---------|-------------------|------|-----------|-----------------|----------|---------------|
| 0     |         | Index             | \$0  | Long      | Table row index | short    | -32768        |
| 1     |         | STAR_NO           | \$1  | Short     |                 | double   |               |
| 2     |         | RAJ2000           | \$2  | Double    |                 | double   |               |
| 3     |         | DECJ2000          | \$3  | Double    |                 | double   |               |
| 4     |         | RA_PM             | \$4  | Float     |                 | float    |               |
| 5     |         | eRA_PM            | \$5  | Float     |                 | float    |               |
| 6     |         | DEC_PM            | \$6  | Float     |                 | float    |               |
| 7     |         | eDEC_PM           | \$7  | Float     |                 | float    |               |
| 8     |         | PLL               | \$8  | Float     |                 | float    |               |
| 9     |         | ePLL              | \$9  | Float     |                 | float    |               |
| 10    |         | BP                | \$10 | Float     |                 | float    |               |
| 11    |         | eBP               | \$11 | Double    |                 | double   |               |
| 12    |         | RP                | \$12 | Float     |                 | float    |               |
| 13    |         | eRP               | \$13 | Double    |                 | double   |               |
| 14    |         | Gmag              | \$14 | Float     |                 | float    |               |
| 15    |         | eGmag             | \$15 | Double    |                 | double   |               |
| 16    |         | RV                | \$16 | Float     |                 | float    |               |
| 17    |         | eRV               | \$17 | Float     |                 | float    |               |
| 18    |         | GAIAID2_SOURCE_ID | \$18 | Long      |                 | long     | -922337203685 |
| 19    |         | PROB              | \$19 | Double    |                 | double   |               |
| 20    |         | FLAG              | \$20 | String    |                 | char     |               |
| 21    |         | Region            | \$21 | Character |                 | char     |               |

Fig. 6a – contenido

Row Statistics for 1: samp\_clusterix\_20231128\_182743.csv

| Name              | Mean        | SD         | Minimum            | Maximum    |
|-------------------|-------------|------------|--------------------|------------|
| STAR_NO           | 8162.       | 4712.04    | 1                  | 16323      |
| RAJ2000           | 132.82695   | 0.488785   | 131.82461          | 133.86379  |
| DECJ2000          | 11.80825    | 0.482003   | 10.81515           | 12.813     |
| RA_PM             | -4.17171    | 9.5476     | -229.438           | 163.074    |
| eRA_PM            | 0.45499     | 0.530091   | 0.013              | 3.28       |
| DEC_PM            | -4.84092    | 9.96686    | -387.849           | 111.493    |
| eDEC_PM           | 0.32137     | 0.37015    | 0.01               | 2.726      |
| PLL               | 0.92472     | 1.24862    | -6.1096            | 25.461     |
| ePLL              | 0.41349     | 0.462695   | 0.0121             | 3.5925     |
| BP                | 18.98415    | 2.28812    | 6.92644            | 22.7605    |
| eBP               | 0.06465     | 0.063721   | 0.0028             | 1.51276    |
| RP                | 17.48061    | 2.04352    | 4.49649            | 21.0746    |
| eRP               | 0.03038     | 0.036145   | 0.00378            | 1.23897    |
| Gmag              | 18.31524    | 2.16497    | 5.63165            | 21.0078    |
| eGmag             | 0.00433     | 0.002116   | 0.00276            | 0.0284     |
| RV                | 24.47854    | 28.5746    | -47.62             | 153.59     |
| eRV               | 1.34876     | 1.95143    | 0.14               | 16.99      |
| GAIAID2_SOURCE_ID | 6.033799E17 | 3.14182E15 | 598613540781594752 | 6081442836 |
| PROB              | 0.11527     | 0.279764   | 0.                 | 0.85494    |
| FLAG              |             |            | M                  | NM         |

Subset for calculations: All

Fig. 6b – resumen estadístico

Table Browser for 1: samp\_clusterix\_20231128\_182743.csv

|      | eGmag   | RV | eRV | GAIAID2_SOURCE_ID  | PROB    | FLAG | Region |
|------|---------|----|-----|--------------------|---------|------|--------|
| 1569 | 0.00293 |    |     | 604968133874491392 | 0.84422 | M    | C      |
| 1570 | 0.00538 |    |     | 605026030034504576 | 0.84422 | M    | F      |
| 1571 | 0.00276 |    |     | 604918522708195584 | 0.84397 | M    | C      |
| 1572 | 0.00276 |    |     | 604933400474853248 | 0.84347 | M    | V      |
| 1573 | 0.00511 |    |     | 604910924910708224 | 0.84347 | M    | C      |
| 1574 | 0.0029  |    |     | 604898246166933504 | 0.84336 | M    | C      |
| 1575 | 0.00281 |    |     | 604971466769552128 | 0.84329 | M    | C      |
| 1576 | 0.00534 |    |     | 598887770148211584 | 0.84318 | M    | V      |
| 1577 | 0.00424 |    |     | 604731807594113408 | 0.84306 | M    | V      |
| 1578 | 0.00538 |    |     | 604928036059785088 | 0.84306 | M    | V      |
| 1579 | 0.00431 |    |     | 601970388436281984 | 0.84301 | M    | F      |
| 1580 | 0.00345 |    |     | 604906531159506304 | 0.84301 | M    | C      |
| 1581 | 0.00417 |    |     | 604695012608940672 | 0.84301 | M    | V      |
| 1582 | 0.00498 |    |     | 604897902569851264 | 0.84292 | M    | C      |
| 1583 | 0.00415 |    |     | 604687453466527744 | 0.84292 | M    | F      |
| 1584 | 0.00946 |    |     | 604963941987041280 | 0.84292 | M    | C      |
| 1585 | 0.00311 |    |     | 604702571751893760 | 0.8429  | M    | C      |
| 1586 | 0.00517 |    |     | 608016254984805504 | 0.8429  | M    | F      |
| 1587 | 0.00323 |    |     | 604682643103730432 | 0.8429  | M    | F      |
| 1588 | 0.00478 |    |     | 598674220084691200 | 0.84285 | M    | F      |

Total: 16,323 Visible: 16,323 Selected: 0

Fig. 7 – datos de la tabla

[3] En muchos otros casos la proyección de probabilidades de Clusterix no es tan clara. En esa situación una buena aproximación puede ser tomar los objetos cuya probabilidad esté por encima de la media.

## II Parte.-

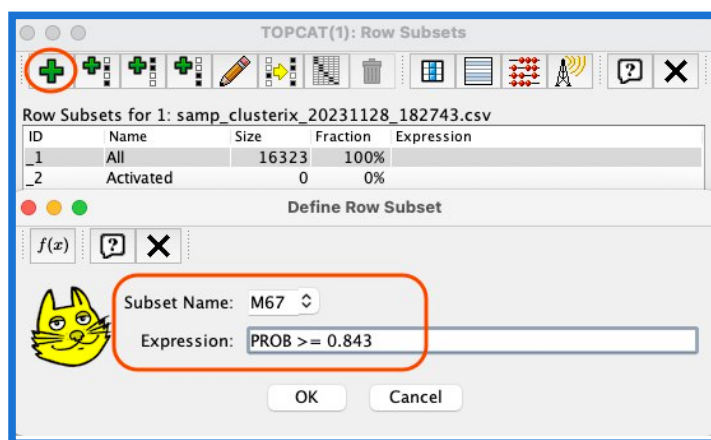


Fig. 8 – se crea el subconjunto M67.

A partir de aquí trabajaremos el resultado final con TOPCAT siguiendo los pasos ya vistos en el artículo 2. Lo primero que debemos hacer es definir el subconjunto con los 1.581 objetos propuestos por Clusterix. Para ello creamos un nuevo dataset con el botón 4, (fig. 5).

Hecho esto, lo representamos en el espacio de movimientos propios. (Figura 9a). Y después vemos el histograma de paralajes, (figura 9b).

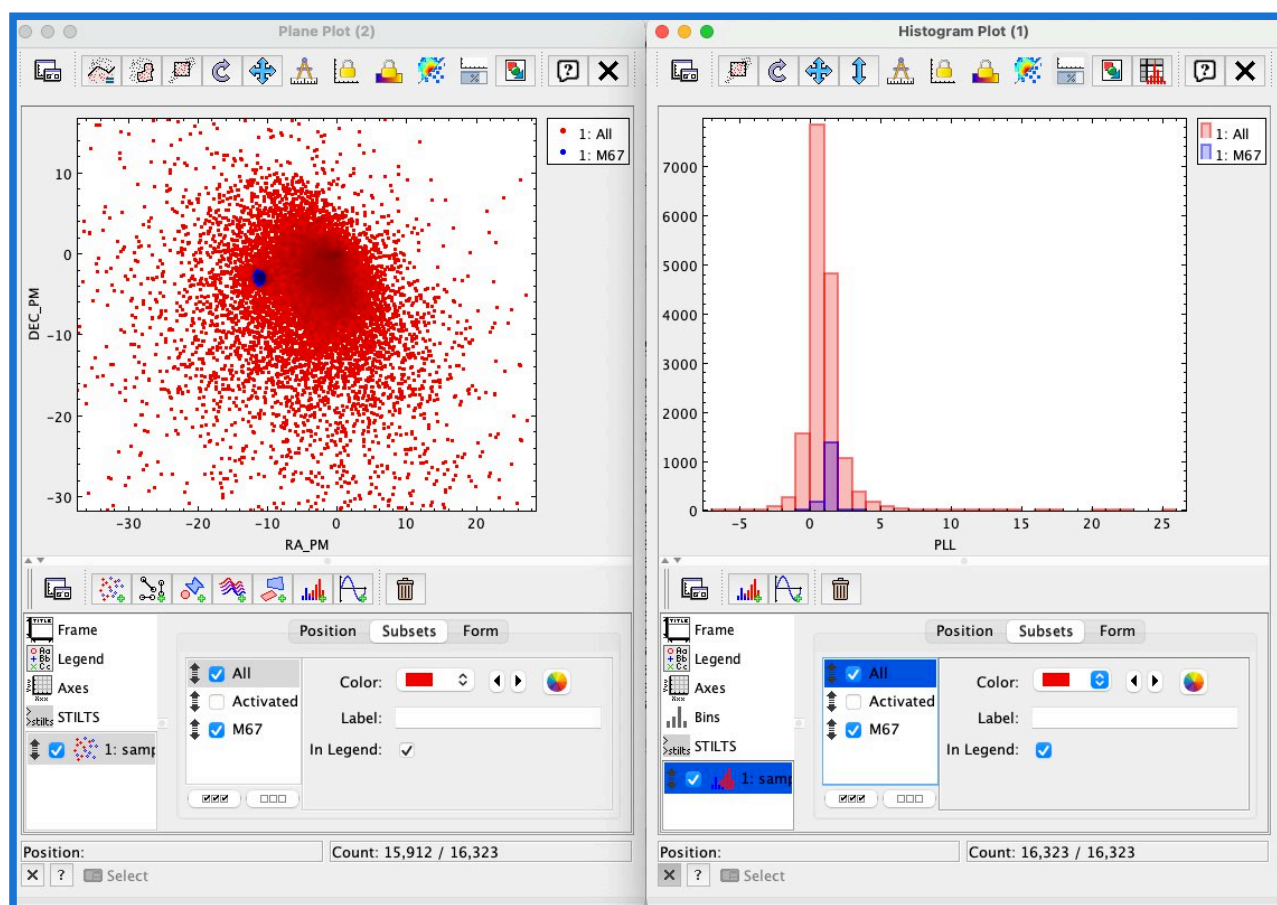
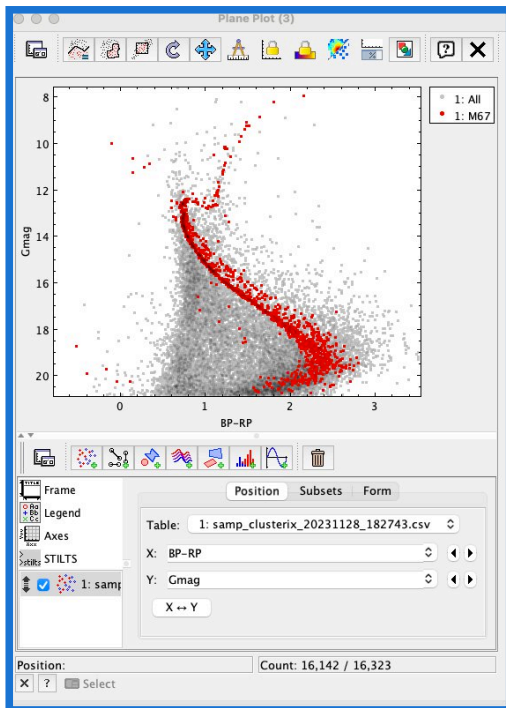


Fig. 9a – movimientos propios

Fig. 9b – histograma de paralajes

En la figura 9a vemos localizada la sobre-densidad atribuida al cúmulo M67, que sin la ayuda de Clusterix hubiéramos tenido que ‘recortar a mano’. En la imagen de la derecha (fig. 9b) se aprecia también la contribución de las estrellas del cúmulo en la forma del histograma de ‘paralajes’. El paralaje está directamente relacionado con la distancia de los objetos analizados:  $d=1000/\text{parallax}$  (recuérdese que el paralaje viene expresado en milisegundos de año por año, lo que nos da distancias en parsecs). No tienen sentido por tanto los valores negativos que aparecen en el histograma. Se deben a datos erróneos que habría que descartar.



Ya podemos representar el diagrama ‘exceso de color’ frente a ‘magnitud fotométrica’ y con esto habríamos terminado la caracterización del cúmulo, (fig. 10).

Fig. 10 – diagrama color/magnitud.

En este diagrama se aprecia claramente el perfil del cúmulo con la mayoría de las estrellas en la secuencia principal y un punto de inflexión nítido con estrellas que derivan hacia la región de gigantes rojas. Sin embargo también resulta evidente una cierta cantidad de ruido que hace aconsejable refinar un poco las condiciones de la caracterización de M67.

Para ello crearemos un nuevo filtro restringiendo las estrellas con paralaje a sólo una distancia de 1 sigma a uno y otro lado del valor medio del subconjunto M67, (fig. 11).

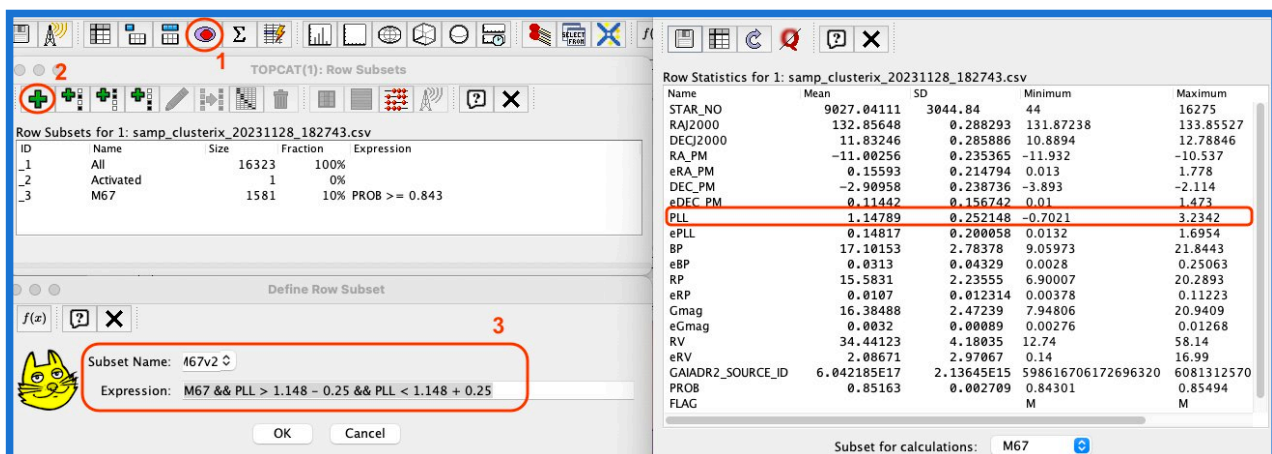
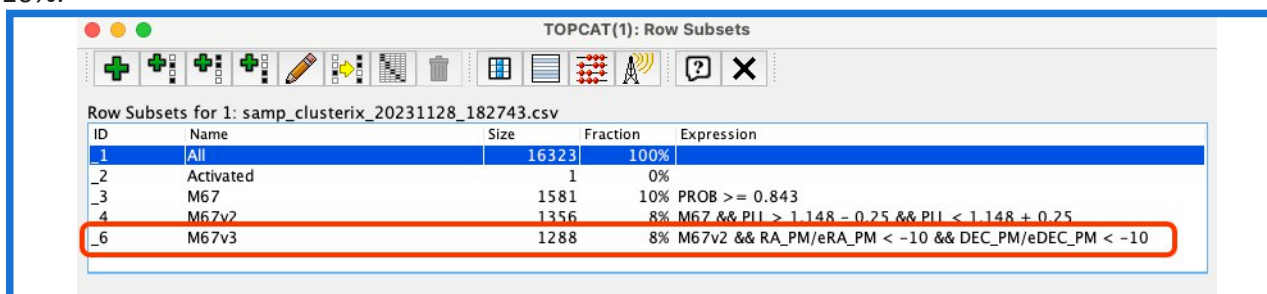


Fig. 11 – se crea un nuevo dataset (M67v2) con la ayuda del sumario estadístico para M67 restringiendo los valores del campo PLL (paralaje) a  $\pm 1$  del valor medio.



Pero ya puestos, también podemos ser un poco más estrictos y eliminar del último subconjunto los objetos con un error relativo en los valores de movimientos propios superior al 10%.



| ID | Name      | Size  | Fraction | Expression                                          |
|----|-----------|-------|----------|-----------------------------------------------------|
| 1  | All       | 16323 | 100%     |                                                     |
| 2  | Activated | 1     | 0%       |                                                     |
| 3  | M67       | 1581  | 10%      | PROB >= 0.843                                       |
| 4  | M67v2     | 1356  | 8%       | M67 && PII > 1.148 - 0.25 && PII < 1.148 + 0.25     |
| 6  | M67v3     | 1288  | 8%       | M67v2 && RA_PM/eRA_PM < -10 && DEC_PM/eDEC_PM < -10 |

Fig. 12 – filtro para un nuevo dataset (M67v3) donde se restringe la pertenencia al cúmulo a sólo los objetos con un error relativo en movimientos propios menor del 10%. (El signo '-' se debe a que los valores de RA\_PM y DEC\_PM son negativos).

Así, finalmente, se tendría para M67:

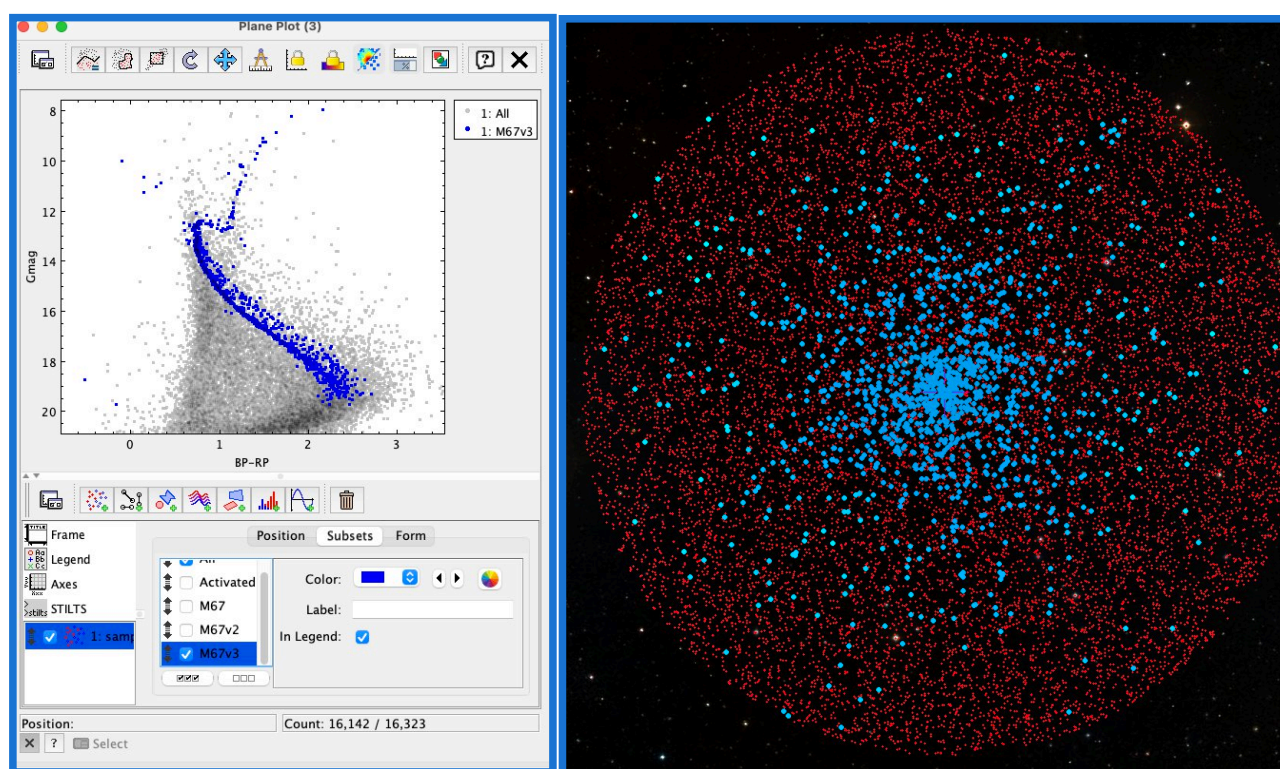


Fig. 13. M67 versión 3. Diagrama color/magnitud y representación del cúmulo en Aladin (azul) frente a las estrellas de fondo (rojo).

Para terminar se propone realizar un nuevo ejercicio con el cúmulo NGC 2516, de coordenadas AR = 119.52° y DEC = -60.75°, y un radio de 90 arcmin.

Se recomienda utilizar los radios de apertura 0.7°, 1.2° y 1.5° respectivamente en Clusterix.



Fig. 14 – NGC 2516 – [ Aladin ].

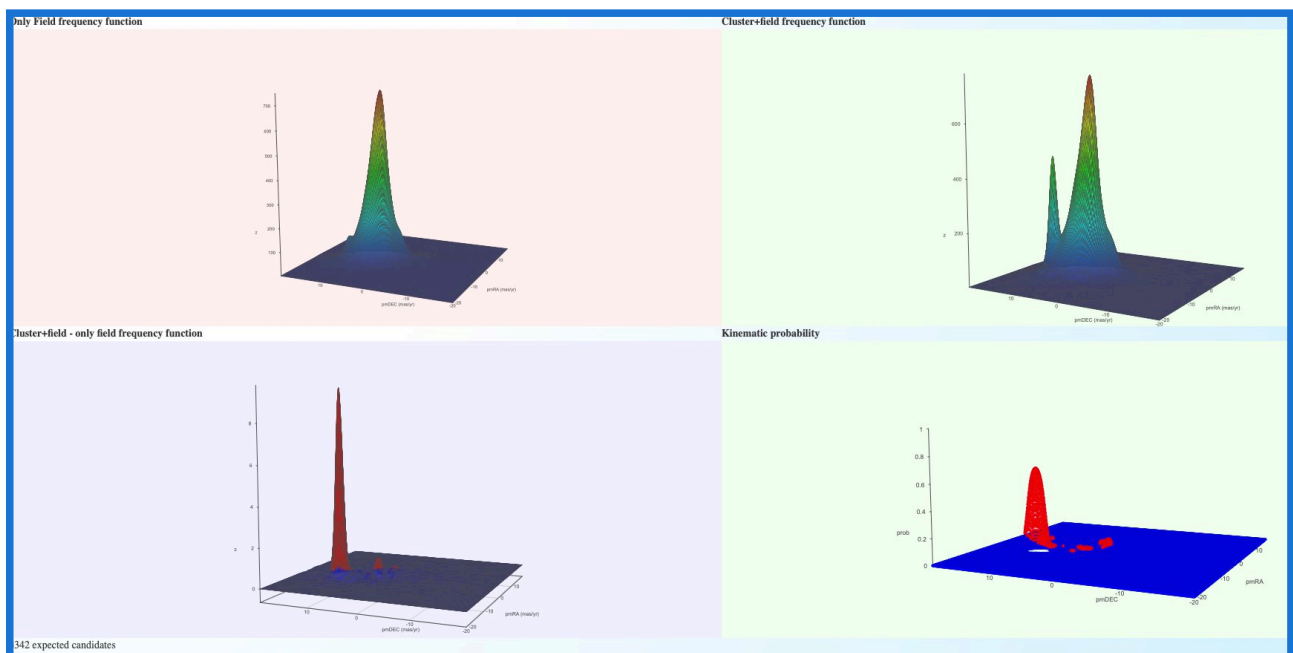


Fig. 15 – NGC 2516 – Análisis de frecuencias en Clusterix.



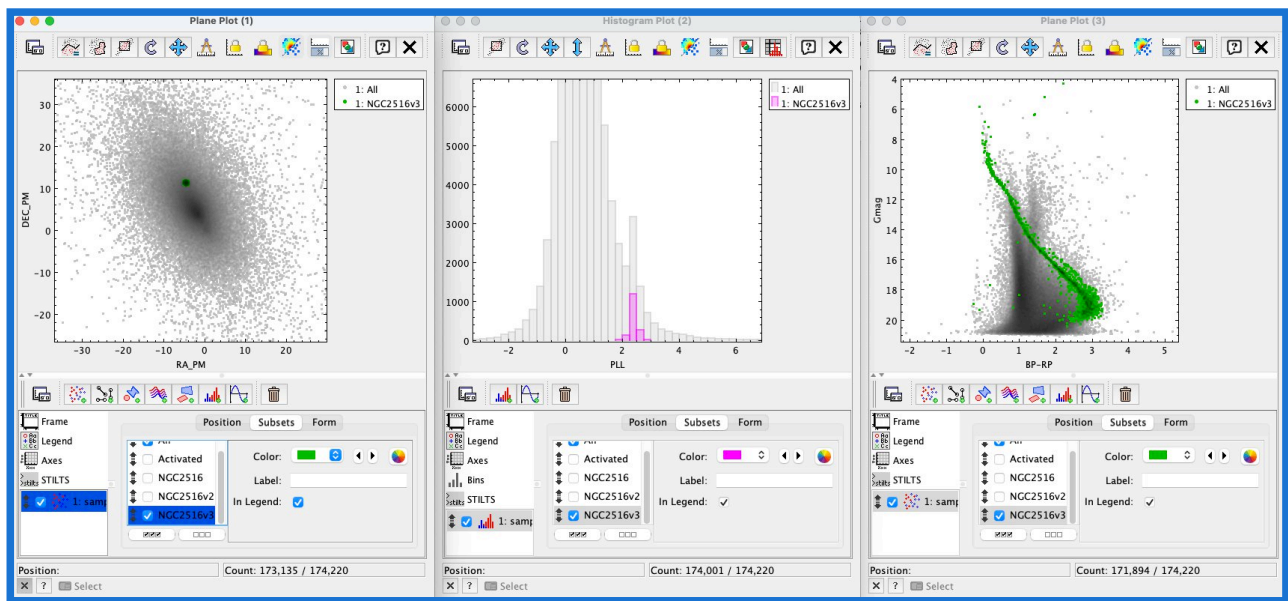


Fig. 16 – NGC 2516 – filtrado y optimizado en TOPCAT.

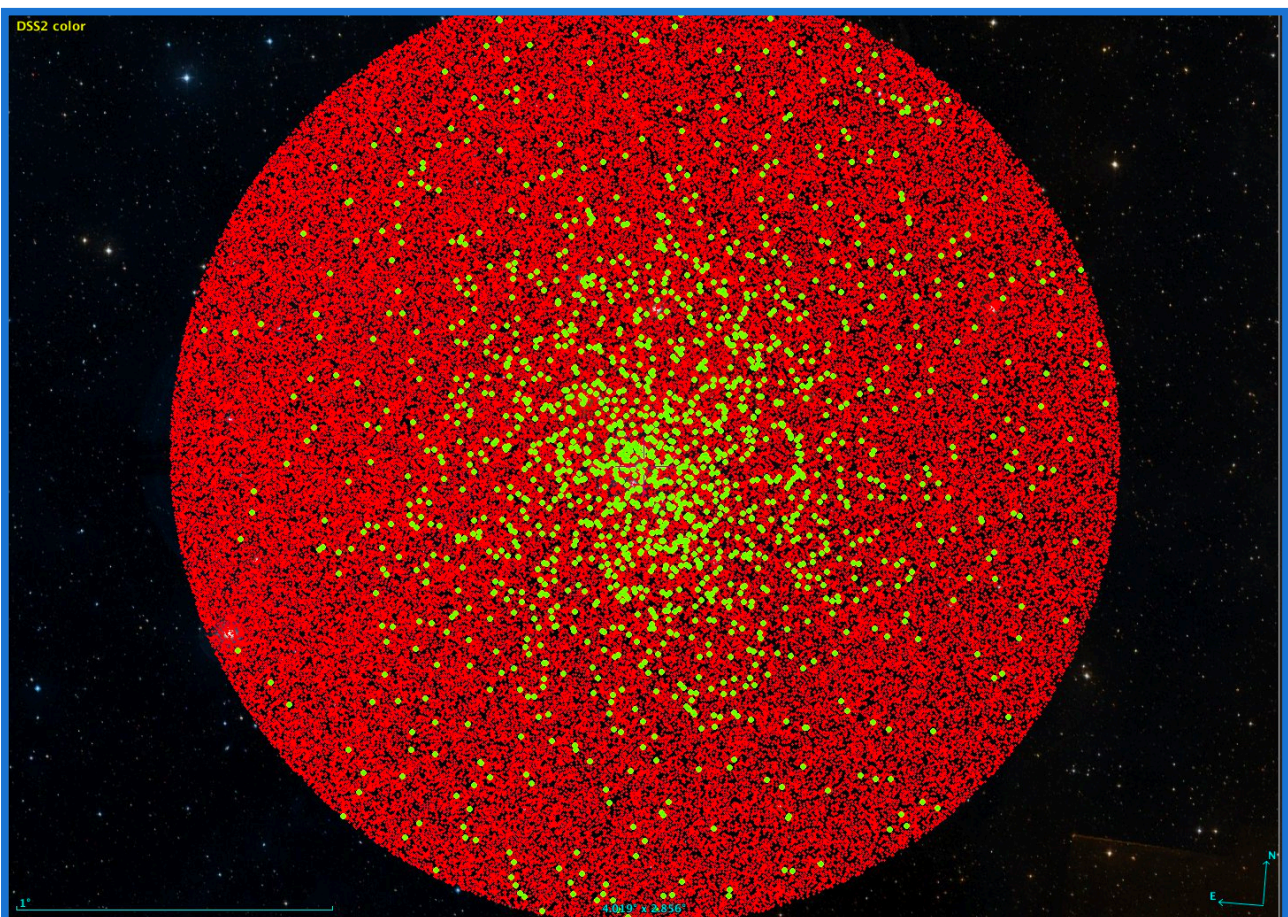


Fig. 17 – NGC 2516 – estrellas del cúmulo en Aladin.





ApEA, la Asociación para la Enseñanza de la Astronomía, nació en 1995 para acoger a todas las personas que se dedican a la enseñanza de la Astronomía en centros educativos, planetarios, museos de la ciencia, agrupaciones de aficionados y clubes de estudiantes.

ApEA engloba a todos los interesados en la enseñanza de todos los niveles educativos reglados -desde la enseñanza primaria hasta la universitaria- así como los no reglados.

También organiza reuniones de formación para sus socios y publica materiales de interés didáctico, como la presente revista.

Más información en [www.a pea.es](http://www.a pea.es)

