

DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA OBLICUIDAD DE LA ECLÍPTICA

Anicet Cosialls, Clara Preixens Vidal, David Beberide Sabarich, Anna Alonso Giró



Se describe un procedimiento experimental para determinar la oblicuidad de la eclíptica de una manera sencilla y al alcance de todos, a partir del seguimiento de la altura del Sol durante un período largo de tiempo. Este trabajo fue realizado por tres alumnos de 4 de ESO del Institut Guindàvols de Lleida, y recibió un galardón en el concurso Catch a Star, como se ve en la fotografía.

OBJETIVOS

Conocer los antecedentes históricos en la determinación experimental de la oblicuidad de la eclíptica.

Estudiar la relación matemática existente

entre la máxima altura del Sol, la latitud del lugar y la declinación del Sol.

Estudiar experimentalmente la evolución de la declinación del Sol durante un período largo de tiempo.

Hacer una estimación de la oblicuidad de la eclíptica.

MARCO TEÓRICO

Uno de los grandes descubrimientos realizados por el hombre a lo largo de la historia, y al que quizás no se le da demasiada importancia, ha sido el gnomon. Nuestros antepasados observaron que la sombra de un palo vertical clavado sobre el suelo de una superficie horizontal cambiaba de longitud y de posición desde la salida del Sol hasta su puesta, y que su longitud era mínima al mediodía solar.

El siguiente paso fue observar la evolución de la longitud y la dirección de la sombra del gnomon durante períodos largos de tiempo. Las sombras eran más cortas en el verano y más largas en el invierno, pero la dirección de la sombra al mediodía solar siempre era la misma: la que hoy en día se conoce como línea meridiana y que coincide con la dirección Norte-Sur. Un simple gnomon proporcionaba una valiosa información sobre la época del año en la que se estaba.

Si se siguen diariamente las puntas de las sombras del gnomon durante un año se obtienen curvas que van cambiando de forma pero que tenían tres formas singulares (Fig. 1, 2 y 3):

Línea recta, en los equinoccios

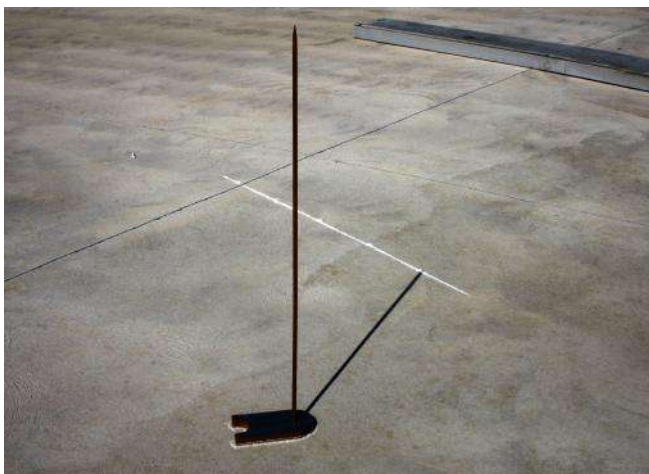


Fig. 1: Evolución de la sombra del gnomon durante el equinoccio de primavera de 2014. Patio del INS Guindàvols (Lleida).

Hipérbola convexa, en el solsticio de verano



Fig. 2. Evolución de la sombra del gnomon durante el solsticio de verano de 2014. Patio del INS Guindàvols.

Hipérbola cóncava, en el solsticio de invierno

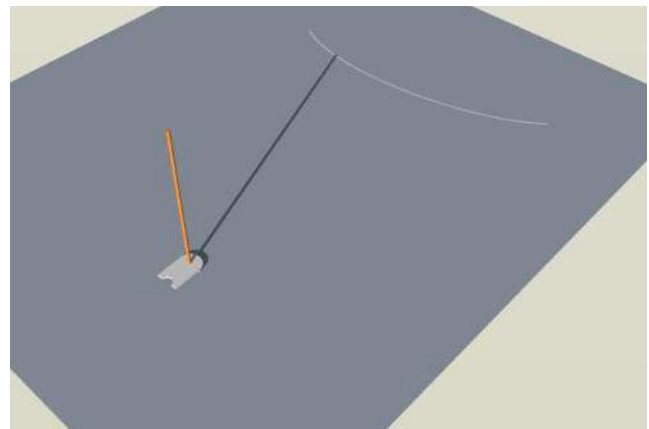


Fig. 3. Evolución de la sombra del gnomon durante el solsticio de invierno.

Parece que los egipcios, alrededor del año 3550 a.C., ya conocían la forma que seguía la sombra de un obelisco a lo largo de un día en las diferentes estaciones. El obelisco hacía las funciones de reloj solar y de calendario. (Fig. 4)

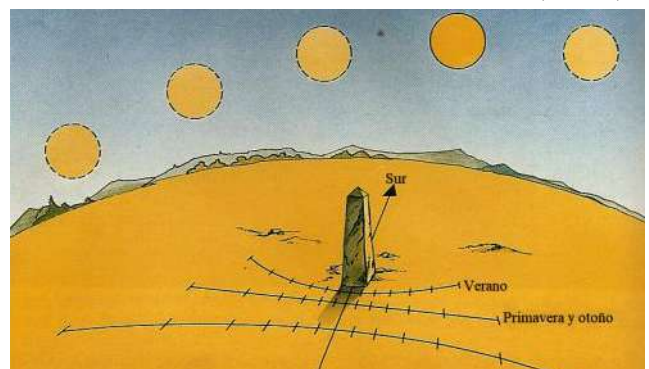


Fig. 4. Obelisco egipcio. La posición de la sombra daba información sobre la parte del día en la que se estaba y sobre la estación

Es de suponer que una de los grandes retos de la ciencia en la antigüedad fue conocer el origen de la regularidad observada en las sombras del gnomon en las diferentes estaciones.

Según Ptolomeo en el Almagesto^[1], Aristarco de Samos explica el origen de los equinoccios y solsticios afirmando que el eje de rotación de la Tierra estaba inclinado respecto la recta perpendicular al plano de su órbita (oblicuidad de la eclíptica, Fig. 5).

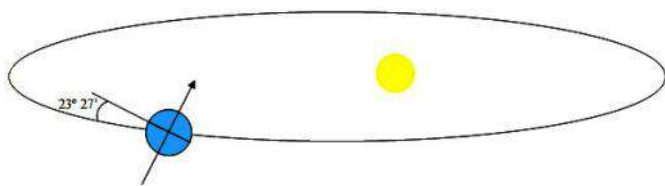


Fig 5. El plano del ecuador no es el mismo que el plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, sino que está inclinado respecto de ella un ángulo de $23^{\circ} 27'$ (oblicuidad de la eclíptica).

De esta manera conseguía explicar, según el modelo heliocéntrico, los cambios de estaciones. Pero, ¿cómo se pudo medir el ángulo de inclinación?

Para conocer el método usado, conviene recordar los conocimientos astronómicos sobre el movimiento aparente del Sol en la Grecia antigua.

Movimiento aparente del Sol

Con un modelo geocéntrico del universo, se conocían las trayectorias del Sol sobre la esfera celeste (Fig. 6). El Sol traza cada día un arco en su

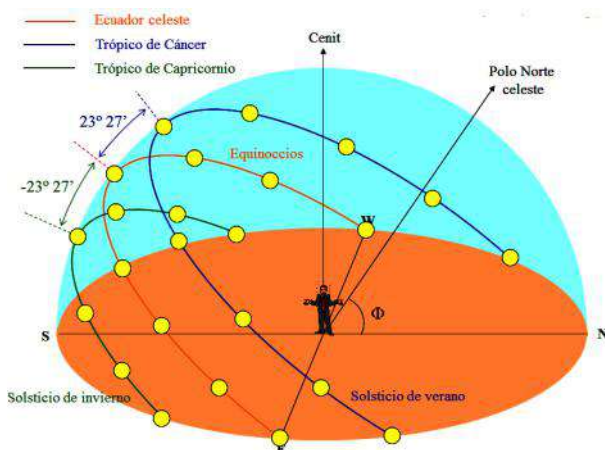


Fig. 6. Trayectorias aparentes del Sol en el cielo del hemisferio norte ^[2]

movimiento aparente sobre el cielo, de Este a Oeste, pasando por un punto orientado siempre hacia el Sur al mediodía solar (momento en que el Sol está en lo más alto del cielo). Ese arco alcanza su longitud mínima (paralelo de Capricornio) en el solsticio de invierno, sobre el 21 de diciembre. Ese día, el Sol sale por el Sureste (orto) y se oculta por el Suroeste (ocaso). A medida que el año astronómico va avanzando, la longitud de dicho arco se hace cada día mayor, de manera que en cada amanecer el Sol sale por un punto más cercano al Este y se oculta por otro más cercano al Oeste. Alcanza exactamente esos puntos en la salida y puesta en el equinoccio de primavera. Ese día sí podemos decir con propiedad que el Sol sale por el Este y se oculta por el Oeste. La trayectoria del Sol en los equinoccios coincide con el arco que se conocía como “Ecuador celeste”. A medida que avanza el año astronómico, la longitud del arco vuelve a aumentar, y alcanza el valor máximo (paralelo de Cáncer) en el solsticio de verano, saliendo el Sol por el Noreste y poniéndose por el Noreste. Llegados a este momento, el arco comienza a acortarse, hasta volver a su extensión mínima, en el solsticio de invierno.

Plutarco^[3] describe que Thales de Mileto en el año 558 a.C. hizo la primera estimación de la

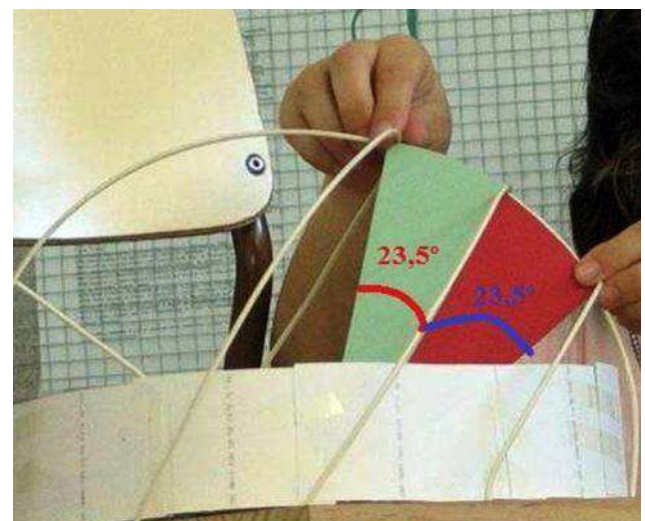


Fig. 7 Modelo para visualizar la trayectoria aparente del Sol en el primer día de cada estación^[4]. El ángulo entre dos trayectorias del día de inicio de dos estaciones consecutivas es aproximadamente de $23,5^{\circ}$.

oblicuidad de la eclíptica. Para ello encontró que el arco de circunferencia comprendido entre dos trópicos era equivalente a 8/60 partes de la circunferencia, o lo que es lo mismo, 48° . Por tanto, el ángulo de inclinación de la Tierra (oblicuidad) era 24° (Fig. 7).

Eratóstenes encontró que la mitad del arco meridiano entre los dos trópicos era 11/83 del círculo completo (corresponde a $23^\circ 51' 18''$).

Relación entre la máxima altura del Sol, la latitud del lugar y la declinación del Sol

La Tierra no sólo gira sobre su propio eje originando los días y las noches, sino que también tiene un movimiento de translación describiendo una órbita muy poco excéntrica alrededor del Sol, el cual está situado sobre uno de sus focos. El eje de rotación de la Tierra está inclinado $23,5^\circ$ respecto a la línea perpendicular al plano de la eclíptica (plano que contiene a la órbita de la Tierra).

La combinación del movimiento de translación de la Tierra, con el hecho que su eje esté inclinado, origina las estaciones. (Fig. 8).

Si estudiamos el movimiento aparente del Sol a lo largo de un año desde el interior de la esfera celeste veremos que éste se ha ido desplazando sobre el fondo estrellado siguiendo una trayectoria curva imaginaria que llamamos eclíptica. Esta trayectoria en la esfera celeste es

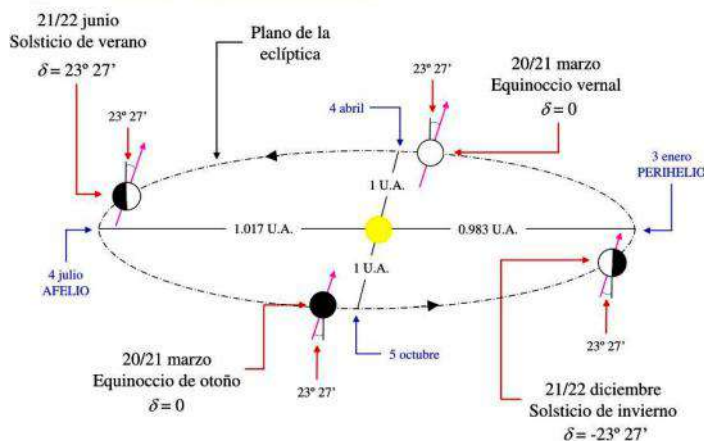


Fig. 8 Órbita de la Tierra. Las estaciones [2]

un círculo máximo que forma con el ecuador celeste un ángulo de $23^\circ 27'$ que es la oblicuidad de la Eclíptica. El ángulo formado por los rayos de Sol que inciden en la Tierra y el ecuador celeste se llama ángulo de declinación solar δ .

La eclíptica intercepta el ecuador celeste en dos puntos: el equinoccio vernal y el equinoccio de otoño, en los cuales la declinación del Sol, es cero grados. La declinación del Sol va variando a lo largo del año: en el solsticio de verano la declinación del Sol es máxima ($23,5^\circ$) y en el solsticio de invierno, mínima ($-23,5^\circ$).

Cabe resaltar que la oblicuidad de la eclíptica coincide con la declinación solar máxima ($23,5^\circ$).

Si un observador (Fig. 9) situado sobre el

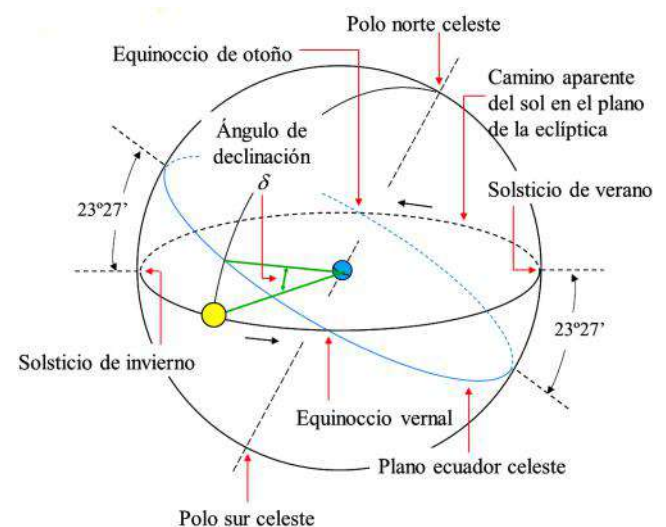


Fig. 9 Movimiento anual del Sol en la esfera celeste. Ángulo de declinación solar.

horizonte de un lugar geográfico del hemisferio norte y de latitud Φ , estudia el movimiento aparente del Sol un día de primavera o verano, observará que justo después de la salida, irá ascendiendo describiendo un círculo paralelo al ecuador celeste, alcanza su altura máxima α_{\max} en el momento en que cruza el meridiano del lugar (mediodía solar). La declinación solar δ es el ángulo que verifica:

$$\alpha_{max} - \delta + \Phi = 90^\circ$$

Despejando δ :

$$\delta = \alpha_{max} + \Phi - 90^\circ \quad \text{ECUACIÓN 1}$$

Conociendo la latitud de Lleida $\Phi = 41,6^\circ$, y calculando la altura del Sol al mediodía solar α_{max} , se puede determinar la declinación del Sol δ . Si estas mediciones se realizan diariamente a lo largo de un año conoceremos la evolución de la declinación del Sol. El valor máximo de la declinación solar nos dará la oblicuidad de la eclíptica.

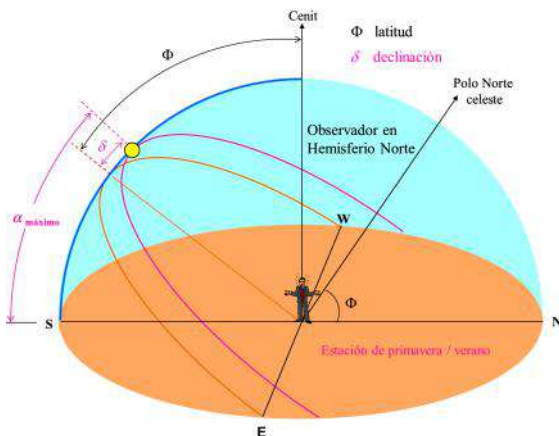


Fig. 10 Altura máxima del Sol al mediodía solar

Mediodía solar

El mediodía solar ocurre cada día cuando el Sol está en su punto más alto en el cielo. Esto sucede (Fig. 10) cuando cruza el Meridiano Celeste. Al mediodía durante los equinoccios, en los puntos situados en el Ecuador el Sol está en el cenit (arriba, en la vertical). En el hemisferio norte el Sol está hacia el Sur, y hacia el Norte en el hemisferio sur. En los solsticios, el Sol al mediodía está verticalmente en los lugares situados en los Trópicos.

Las sombras producidas por la luz del Sol tienen su menor longitud cuando el Sol está en el lugar más alto en el cielo, o sea, en el mediodía solar. La longitud de la sombra más corta nos

permite saber el ángulo que forman los rayos del Sol con la recta vertical (en cada lugar geográfico donde se realice esta medición). Comparando estos ángulos determinados en dos lugares distintos, es posible estimar la circunferencia y el radio de la Tierra.

¿De qué modos podemos calcular el mediodía solar?

Necesitamos conocer la salida y la puesta del Sol del día en el que queremos calcular el mediodía solar. Esta información se puede obtener consultando el sitio web, tutiempo^[5]. El mediodía solar es el valor intermedio entre la hora de salida y la de puesta del Sol.

También podemos consultar el programa Stellarium^[6]. El mediodía solar es el instante en el que el Sol cruza el meridiano local (ver Fig. 11).



Fig. 11 Determinación del mediodía solar con el programa Stellarium

DISEÑO EXPERIMENTAL

Para medir la oblicuidad de la eclíptica determinaremos la evolución de la declinación del Sol durante un periodo largo de tiempo (6 meses). Para ello, medimos cada día la altura del Sol al mediodía solar con la ayuda de un gnomon. Midiendo la longitud del gnomon L_{GNOMON} , y la longitud

de la sombra al mediodía solar, L_{SOMBRA} calculamos el ángulo $\alpha_{\text{máx}}$ de la altura máxima del Sol (Fig. 12).

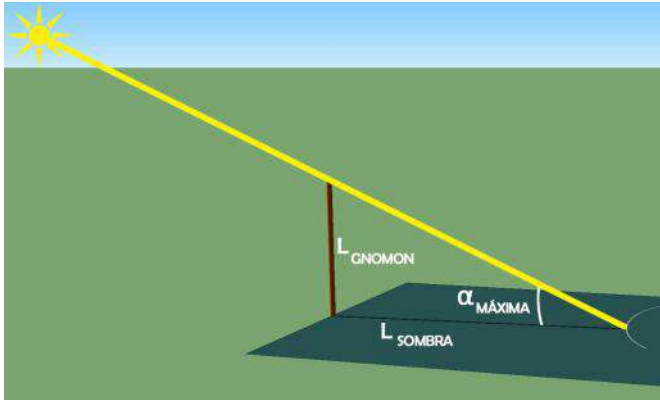


Fig. 12

$$\text{tg } \alpha_{\text{máx}} = \frac{L_{\text{gnomon}}}{L_{\text{sombra}}} \quad \alpha_{\text{máx}} = \text{arctg} \left(\frac{L_{\text{gnomon}}}{L_{\text{sombra}}} \right)$$

Una vez medido el ángulo $\alpha_{\text{máx}}$, si conocemos también la latitud del lugar Φ , se puede determinar cada día la declinación del Sol δ , utilizando la Ecuación 1.

$$\delta = \alpha_{\text{máx}} + \Phi - 90^\circ$$

El valor máximo obtenido de la declinación del Sol (solsticio de verano), coincidirá con la

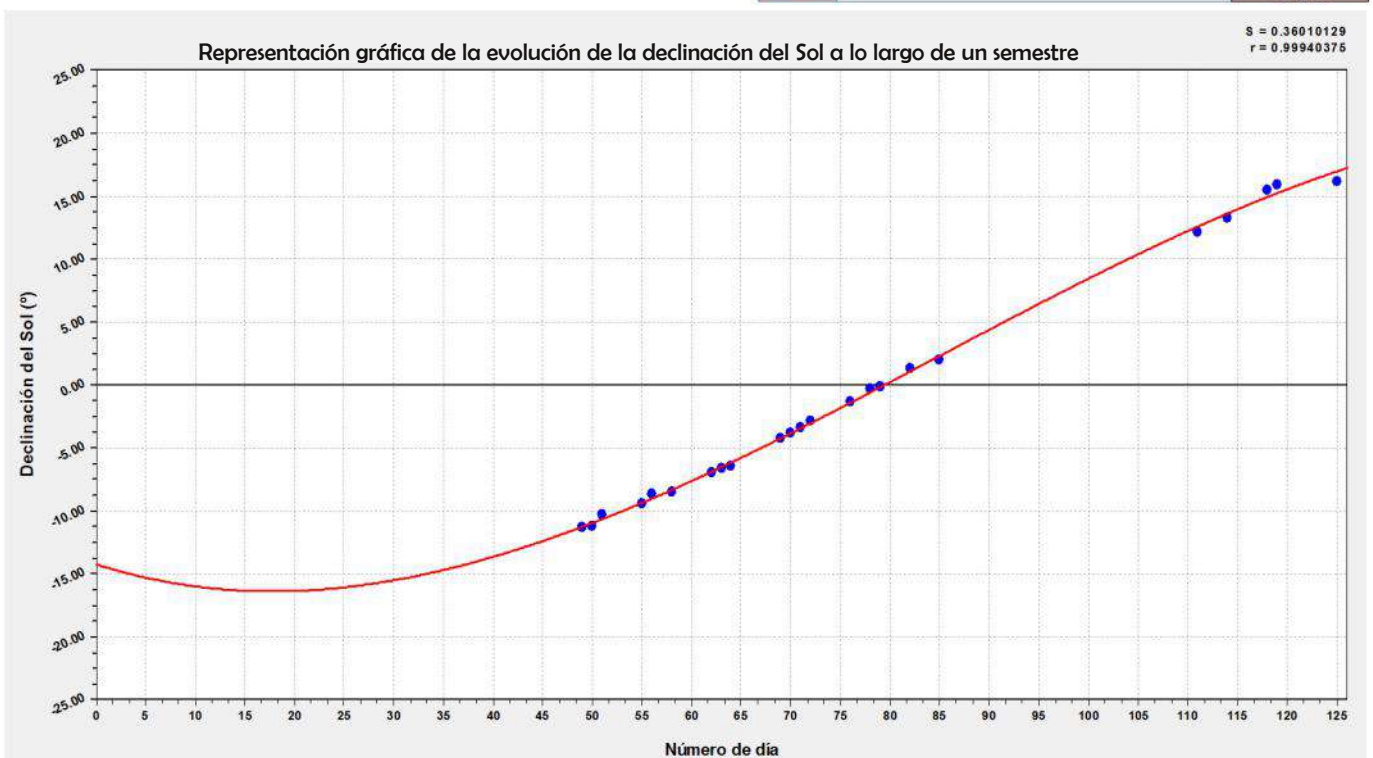
oblicuidad de la eclíptica (el ángulo de inclinación del eje de rotación de la Tierra respecto a la recta perpendicular al plano de la eclíptica).

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Hemos usado el programa gratuito Curve expert^[7] para representar los datos obtenidos de la declinación del Sol, en función de los días del año:

Tabla de la evolución de la declinación del Sol

FECHA	Nº DÍA	SALIDA DEL SOL (h:min)	PUESTA DEL SOL (h:min)	MEDIODIA SOLAR (h:min)	ALTURA MÁXIMA DEL SOL $\alpha_{\text{máx}}$ (°)	DECLINACIÓN DEL SOL δ (°)
18/2/15	49	7:52	18:32	13:12	37.10	-11.30
19/2/15	50	7:51	18:33	13:12	37.20	-11.20
20/2/15	51	7:49	18:34	13:11	38.11	-10.29
24/2/15	55	7:44	18:39	13:11	38.99	-9.41
25/2/15	56	7:42	18:40	13:11	39.78	-8.62
27/2/15	58	7:39	18:43	13:11	40.13	-8.50
3/3/15	62	7:33	18:48	13:10	41.70	-6.95
4/3/15	63	7:32	18:49	13:10	42.07	-6.58
5/3/15	64	7:30	18:50	13:10	42.07	-6.45
10/3/15	69	7:22	18:56	13:09	44.17	-4.23
11/3/15	70	7:20	18:57	13:08	44.58	-3.82
12/3/15	71	7:19	18:58	13:08	45.00	-3.40
13/3/15	72	7:17	18:59	13:08	45.57	-2.83
17/3/15	76	7:10	19:04	13:07	47.04	-1.36
19/3/15	78	7:07	19:06	13:06	48.42	-0.29
20/3/15	79	7:05	19:07	13:06	48.42	-0.14
23/3/15	82	7:00	19:10	13:05	49.70	1.30
26/3/15	85	6:55	19:14	13:04	50.86	2.00
21/4/15	111	7:12	20:42	13:57	60.59	12.19
24/4/15	114	7:08	20:45	13:56	61.67	13.27
28/4/15	118	7:02	20:50	13:54	63.89	15.49
29/4/15	119	7:00	20:51	13:55	64.34	15.94
5/5/15	125	6:52	20:57	13:54	64.57	16.17
6/5/15	126	6:51	20:58	13:54	65.96	17.56
...
21/6/15	Oblicuidad de la eclíptica



Se observa que la declinación del Sol ha ido aumentando desde el primer día de observación (18/2/15) pasando de $-11,30^\circ$ a $0,14^\circ$ (20/03/15, equinoccio de primavera), y luego hasta $17,56^\circ$ (6/5/15). Es de suponer que la declinación del Sol irá aumentando hasta alcanzar un valor máximo en el solsticio de verano (21/06/15) y este valor será máximo y coincidirá con la oblicuidad de la eclíptica.

Desgraciadamente no se pudo determinar por razones climáticas la declinación del Sol en el solsticio de invierno, y se tuvo que entregar el trabajo antes del solsticio de verano, pero el procedimiento es el descrito.

CONCLUSIONES

La oblicuidad de la eclíptica fue determinada ya en épocas antiguas por Aristarco de Samos.

Se puede determinar la declinación del Sol midiendo su altura en el mediodía solar, y conociendo la latitud del lugar de observación a partir de esta expresión matemática:

La oblicuidad de la eclíptica coincide con la declinación del Sol el día de los solsticios. Se ha determinado la declinación del Sol durante un período de tiempo largo, pero no lo suficientemente largo para llegar al solsticio de verano (21 junio) porque el trabajo fue entregado antes de esta fecha.

Referencias

- [1] Danny R. Faulkner. An Analysis of the Dodwell Hypothesis.
<https://assets.answersingenesis.org/doc/articles/pdf-versions/arj/v6/analysis-dodwell-hypothesis.pdf>
- [2] Alfonso Calera, Antonio J. Barbero. Movimientos de la Tierra. Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <https://previa.uclm.es/profesorado/ajbarbero/FAA/FAAO708%20Tema01%20Mov%20Tierra.ppt>
- [3] Eratosthenes, Hipparchus, and the obliquity of the ecliptic. Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <http://adsabs.harvard.edu/full/2002JHA....33...15J>
- [4] J. Fabregat, R.M. Ros, "Sobre l' horitzó". Consultado el 30/03/2020. Disponible en: https://es.unawe.org/static/archives/books/pdf/horitzo_catala.pdf
- [5] Horas de sol y luna e Lleida. Consultado el 30/03/2020. Disponible en:
<http://www.tutiempo.net/Calendario-Lleida-E25001.html>
- [6] Stellarium. Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <http://www.stellarium.org/es/>
- [7] Curve expert: Consultado el 30/03/2020. Disponible en: <http://www.stellarium.org/es/>
- [8] Ederlinda Viñuales. (2018). Una actividad para medir la inclinación del eje terrestre en los solsticios. LEO, Asociación leonesa de astronomía, (Nº 128), (Pág. 14-15).