

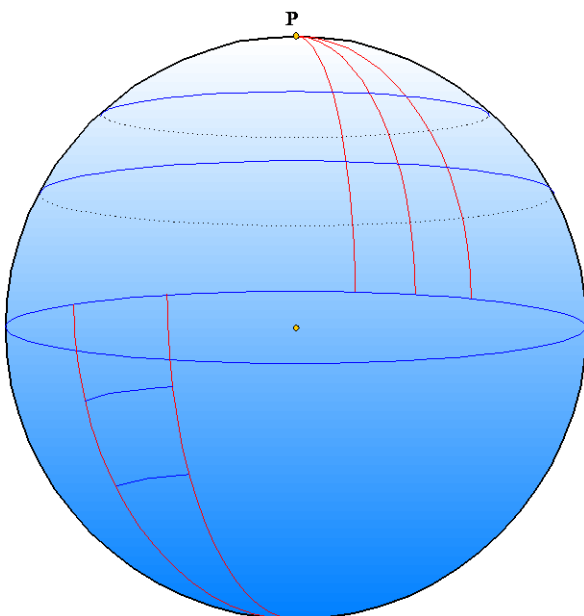
El tema de las coordenadas celestes siempre parece que va a resultar árido y pesado al abordarlo en clase (en la ESO). Sin embargo considero que es imprescindible. La declinación de una estrella es determinante a la hora de ver cuál es su trayectoria aparente, el Sol en su camino a través del zodiaco va cambiando gradualmente de declinación y por eso tenemos el ciclo de las estaciones, en todas las efemérides y en todas las obras de divulgación se indica la posición de los objetos (galaxias, cúmulos, nebulosas, estrellas, planetas, la Luna, etc.) mediante sus coordenadas ecuatoriales absolutas. Además este sistema de coordenadas es una extensión bastante natural de la red de meridianos y paralelos ideados para la superficie de nuestro planeta, por lo que el paso a las celestes no debería resultar demasiado difícil.

Una manera de trabajar este tema con los alumnos, después de exponer los conceptos y de algunos ejercicios básicos con el planisferio, es la realización de mapas de constelaciones. El resultado va a ser una representación gráfica de la constelación elegida y esto siempre puede resultar estimulante. Así pues el propósito de este trabajo es conseguir trasladar una tabla con las coordenadas de las estrellas de una constelación a una representación gráfica que nos muestre la figura correspondiente tal y como se ve en el cielo. He aquí la tabla de las principales estrellas del carro de la Osa Mayor, con la letra griega que designa a cada estrella (y el nombre propio en algún caso), su ascensión recta (en horas y minutos), la declinación (redondeada de  $\frac{1}{2}$  grado en  $\frac{1}{2}$  grado) y su magnitud.

#### Ursa Major

Estrella	A.R.	Decl.	Mag.	estrella	A.R.	Decl.	Mag.
$\beta$ Merak	11 00	$56^{\circ} 30'$	2	$\alpha$ Dubhe	11 03	$62^{\circ}$	2
$\gamma$	11 55	$54^{\circ}$	2	$\delta$	12 15	$57^{\circ}$	3
$\epsilon$	12 55	$56^{\circ}$	2	$\zeta$ Mizar	13 25	$55^{\circ}$	2
$\eta$ Alkaid	13 45	$49^{\circ} 30'$	2				

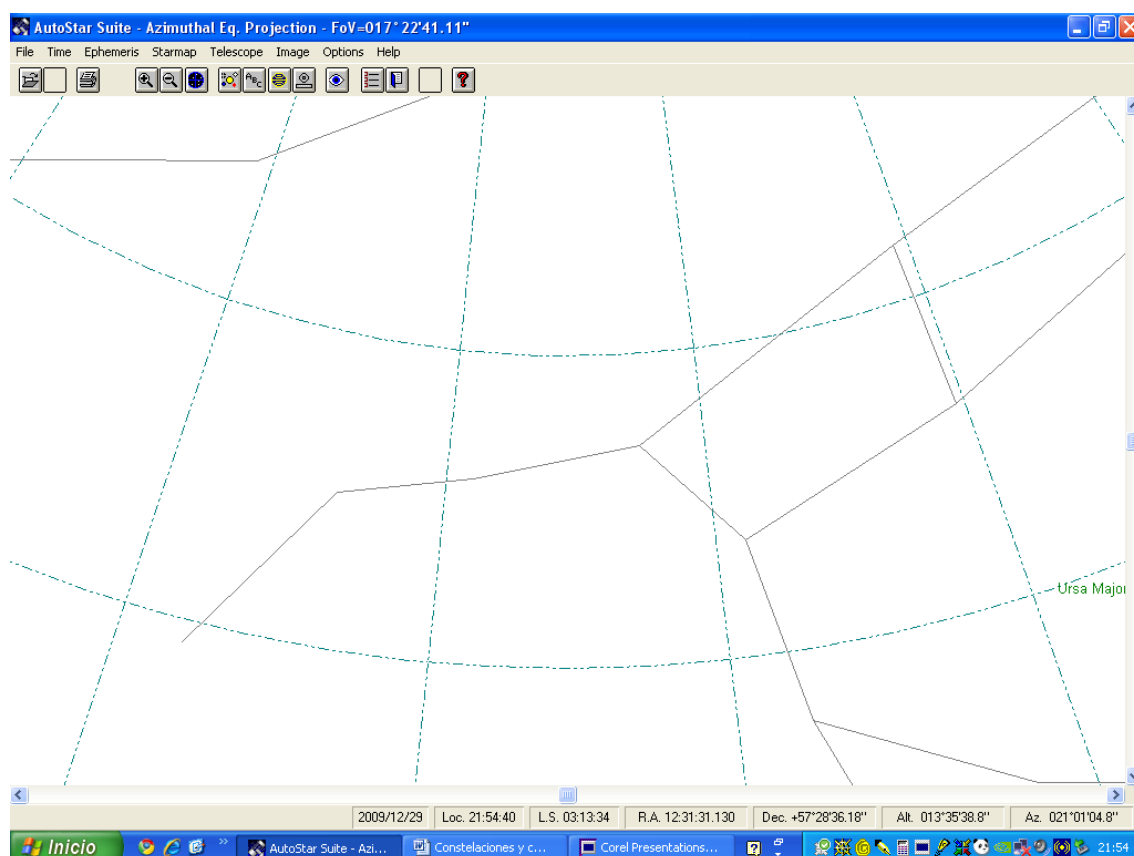
El asunto central es que necesitamos establecer una red de meridianos y paralelos para, sobre ella, ir colocando las estrellas de la tabla según su posición. En un primer momento podríamos pensar en trazar una cuadrícula, unos ejes cartesianos clásicos y corrientes. Pero esta no sería una buena idea.



En la figura 1 se muestran sobre la esfera celeste algunos paralelos y meridianos. Si la constelación estuviera muy cerca del ecuador (como Orión) sí que nos serviría esa cuadrícula rectangular, pero en cuanto nos alejemos hacia el norte o hacia el sur queda de manifiesto que los meridianos se van estrechando hacia los polos: la red debería parecerse más bien a un trapecio, más ancho en el paralelo próximo al ecuador pero más estrecho en el paralelo cercano a los polos. Estamos ante un problema clásico: queremos proyectar una esfera, la celeste, sobre un plano donde trazar el mapa de

la constelación; esta proyección siempre dará una cierta distorsión de la figura. No se trata aquí de conseguir la mejor posible entrando en sesudas y técnicas disquisiciones matemáticas. Lo que queremos es lograr una retícula fácil de trazar y que no provoque excesivas deformaciones: un compromiso, un término medio, entre lo excelente y lo sencillo.

Un primer enfoque es recurrir a los múltiples programas informáticos existentes que simulan la bóveda celeste. En muchos de ellos es posible configurar las opciones de representación de forma que sólo aparezcan los meridianos y paralelos, como en esta figura obtenida de la Suite AutoStar, en la que he dejado también las líneas de la constelación (la Osa Mayor):

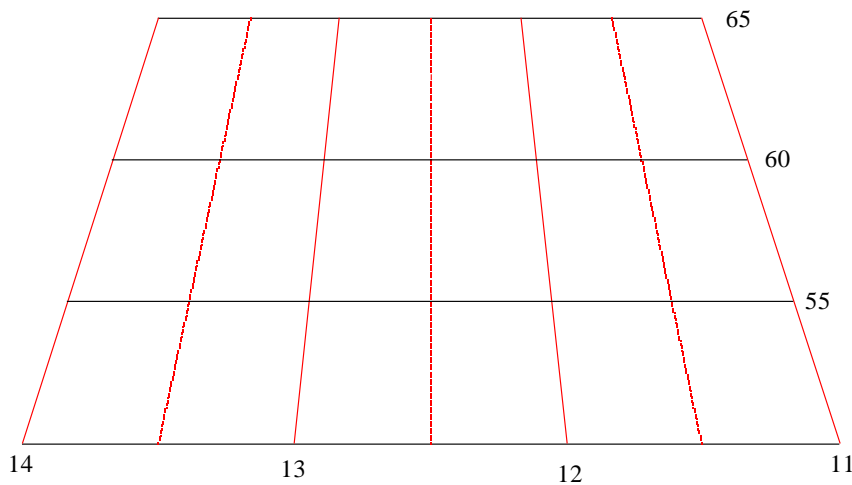


Los paralelos aparecen de  $10^\circ$  en  $10^\circ$  de declinación y los meridianos de hora en hora de ascensión recta. Podría servirnos, aunque encuentro que hay pocas líneas; estaría mejor que hubiera paralelos cada  $5^\circ$  y que, al menos tuviéramos meridianos cada media hora de ascensión recta, para facilitar la labor de colocar, a ojo, cada estrella según sus coordenadas. Seguramente con otros programas sería posible establecer la separación que se desee entre meridianos y entre paralelos.

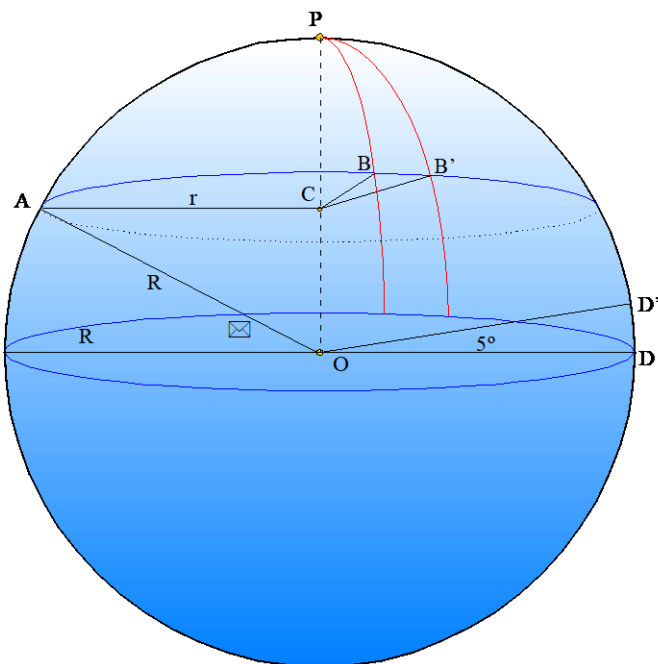
Voy a proponer otro método, que tiene la inmensa ventaja de ser construido por nosotros mismos, entendiendo lo que se hace. Está bien recurrir a los programas informáticos y a Internet para que nos resuelvan los problemas sin tener que pensar, pero no hay que excederse. Parece que ahora lo importante es saber dónde encontrar la solución, ser un experto en búsquedas en la red, que suele resultar relativamente cómodo y eficaz; en cambio se deja de lado la comprensión, el abordaje del problema en

sí aplicando todo lo que se nos ocurra para ello, echando mano del bagaje de conocimientos que hemos ido acumulando.

La retícula que necesitamos va a ser un trapecio, con los paralelos (de 5° en 5° de declinación) dibujados como rectas horizontales y con los meridianos (de media hora en media hora de ascensión recta) como líneas convergentes en el polo norte celeste. Observando los valores de la tabla, vemos que la declinación de las estrellas del carro de la Osa Mayor oscila entre 49° 30' (Alkaid) y 62° (Dubhe). Por tanto vamos a trazar los paralelos de declinación 50°, 55°, 60° y 65°. Alkaid queda ligeramente por debajo, pero no considero necesario añadir una franja más en la parte inferior que va a quedar prácticamente sin uso. Para los meridianos, necesitamos desde 11 horas hasta 14 horas. La red tendrá que tener esta forma:



Ahora hay que precisar las medidas: la longitud de la base mayor, la de la base menor y la altura. Para obtenerlas fijémonos en la siguiente figura, una representación de la esfera celeste.



La distancia en vertical entre dos paralelos cualesquiera separados por 5° de declinación será la longitud del arco

$$DD': \text{arco } DD' = 2\pi R \frac{5^\circ}{360^\circ}$$

El paralelo ABB' (de declinación  $\delta$ ) es una circunferencia de radio  $r$ , que se calcula inmediatamente en el triángulo rectángulo OAC:  $r = R \cos \delta$

Por tanto la longitud completa de ese paralelo será  $l = 2\pi r = 2\pi R \cos \delta$

El arco BB' está comprendido entre dos meridianos separados por 1 hora de ascensión recta, es decir, por 15°, luego

$$\text{arco } BB' = \frac{l}{24} = \frac{2\pi r}{24} = \frac{\pi r}{12}$$

Todos los cálculos dependen del radio R que se elija como dimensión de la esfera celeste. En la tabla se han realizado todos estos sencillos cálculos. La primera fila recoge diferentes valores arbitrarios para R (en cm). La segunda fila da la distancia vertical (v) entre dos paralelos separados por 5° de declinación. El resto corresponde a los valores del arco BB' de una hora de ascensión recta según la declinación del paralelo.

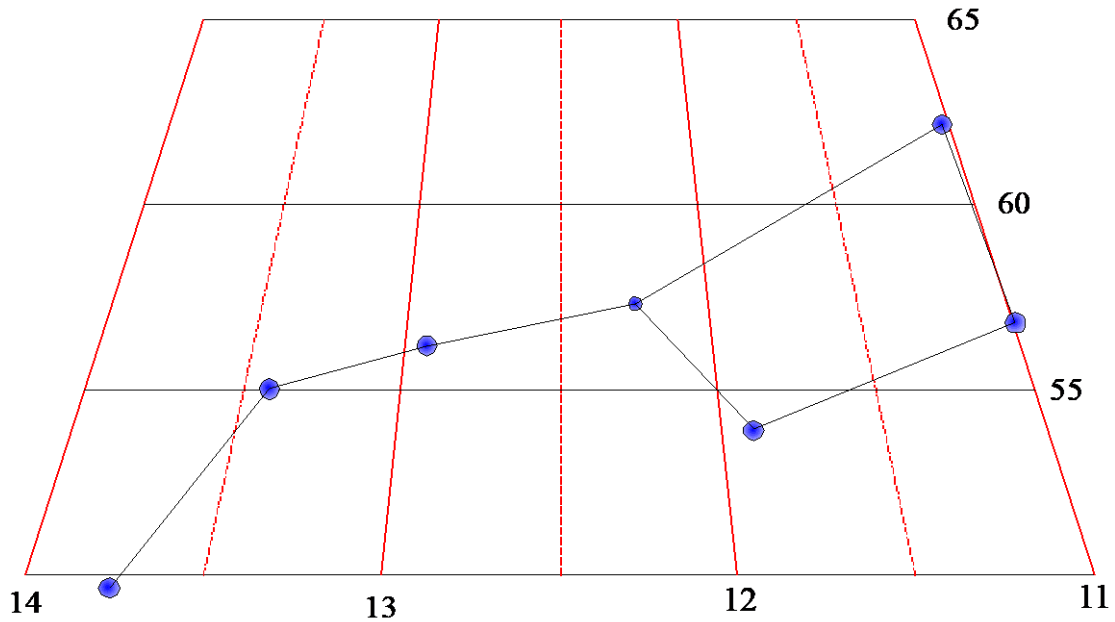
R =	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
v =	1,75	1,92	2,09	2,27	2,44	2,62	2,79	2,97	3,14	3,32	3,49
declinación											
0	5,24	5,76	6,28	6,81	7,33	7,85	8,38	8,90	9,42	9,95	10,47
5	5,22	5,74	6,26	6,78	7,30	7,82	8,35	8,87	9,39	9,91	10,43
10	5,16	5,67	6,19	6,70	7,22	7,73	8,25	8,77	9,28	9,80	10,31
15	5,06	5,56	6,07	6,57	7,08	7,59	8,09	8,60	9,10	9,61	10,12
20	4,92	5,41	5,90	6,40	6,89	7,38	7,87	8,36	8,86	9,35	9,84
25	4,75	5,22	5,69	6,17	6,64	7,12	7,59	8,07	8,54	9,02	9,49
30	4,53	4,99	5,44	5,89	6,35	6,80	7,26	7,71	8,16	8,62	9,07
35	4,29	4,72	5,15	5,58	6,00	6,43	6,86	7,29	7,72	8,15	8,58
40	4,01	4,41	4,81	5,21	5,62	6,02	6,42	6,82	7,22	7,62	8,02
45	3,70	4,07	4,44	4,81	5,18	5,55	5,92	6,29	6,66	7,03	7,40
50	3,37	3,70	4,04	4,38	4,71	5,05	5,39	5,72	6,06	6,39	6,73
55	3,00	3,30	3,60	3,90	4,20	4,50	4,81	5,11	5,41	5,71	6,01
60	2,62	2,88	3,14	3,40	3,67	3,93	4,19	4,45	4,71	4,97	5,24
65	2,21	2,43	2,66	2,88	3,10	3,32	3,54	3,76	3,98	4,20	4,43

La base inferior del trapecio para dibujar la Osa Mayor corresponde a 3 horas de ascensión recta a una declinación de 50°. Si hacemos R = 36 cm, un arco de 1 hora a 50° debe medir 6,06 cm, luego la base mayor tendrá una longitud de 6,06 x 3 = 18,18 cm, que nos entra bien en el ancho de una hoja DIN A 4.

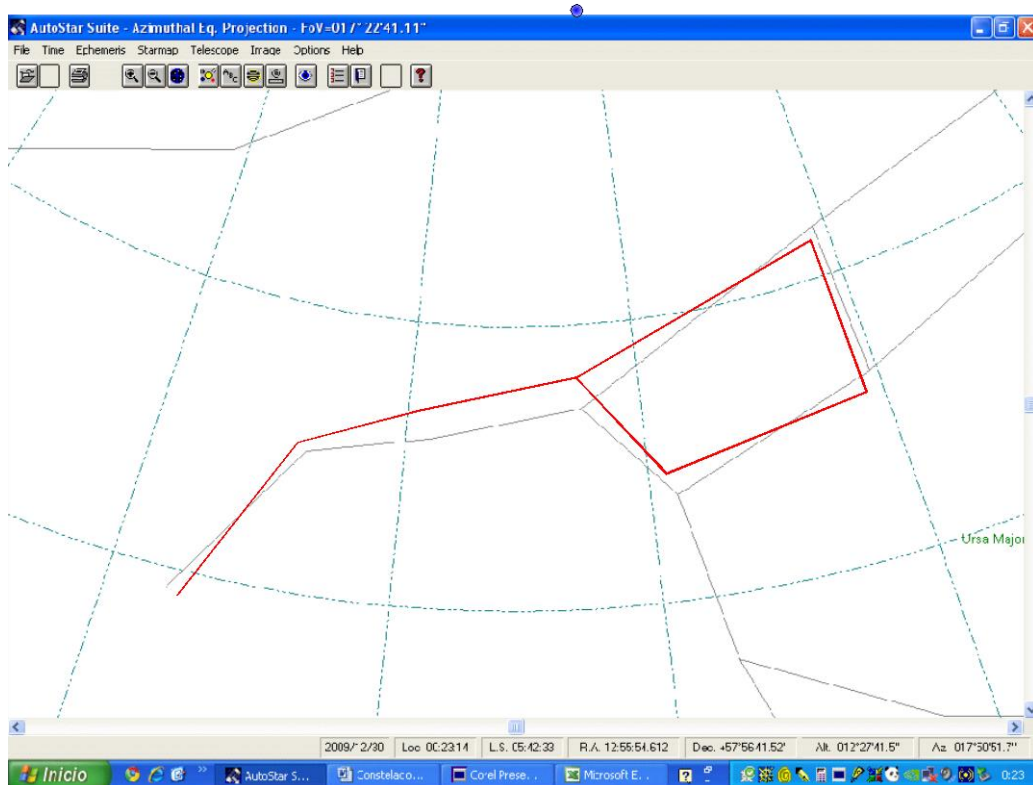
La base superior, medirá (3 horas a 65°, con R = 36 cm) 3,98 x 3 = 11,94 cm.

La altura total del trapecio será (3 franjas de 5° de declinación, con R = 36 cm) 3,14 x 3 = 9,42 cm.

Se dibuja un trapecio isósceles con esas medidas y se trazan los meridianos y paralelos que se desee; aquí, como ya dije, se presentan meridianos de media hora en media hora y paralelos de 5° en 5°. Luego se van situando las estrellas por sus coordenadas y del tamaño adecuado a su magnitud. He aquí el resultado:



Superponiéndolo sobre el contorno del carro obtenido con el programa informático antes mencionado nos queda así:



Hay una pequeña distorsión, debida básicamente al trazado recto de los paralelos. Las estrellas del centro ( $\gamma$ ,  $\delta$  y  $\epsilon$ ) han quedado demasiado altas. Este defecto que aquí es apreciable se atenúa cuanto menor sea la declinación al ser entonces menos curvados los paralelos.

Para que los alumnos trabajen estos ejercicios en clase hay que darles la tabla con las coordenadas y la magnitud de las principales estrellas de una constelación. En cuanto a la red de meridianos y paralelos caben diversas opciones, desde ofrecerla ya hecha y graduada hasta la de dar solo las medidas y pedirles a ellos que la dibujen. Yo se la doy ya dibujada pero sin graduar.

En la práctica de estos ejercicios en clase han ido surgiendo algunas dificultades:

- La medida de la ascensión recta en horas y minutos suele dar lugar a confusión con medidas decimales; si la A.R. = 12 h 50 m, puede creerse que se trata de 12,50 horas y situar la estrella en 12 h 30 m incorrectamente.
- En las constelaciones del hemisferio sur el trapecio tiene su base mayor en la parte alta y los meridianos se estrechan hacia abajo. La graduación de la declinación debe ser adecuada; por ejemplo  $-20^\circ$  en el paralelo superior y  $-35^\circ$  en la base inferior (y menor).
- La graduación de la ascensión recta avanza de derecha a izquierda y no en el sentido habitual del eje cartesiano OX.
- Como no es infrecuente que ocurra algún despiste y se coloque mal alguna de las estrellas recomiendo que se escriba al lado de cada una la letra que la designa; de esta forma si la figura resultante no es la que esperábamos podremos localizar fácilmente cuál es la que ha quedado descolocada.
- Cada estrella debe ser representada como un círculo (o con la figura que se desee) de tamaño más o menos proporcionado a su magnitud, más grandes las de menor magnitud.

A continuación aparecen las tablas correspondientes a algunas constelaciones y la red de meridianos y paralelos correspondientes a algunas de ellas.

## Canis Major

estrella	A.R.	Decl.	Mag.	estrella	A.R.	Decl.	Mag.
$\beta$	6 20	-18 00	2	$\alpha$	6 45	-16 30	0
$\theta$	6 50	-12 00	4	$\iota$	6 55	-17 00	4
$\gamma$	7 05	-15 30	4	$\epsilon$	7 00	-29 00	2
$\delta$	7 10	-26 30	2	$\eta$	7 25	-29 15	2

## Bootes

<i>estrella</i>	<i>A. Recta</i>	<i>Decl.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>estrella</i>	<i>A. Recta</i>	<i>Decl.</i>	<i>Magnitud</i>
alfa $\nabla$	14 h 15	19°	0	beta $\beta$	15 h 01	40°30'	3
gamma $\gamma$	14 h 31	38° 30'	3	delta $\delta$	15 h 15	33° 30'	3
epsilon $\epsilon$	14 h 44	27°	2	eta $\eta$	13 h 54	18° 30'	3
ro $\rho$	14 h 31	30° 30'	4	sigma $\sigma$	14 h 34	30°	5

## Perseus

<i>estrella</i>	<i>A. Recta</i>	<i>Decl.</i>	<i>Magnitud</i>	<i>estrella</i>	<i>A. Recta</i>	<i>Decl.</i>	<i>Magnitud</i>
alfa $\alpha$	3 23	50°	2	beta $\beta$	3 07	41°	2
gamma $\gamma$	3 03	53° 30'	3	delta $\delta$	3 42	47° 30'	3
epsilon $\epsilon$	3 57	40°	3	eta $\eta$	2 49	56°	4
ro $\rho$	2 53	52° 30'	4	Tseta $\zeta$	3 53	32°	3
Xi $\xi$	3 58	35° 30'	4	Tau $\tau$	2 53	52° 30'	4

## ORIÓN

estrella	A.R.	Decl.	Mag.	estrella	A.R.	Decl.	Mag.
$\beta$	5 14	- 8°	0	$\lambda$	5 32	+10°	3
$\gamma$	5 25	+ 6° 30'	2	$\delta$	5 30	-0° 30'	2
$\varepsilon$	5 35	-1° 15'	2	$\zeta$	5 40	-2°	2
$\kappa$	5 45	-9° 40'	2	$\alpha$	5 55	+7° 25'	0,5

## SAGITARIO

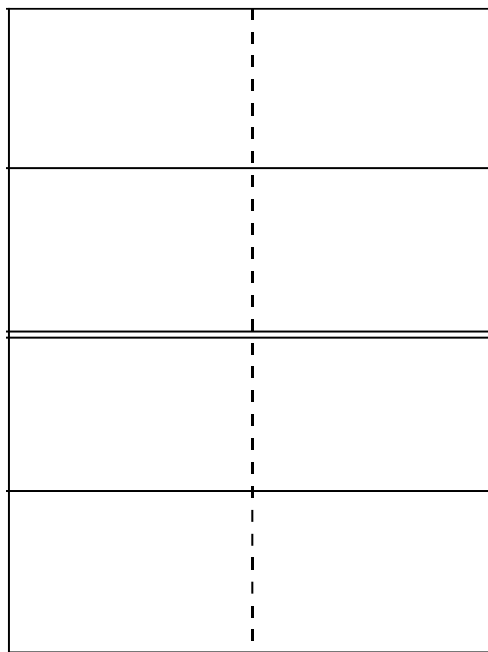
estrella	A.R.	Decl.	Mag.	estrella	A.R.	Decl.	Mag.
$\gamma$	18 04	-30° 30'	3	$\delta$	18 20	-30°	3
$\varepsilon$	18 23	-34° 30'	2	$\lambda$	18 27	-25° 30'	3
$\varphi$	18 44	-27°	3	$\sigma$	18 54	-26° 30'	2
$\zeta$	19 01	-30°	3	$\tau$	19 06	-27° 30'	3

## SCORPIO

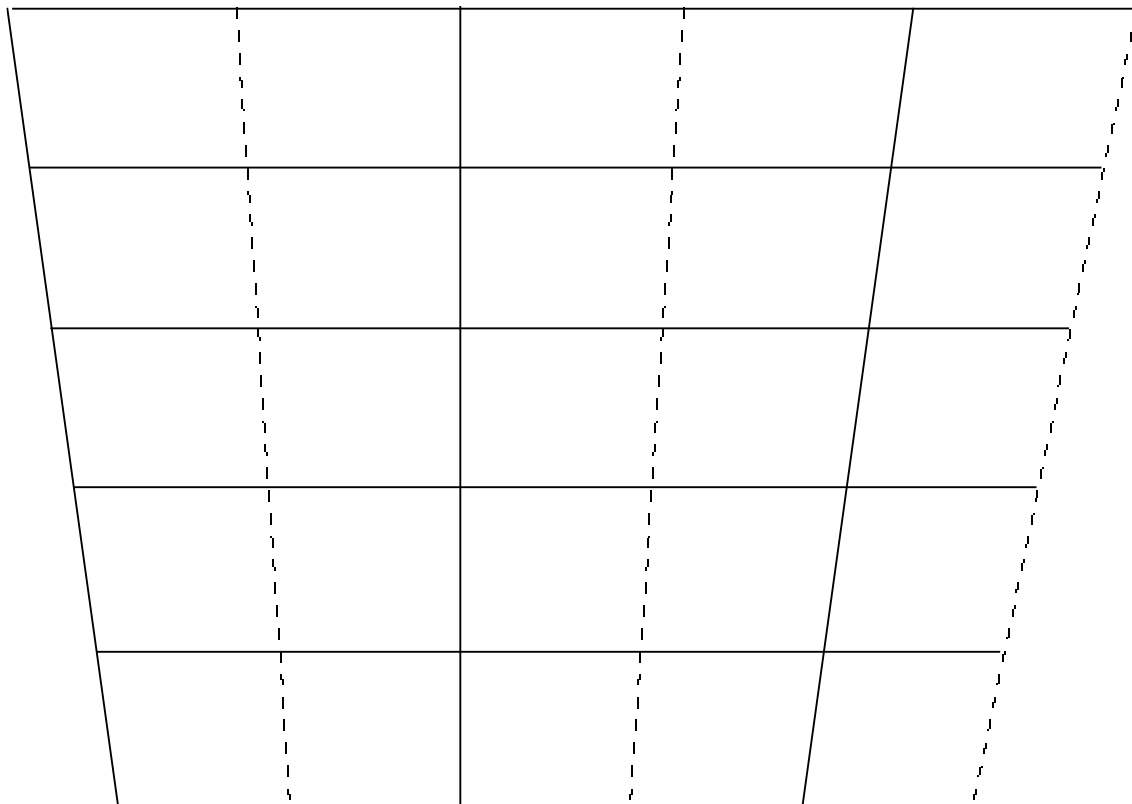
estrella	A.R.	Decl.	Mag.	estrella	A.R.	Decl.	Mag.
$\beta$	16 05	-20°	3	$\delta$	16 00	-22° 30'	2
$\pi$	15 59	-26°	3	$\rho$	15 57	-29°	4
$\alpha$	16 29	-26° 30'	1	$\sigma$	16 21	-25°30'	3
$\tau$	16 36	-28°	3	$\varepsilon$	16 50	-34°	2
$\mu$	16 52	-38°	3	$\zeta$	16 55	-42° 30'	3
$\eta$	17 12	-43°	3	$\lambda$	17 32	-37°	2
$\theta$	17 36	-43°	2	$\kappa$	17 41	-39°	2



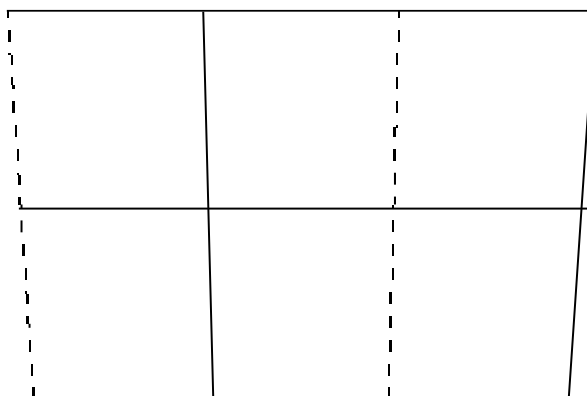
Orión



Scorpius



Sagittarius



Una última propuesta, que he bautizado con el nombre de ‘la constelación fantasma’. La presento tal y como lo hago en clase. En la tabla aparecen los datos de una constelación y la cuadrícula. Dibuja las estrellas y reconoce de qué constelación se trata.

estrella	A.R.	Decl.	Mag.	estrella	A.R.	Decl.	Mag.
∃	11 23	-13°	2	∇	11 45	-11° 30'	0
2	11 54	-7°	4	4	11 56	-12°	4
(	12 04	-10° 30'	4	γ	11 59	-24°	2
*	12 08	-21° 30'	2	0	12 24	-24° 30'	2


Si alguien lo hace podría decir indignadamente ¡Está mal, en esas coordenadas no está la constelación que me ha salido y que he reconocido! Naturalmente que no. Para evitar la tentación de ir a mirar directamente en un planisferio he alterado las coordenadas desplazándolas en bloque unas cuantas horas en ascensión recta y algunos grados (no muchos porque entonces la cuadrícula cambiaría demasiado) en declinación. Así no queda más remedio que dibujarla e intentar reconocerla.